

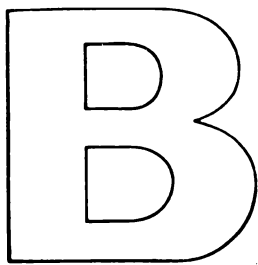
БАЛЛИСТИКА И НАВИГАЦИЯ КА

В

ДЛЯ ВУЗОВ

БАЛЛИСТИКА
И НАВИГАЦИЯ
КОСМИЧЕСКИХ
АППАРАТОВ

• МАШИНОСТРОЕНИЕ •



ДЛЯ ВУЗОВ

БАЛЛИСТИКА И НАВИГАЦИЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

*Допущено Министерством высшего и среднего
специального образования СССР
в качестве учебника для студентов высших
технических учебных заведений*



МОСКВА
«МАШИНОСТРОЕНИЕ»
1986

ББК 39.62
Б20
УДК 629.78 (075.8)

Н.М. Иванов, А.А. Дмитриевский, Л.Н. Лысенко

Рецензент М.Д. Кислик

Баллистика и навигация космических аппаратов: Учебник
Б20 для технических вузов/ Н.М. Иванов, А.А. Дмитриевский,
Л.Н. Лысенко и др. — М.: Машиностроение, 1986. — 296 с.
В пер. 1 р.

Б $\frac{3607000000-145}{038(01)-86}$ 145-86

ББК 39.62
6Т6

ПРЕДИСЛОВИЕ

Подготовка и осуществление полетов в космос способствовали развитию науки, получившей название теории космического полета или, иначе, космической баллистики.

В первые десятилетия бурного развития космической техники, характеризующиеся решением приоритетных задач, связанных с исследованием космического пространства, космическая баллистика ограничивалась обсуждением проблем, не выходящих, по существу, за рамки специального раздела небесной механики. Создание в начале 70-х годов долговременных орбитальных станций, разработка и осуществление запусков сложных пилотируемых и автоматических космических аппаратов (КА), а также планирование перспективных космических операций привели к необходимости существенного расширения круга вопросов, составляющих предмет рассматриваемой дисциплины. Успех выполнения космических полетов, особенно таких сложных, как межпланетные, все в большей степени зависит от точности баллистико-навигационного обеспечения, правильности выбора навигационной стратегии, а также методов решения навигационных задач. Хотя рассмотрению основных аспектов современной космической баллистики посвящено множество публикаций советских и зарубежных авторов, отсутствие соответствующего учебника в значительной степени ограничивает возможности вузовской подготовки квалифицированных специалистов в области баллистики, динамики полета и управления КА.

Данная книга является фактически второй частью курса "Баллистика и навигация летательных аппаратов". Будучи логически и методически связанной с первой частью курса ("Баллистика и навигация ракет", М.: Машиностроение, 1985 г.), она в достаточной мере сохраняет самостоятельный характер, что делает возможным ее независимое использование. Вместе с тем при написании настоящей книги авторы стремились к преимущественному изложению в ней общетеоретических основ постановки и решения задач навигации и наведения КА по отношению к соответствующим задачам для объектов, совершающих управляемый ракетный полет в атмосфере. Поэтому предварительное изучение материала, нашедшего отражение в первой части курса является желательным.

Помимо основных сведений, составляющих содержание курса "Теория космического полета" (или аналогичных ему), в учебник включены некоторые вопросы для факультативного рассмотрения. Этот вспомога-

тельный материал, требующий для его восприятия освоения более высокого уровня предварительной, прежде всего математической подготовки, выделен в тексте мелким шрифтом.

Приведенный список литературы содержит перечень использованных авторами источников. Работы, рекомендуемые для более глубокого изучения дисциплины (основная литература), отмечены в нем звездочками.

Работа авторского коллектива над книгой распределялась следующим образом: введение и гл. 1, 2, 5, 7, 12, 13, 14, 15, 16 написаны Н.М. Ивановым, гл. 10 и 11 – Л.Н. Лысенко, гл. 8 и 9 – А.А. Дмитриевским и Л.Н. Лысенко совместно, гл. 3, 4, 6 – Н.М. Ивановым и Л.Н. Лысенко совместно.

Авторы считают своим приятным долгом выразить признательность всем товарищам, принявшим участие в обсуждении учебника и оказавшим помощь при подготовке его к изданию.

Особую благодарность авторы приносят профессорско-преподавательскому составу кафедры, возглавляемой проф. А.А. Лебедевым. Доброжелательная критика профессоров В.В. Малышева, Г.И. Сахарова, М.Н. Красильникова, В.Т. Бобронникова, доцента В.И. Кочеткова и др. во многом способствовали улучшению содержания учебника.

Авторы считают своим долгом отдельно отметить существенный вклад в создание учебника д-ра техн. наук проф. Кислика М.Д., взявшего на себя труд рецензента.

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

V – скорость полета КА
 V_s – кажущаяся скорость
 m – масса гравитирующего тела, масса КА
 M – масса Земли, число Маха, математическое ожидание
 M – средняя аномалия
 μ – гравитационный параметр Земли
 g – ускорение свободного падения
 g_0 – ускорение свободного падения на поверхности сферической Земли
 R – радиус гравитирующего тела, радиус поверхности сферической Земли
 R_z – экваториальный радиус Земли
 U – потенциал сил притяжения (потенциальная функция; силовая функция)
 r – расстояние от центра Земли до текущей точки
 r_{ij} – коэффициент корреляции
 h – текущая высота полета КА над поверхностью
 $H_{кр}$ – высота круговой орбиты
 ρ – плотность атмосферы на высоте h
 ρ_0 – плотность атмосферы на уровне моря
 β – логарифмический градиент плотности
 α – сжатие земного эллипсоида, угол атаки, прямое восхождение
 α_b – балансировочный угол атаки
 γ – угол крена
 φ – широта текущей точки, угол асимптоты гиперболы
 λ – долгота текущей точки
 ϑ – истинная аномалия, угол тангажа
 δ – склонение
 θ – угол наклона траектории к местному горизонту
 ψ – угол рыскания
 ω – аргумент перигея, угловая орбитальная скорость КА на круговой орбите
 u – аргумент широты, управление
 i – наклонение
 Ω – восходящий узел
 p – фокальный параметр орбиты
 e – эксцентриситет орбиты
 a – большая полуось орбиты
 T – время прохождения КА через перигей
 t – время, независимая переменная
 $t_{сущ}$ – время существования КА на орбите
 P – тяга, период обращения (T)
 $P_{уд}$ – удельная тяга
 q – скоростной напор
 $\dot{q}$ – угловая скорость линии визирования
 D – наклонная дальность, дисперсия
 K – аэродинамическое качество
 K_t – корреляционная матрица

X_a – аэродинамическая сила лобового сопротивления
 Y_a – аэродинамическая подъемная сила
 Y_b – подъемная сила при значении угла атаки α_b
 Y_v – вертикальная составляющая подъемной силы
 Y_{Γ} – горизонтальная составляющая подъемной силы
 C_{xa} – коэффициент аэродинамической силы лобового сопротивления
 C_{ya} – коэффициент аэродинамической подъемной силы
 h_a – высота в апоцентре
 h_{π} – высота в перигентре
 Δh_{π} – ширина коридора входа
 P_x – приведенная нагрузка на лобовую поверхность
 σ_x – баллистический параметр
 S_m – площадь минимального сечения
 L – продольная дальность
 L_{π} – дальность участка спуска от условного перигента до точки посадки
 n_{Σ} – суммарная перегрузка
 n_x – осевая перегрузка
 n_y – перегрузка, перпендикулярная осевой перегрузке
 n – среднее движение
 E – эксцентричная аномалия
 U_e – эффективная скорость истечения газов.

ОСНОВНЫЕ СОКРАЩЕНИЯ

АМС – автоматическая межпланетная станция
 БНО – баллистико-навигационное обеспечение
 БЦ – баллистический центр
 БЦВМ – бортовая цифровая вычислительная машина
 ДУ – двигательная установка
 ИСЗ, ИСП – искусственный спутник Земли, планеты
 КА – космический аппарат
 КИК – командно-измерительный комплекс
 КИП – командно-измерительный пункт
 НКИК – наземный командно-измерительный комплекс
 НТ – навигационная точка
 ОМО – общее математическое обеспечение
 СА – спускаемый аппарат
 СФИ – стандартная баллистическая информация
 СМО – специальное математическое обеспечение
 СМП – система мягкой посадки
 СОЗ – угол "Солнце–объект–Земля"
 СУС – система управления спуском
 ТДУ – тормозная двигательная установка
 ЦУП – Центр управления полетом КА
 ЭВМ – электронно-вычислительная машина

ВЕРХНИЕ ИНДЕКСЫ

(в) – верхнее значение
 (н) – нижнее значение
 пр – прицельное значение
 нав – навигационный

НИЖНИЕ ИНДЕКСЫ

б – балансировочный
бок – боковой
з – земной
доп – допустимый
пр – продольный, программный
к – конечный
0 – обозначает начальные значения параметров движения КА
вх – вход
выл – вылет из атмосферы
расп – располагаемый
эф – эффективный
тек – текущий
ном – номинальный
opt – оптимальный
min – минимальный
max – максимальный
 Σ – суммарный
пн – полезная нагрузка
А – апоцентр,
 π – перицентр,
г – горизонтальный,
в – вертикальный.

Векторы обозначаются малыми выделенными жирным шрифтом буквами. В общем случае строчечная и столбцовая формы записи не различаются. В том случае, когда такое различие существенно (по тексту), вводятся специальные обозначения. Выделенные жирным шрифтом большие буквы суть матрицы. Транспонированные матрицы обозначаются верхним индексом "t".

ВВЕДЕНИЕ

4 октября 1957 г. с запуском первого искусственного спутника Земли родилось новое направление в технике, связанное с созданием искусственных небесных тел — космических аппаратов. Это стало возможным благодаря достижениям во многих областях науки и техники в сочетании с целеустремленностью, волей и энергией огромной армии ученых, инженеров, рабочих и техников самых разных специальностей. При этом можно утверждать, что разработка и создание любого КА невозможны без совершенной теории космического полета, которая превратилась в конце XIX — начале XX века в науку благодаря фундаментальным трудам великого русского ученого К.Э. Циолковского. Действительно, чтобы создать КА и осуществить полет, надо, прежде всего, знать дорогу — траекторию, по которой полетит корабль на участке выведения, в космическом пространстве, при спуске в атмосфере и т. п., а также условия, которые будут сопутствовать этому полету. В результате решения этих задач определяется необходимый состав первоочередных исходных данных для разработки КА.

Ознакомление с многочисленными публикациями по теории полета КА выявляет большое разнообразие терминов этого научного направления, используемых различными специалистами в нашей стране и за рубежом: механика космического полета, прикладная небесная механика, небесная баллистика, космическая баллистика, космодинамика, астродинамика, теория движения искусственных небесных тел и т. д. Все названия практически имеют один и тот же смысл, и для определенности следует остановиться на наиболее употребляемом. Подавляющее большинство авторов, особенно в последние годы, приходят к термину **к о с м и ч е с к а я б а л л и с т и к а** — это новый прикладной раздел небесной механики, который является одновременно разделом как теоретической механики, так и астрономии.

Как известно, небесная механика есть раздел астрономии, изучающий движение любых небесных тел: естественных (Луна, Солнце, планеты, кометы и др.), искусственных (ИСЗ, пилотируемые КА, автоматические межпланетные станции и т. п.) на основе закона всемирного тяготения. Входя составной частью в классическую небесную механику, космическая баллистика пользуется многими ее методами, но все больше приобретает самостоятельное значение. Принципиальное отличие космической баллистики от небесной механики состоит в том, что она не просто констатирует

и изучает естественные явления, а обеспечивает возможность формирования орбит КА и контроль их движения. Кроме того, следует отметить, что в классической небесной механике учитываются исключительно силы взаимного притяжения небесных тел, а космическая баллистика занимается вопросами выбора, проектирования и реализации орбит под действием, кроме сил тяготения, также и активных сил (например, создаваемых двигательными установками). Практическое обеспечение сложных программ полета поставило перед космической баллистикой задачу быстрого получения результатов [48, 52, 76]. В небесной механике построение теорий движения того или иного тела зачастую продолжается годами, поэтому таких понятий, как решение задачи в часы и минуты, практически не существует. В космической баллистике малое время на получение решения или, как говорят, *оперативность решения*, стало первоочередным требованием, что потребовало разработки специальных алгоритмов и применения совершенной вычислительной техники.

Отмеченное позволяет утверждать, что космическая баллистика — это "активная инженерная наука" [76], занимающаяся изучением и решением следующих *основных задач*:

- выбор орбит КА (оптимальных или практически целесообразных) на всех этапах полета, включая спуск и посадку на поверхность Земли или планет;

- определение реализованных орбит КА;

- расчет управлений, изменяющих орбиту КА для достижения поставленных целей.

Только вторая из указанных задач в какой-то степени является общей для небесной механики и космической баллистики. Это объясняется тем, что уравнения пассивного полета КА принципиально не отличаются от уравнений движения естественных небесных тел. Однако используемые методы решения не одинаковы из-за различия в оперативности получения результата, а также из-за того, что небесная механика имеет дело преимущественно с постоянными, существующими длительное время орбитами. В противоположность этому орбиты КА сравнительно кратковременны, быстро меняются. Их определение необходимо с точки зрения решения целевых задач. При этом зачастую приходится рассматривать большое число различных вариантов орбит и выбирать из них наилучшие, что естественно требует проведения трудоемких вычислений с использованием быстродействующих ЭВМ.

Значительное место в обеспечении полета КА занимает **космическая навигация**. В настоящее время существует несколько подходов к определению этого термина. Во всех случаях предполагается, что *основной задачей* навигации является определение координат и скорости КА по результатам измерений и их обработки [34], [45]. Вместе с тем многие специалисты вкладывают более широкий смысл в этот термин, рассматривая космическую навигацию как обеспечение полета по траектории с целью выполнения заданных условий [4, 5, 6, 34, 38, 48, 56, 66]. В этом случае, помимо указанной выше, требуется решать и ряд других, не менее важных задач, связанных с наведением КА:

- определение и прогнозирование фактической орбиты КА;

оценка результатов прогноза с точки зрения выполнения целевой задачи;

расчет и измерение навигационных элементов полета;

вычисление маневров, необходимых для исправления ошибок траектории или поддержка заданной орбиты и т. д.

Сравнивая эти задачи с задачами космической баллистики, можно заметить много общего. В этом смысле космическая навигация, входя самостоятельной частью в состав космической баллистики, расширяет и дополняет ее. В силу этого указанные дисциплины, по крайней мере, нельзя противопоставлять. Более того, подавляющее большинство специалистов в последнее время приходит к выводу о необходимости их совместного рассмотрения.

В соответствии с изложенными особенностями, понятиями и смыслом космической баллистики как науки осуществлено построение учебника. Прежде всего изучается обстановка и условия космического полета, выявляется состав сил, действующих на КА. Затем очень кратко рассматриваются методы классической небесной механики — возмущенное и невозмущенное движение, без понимания и знания которых невозможно изучение космического полета. Применение общих методов небесной механики хорошо иллюстрируется выбором траекторий межпланетных КА, когда на первом этапе исследований можно ограничиться учетом только сил тяготения Солнца, планет и их спутников.

После изучения общетеоретических вопросов орбитального движения рассматриваются основные задачи космической баллистики, начиная с определения и прогнозирования орбит КА. Специфика указанных задач состоит в том, что если известны положение и скорость КА, то в общем случае можно определить орбиту с использованием методов небесной механики. Но на практике эти данные известны с большими погрешностями или вообще неизвестны, но зато проводятся измерения, позволяющие контролировать орбиту КА. Определение орбиты КА по внешне-траекторным измерениям требует разработки специальных методов и приемов.

Особое место в космической баллистике занимают вопросы маневрирования в космическом пространстве и обеспечения движения в атмосфере Земли и планет, включая посадку на их поверхность. Это самостоятельные направления космической техники, со всей наглядностью иллюстрирующие сегодняшние возможности человечества в организации космических полетов. Решение этих задач потребовало разработки специальных методов исследования, учитывающих общие условия и частные специфические требования, исходящие из целей полета КА.

В последнем разделе учебника рассматриваются задачи, связанные с практической организацией полетов конкретных КА: это вопросы баллистико-навигационного обеспечения управления полетом. Очень кратко излагаются организационные принципы построения службы управления полетом и показывается место баллистиков в решении задач управления. Далее на конкретных примерах иллюстрируется специфика решения основных задач баллистического обеспечения, определяемая практически абсолютной достоверностью результатов, их высокой точностью и быстротой

получения. Помимо этого приводятся алгоритмы решения ряда задач, напрямую не связанных с определением движения КА, но необходимых для проведения разного рода экспериментов, выявления условий проведения различных операций на борту КА и во время его маневрирования и т. п.

В заключение отметим, что при написании учебника авторы старались учесть общепринятые представления и тенденции.

РАЗДЕЛ I. ОРБИТАЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Полное и достоверное знание условий полета летательного аппарата в космическом пространстве необходимо прежде всего на этапе проектирования и создания КА. Неучет каких-либо условий, в которых окажется аппарат в процессе полета, может привести к потере КА или прекращению его функционирования. Необходимо также четко представлять, что степень знания реальных условий полета КА однозначно влияет на уровень проектно-баллистических и проектно-конструкторских изысканий и находит свое конечное отражение в итоговом результате—весе полезной нагрузки, выводимом на траекторию полета.

ГЛАВА 1. УСЛОВИЯ КОСМИЧЕСКОГО ПОЛЕТА

Почти за 30-летний период развития космонавтики накоплен богатый опыт решения сложнейших задач создания КА и баллистико-навигационного обеспечения их полетов. Именно в процессе развития ракетно-космической техники отчетливо проявилась тесная связь уровня знаний условий космического полета и принимаемых проектно-конструкторских решений. Наиболее значительно эта связь проявляется при решении вопросов обеспечения безопасности полетов и посадки пилотируемых аппаратов (радиационная и метеорная защита, теплозащита спускаемого аппарата). При создании автоматических аппаратов для исследования планет Солнечной системы полный учет условий полета КА и движения его в атмосфере планеты позволяет проектантам найти рациональное распределение между массой защитного корпуса и массой доставляемой полезной нагрузки, между массой и составом бортовой аппаратуры и т. д.

В результате для успешного решения прикладных задач космонавтики необходимо, с одной стороны, привлекать достижения многих естественно-научных дисциплин — астрономии, планетологии, физики атмосферы, климатологии, геологии и многих других. С другой стороны, разработчик должен иметь информацию о таких вопросах, как структура и строение Солнечной системы, структура и динамика атмосфер планет, особенности гравитационного поля и условия на поверхности небесных тел, условия в космическом пространстве (уровень воздействия электрического, магнитного полей и радиационных поясов для Земли; уровень корпускулярного и волнового излучения; метеорная обстановка и др.).

1.1. СОЛНЕЧНАЯ СИСТЕМА

Солнечной системой называется система, состоящая из центральной звезды — Солнца и обращающихся вокруг нее 9 больших планет со своими спутниками, астероидов (малых планет), комет, метеоритов, метеорных тел, межпланетной твердой космической пыли и разреженных газов. Пространство, занимаемое Солнечной системой, пронизывается корпускулярным и электромагнитным излучением Солнца. Характерными для Солнечной системы являются также электромагнитные и гравитационные поля. Движение всех достаточно крупных тел Солнечной системы подчиняется закону всемирного тяготения.

Солнечная система является составной частью обширной звездной системы, состоящей из более чем 100 млрд. звезд, которая называется Галактикой. Диаметр Галактики оценивается величиной около 100 000 световых лет.

Световой год — есть расстояние, которое проходит луч света за один год: 1 световой год = 63239.7 а.е.

Астрономическая единица длины (а.е.д.) — есть среднее расстояние от Земли до Солнца: 1 а.е. = 149 597 900 км.

Наша Галактика является лишь одной из множества других галактик и принадлежит к небольшому скоплению галактик, называемому местной группой галактик. В состав этой группы входит также туманность Андромеды — галактика, удаленная от нас на расстояние 2,2 млн. световых лет и являющаяся самым далеким объектом, видимым с Земли невооруженным глазом.

Реальные границы Солнечной системы определяются из условия устойчивого движения ее тел. Все 9 больших планет — Меркурий, Венера, Земля, Марс, Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун и Плутон — обращаются вокруг Солнца в одном направлении (в направлении осевого вращения Солнца), по почти круговым орбитам, мало наклоненным к плоскости эклиптики. Большинство планет вращаются вокруг своей оси в прямом направлении (против хода часовой стрелки, если наблюдать с северного полюса Мира). Исключение составляют лишь две планеты: Венера, вращающаяся в обратном направлении; Уран, ось вращения которого лежит почти в плоскости орбиты движения.

Планеты Солнечной системы принято классифицировать по трем различным признакам:

- по размерам — на большие (Меркурий, Венера, Земля, Марс, Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун, Плутон) и малые, или астероиды;

- по расположению относительно Земли — на внутренние (Меркурий, Венера) и внешние (Марс, Юпитер и др.);

- по физическим особенностям — на земную группу (Меркурий, Венера, Земля, Марс, Плутон) и юпитерову группу (Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун).

Среднее расстояние от Солнца до самой далекой планеты Плутон составляет 39,65 а.е.

Плоскостью эклиптики называется плоскость, в которой движется центр масс системы Земля—Луна. Эта плоскость принимается

Параметры	Небесное			
	Солнце	Меркурий	Венера	Земля
Среднее расстояние от Солнца, а. е.	—	0,387	0,723	1,00
Относительная масса	332400	0,055	0,816	1,00
Экваториальный диаметр, км	1391000	4840	12100	12742
Гравитационная постоянная, км ³ /с ²		$(2,16-2,19) \cdot 10^4$	$3,253 \cdot 10^5$	$3,986 \cdot 10^5$
Наклонение экватора к плоскости орбиты	7° 15'	7° (?)	178°	23° 27'
Наклонение орбиты к эклиптике	—	7°	3° 23'	—
Сидерический период обращения, год	—	0,241	0,615	1,000
Синодический период обращения, сутки	—	115,88	583,92	—
Средняя орбитальная скорость, км/с	—	47,83	34,99	29,76
Первая космическая скорость, км/с	—	—	7,32	7,9
Скорость освобождения, км/с	—	4,2–4,3	10,37	11,19
Ускорение свободного падения на поверхности, м/с ²	—	3,68–3,74	8,88	9,814
Плотность атмосферы на поверхности, кг/м ³ (номинальная)	—	—	$67,3 \cdot 10^9$	$1,23 \cdot 10^9$
Логарифмический градиент плотности, (номинальный), км ⁻¹	—	—	0,1103	0,165
Высота условной границы плотных слоев атмосферы, км	—	—	120	100

за основную при отсчете наклонений орбит планет и других тел Солнечной системы.

Сидерический период обращения планеты — есть промежуток времени, в течение которого планета совершает полный оборот вокруг Солнца.

Синодический период обращения планеты — есть промежуток времени, по истечении которого планета возвращается в прежнее положение относительно Солнца (при наблюдении с Земли).

Основные характеристики Солнца и планет Солнечной системы приведены в табл. 1.1. Для планет, имеющих атмосферы, в таблице даются основные параметры атмосфер, используемые при проведении баллистических расчетов.

Таблица 1.1

тело					
Марс	Юпитер	Сатурн	Уран	Нептун	Плутон
1,524	6,203	9,539	19,19	30,07	39,51
0,108 6780	318,36 139200	95,30 114800	14,54 53400	17,50 49700	0,8 (?) 5500 (?)
$4,29 \cdot 10^4$	$1,268 \cdot 10^8$	$3,799 \cdot 10^7$	$5,798 \cdot 10^6$	$6,977 \cdot 10^6$	$(3-3,7) \cdot 10^5$
24° 48'	3° 06'	26° 45'	98°	29°	(?)
1° 51'	1° 18'	2° 29'	0° 46'	1° 46'	1° 7'
1,881	11,862	29,458	84,015	164,8	247,69
779,94	398,88	378,09	369,66	367,49	366,74
24,11	13,05	9,64	6,80	5,43	4,8
3,55	42,1	25,2	14,8	16,6	—
5,03	60,4	36,4	20,8	23,7	14,8–16,4 (?)
3,88	26,2	11,5	8,13	11,3	> 20 (?)
$0,135 \cdot 10^9$	$1,52 \cdot 10^8$	$7,11 \cdot 10^8$	$0,487 \cdot 10^9$	$0,48 \cdot 10^9$	—
0,0995	0,046	0,0368	0,0367	0,057	—
100	400	500	500	400	—

1.2. СОЛНЦЕ

КА, движущийся в космическом пространстве, испытывает со стороны Солнца световое, тепловое, гравитационное и радиационное воздействия. Во время мощных хромосферных вспышек доза облучения может привести к гибели экипажа корабля при отсутствии специальных защитных средств. По данным медико-биологических исследований солнечная активность весьма заметно влияет на организм и самочувствие людей.

Солнце представляет собой гигантский самосветящийся водородно-гелиевый шар. Мощность излучения Солнца чрезвычайно велика и составляет $3,74 \cdot 10^{23}$ кВт, однако на Землю попадает лишь около половины миллиардной доли этой величины.

Масса Солнца составляет $1,989 \cdot 10^{27}$ т, что превышает в 332400 раз массу Земли (табл. 1.1), а радиус Солнца превышает земной радиус в 109 раз. Отметим также, что для Солнечной системы характерна резкая диспропорция в распределении массы и момента количества движения – на долю планет приходится 0,15% массы и 98% момента количества движения системы. Вращение Солнца прямое, совпадает по направлению с движением планет по своим орбитам.

Солнечная активность. Многочисленные наблюдения за Солнцем привели к выявлению закономерности в солнечной активности, которая связывается с появлением так называемых солнечных пятен сначала в околополярных областях, затем их количество увеличивается и в итоге они достигают солнечного экватора. Общая численность активных образований (факелов, протуберанцев) подчинена 11-летнему циклу. Обнаружены и другие более продолжительные циклы (например, 80-летний цикл). Выявлены также активные области на Солнце, в которых наиболее часто возникают активные образования. Для количественной оценки солнечной активности используются числа Вольфа, учитывающие общее число пятен и число групп пятен.

Хромосферные вспышки. Солнечная (хромосферная) вспышка представляет собой внезапное и кратковременное увеличение яркости участка хромосферы. Увеличение яркости до максимума происходит в течение времени порядка 5 мин со средней продолжительностью вспышки 1000 с. Вспышки обычно сопровождаются радиовсплесками. Через 2–3 мин от момента фиксирования вспышки в окрестности Земли регистрируется повышение рентгеновского излучения, а через 10–100 мин – увеличение интенсивности космического излучения.

Солнечные вспышки оказывают заметное влияние как на верхнюю атмосферу, так и на биосферу Земли.

Солнечный ветер представляет собой радиальное истечение плазмы солнечной короны в межпланетное пространство. Средняя скорость солнечного ветра при невозмущенной короне составляет около 400 км/с.

1.3. ЗЕМЛЯ И ОКОЛОЗЕМНОЕ ПРОСТРАНСТВО

Земля движется по эллиптической орбите, в одном из фокусов которой находится Солнце. Период обращения Земли вокруг Солнца – сидерический земной год – составляет 365,254 сут.

Гравитационное поле и фигура Земли. Гравитационным полем Земли называется поле сил тяжести, характеризуемое потенциалом сил тяжести U и ускорением свободного падения g , которое определяется действием двух сил: силы притяжения в соответствии с законом всемирного тяготения и центробежной силой, обусловленной вращением Земли. Знание аналитической зависимости для потенциала U необходимо во многих областях практической деятельности и прежде всего в космонавтике. Как известно, гравитационная сила является определяющей силой при движении КА в любой среде, и поэтому нестрогий учет этой силы может привести в итоге к невыполнению целевой задачи полета КА.

Земля представляет собой неоднородное тело вращения, имеющее сложную конфигурацию поверхности. Однако в первом приближении Землю можно рассматривать как однородное тело, имеющее форму сферы с радиусом поверхности $R = 6371$ км и ускорением свободного падения на поверхности $g_0 = 9,81$ м/сек². Потенциал сил тяжести для сферической модели Земли (когда плотность является функцией только расстояния от центра сферы) записывается как

$$U = \mu/r, \quad (1.1)$$

где μ — гравитационный параметр Земли ($\mu = 398600,4$ км³/с²), равный произведению постоянной тяготения f на массу Земли M : $\mu = fM$; r — расстояние от центра сферической Земли до точки, в которой рассчитывается потенциал.

По физическому смыслу потенциал в данной точке гравитационного поля равен работе, которую необходимо совершить при перемещении единичной массы из данной точки на бесконечно большое расстояние. При этом совершение работы связано с преодолением сил гравитационного поля. Если через X , Y , Z обозначить проекции силы притяжения некоторой точки массивным притягивающим телом на оси прямоугольной системы координат $O\xi\eta\zeta$, то справедливы соотношения:

$$X = \frac{\partial U}{\partial \xi}, \quad Y = \frac{\partial U}{\partial \eta}, \quad Z = \frac{\partial U}{\partial \zeta}.$$

Ускорение g силы притяжения направлено по радиусу-вектору к центру Земли и определяется в соответствии с этим свойством потенциала:

$$g = \frac{\partial U}{\partial r} = -\frac{\mu}{r^2}. \quad (1.2)$$

Для определения значения g на высоте h полета КА используется другое соотношение, получаемое из (1.2):

$$g(h) = g_0 \left(\frac{R_0}{R_0 + h} \right)^2, \quad (1.3)$$

где R_0 — средний радиус Земли; g_0 — ускорение на высоте $h = 0$.

Следующим приближением к действительной форме Земли является эллипсоид вращения, называемый земным эллипсоидом. Для характеристики размеров и формы земного эллипсоида используются параметры: большая полуось a , малая полуось b , эксцентриситет $e = \sqrt{a^2 - b^2}/a$ и сжатие $\alpha = a - b/a$. Эллипсоид наилучшим образом описывающий (аппроксимирующий) какой-либо район земной поверхности, называется референц-эллипсоидом. В СССР в качестве референц-эллипсоида принят эллипсоид Ф.Н. Красовского с параметрами: $a = 6378,245$ км и $\alpha = 1/298,3$.

При проведении точных баллистических расчетов траекторий движения КА в качестве наилучшего приближения к действительной поверхности Земли принимается геоид-гипотетическая уровенная поверхность потенциала сил притяжения, совпадающая с уровнем спокойного океана. Стандартной формой записи потенциала сил притяжения Земли, рекомен-

дованной Международным Астрономическим Союзом для практического использования, является [1]:

$$U = \frac{\mu}{r} \left\{ 1 - \sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{R_z}{r} \right)^n P_n(\sin \varphi) + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{k=1}^n \left(\frac{R_z}{r} \right)^n P_n^{(k)}(\sin \varphi) [C_{nk} \cos k\lambda + S_{nk} \sin k\lambda] \right\}, \quad (1.4)$$

где r , φ , λ — соответственно радиус, широта и долгота точки; R_z — есть средний экваториальный радиус; J_n , C_{nk} , S_{nk} — безразмерные коэффициенты, зависящие от формы Земли и распределения масс внутри нее; P_n , $P_n^{(k)}$ — полином Лежандра и присоединенная функция Лежандра, вычисляемые по известным аналитическим зависимостям.

Первый член в выражении (1.4) является потенциалом сил притяжения шара (с равномерным распределением плотности внутреннего вещества). Остальные члены разложения (1.4) характеризуют отличие Земли от тела сферической структуры, их называют зональными, секториальными и тессеральными гармониками.

Второе слагаемое выражения (1.4), содержащее $P_n(\sin \varphi)$, называется зональной гармоникой порядка n . Это слагаемое меняет знак на n параллелях, поэтому сферическая Земля разделяется на $n + 1$ широтных зон, в которых слагаемое поочередно принимает положительные или отрицательные значения. Основным является вторая зональная гармоника ($n = 2$), которая обусловлена сплюснутостью Земли у полюсов.

Третий член разложения (1.4) включает два типа гармоник — секториальные гармоник порядка n и тессеральные гармоник порядка n и индекса k . Расположение областей положительных и отрицательных значений всех типов гармоник (до 4-го порядка) приведено на рис. 1.1. В общем случае секториальные и тессеральные гармоник характеризуют отличие Земли от тела, динамически симметричного относительно оси вращения, а зональные (при нечетных n) и тессеральные гармоник (при нечетной разности $n - k$) определяют асимметрию Земли относительно плоскости экватора.

Точность баллистических расчетов зависит от типа используемых гармоник и количества слагаемых, оставляемых в разложении (1.4). Основным значимым членом в разложении является J_2 (вторая зональная гармоника), поскольку численные значения коэффициентов J_n ($n > 2$), коэффициентов секториальных и тессеральных гармоник на несколько порядков меньше J_2 . Для приближенных расчетов в разложении (1.4) оставляют такое количество слагаемых, чтобы обеспечивалась приемлемая точность. Для очень точных баллистико-навигационных расчетов (особенно на длительный промежуток времени) используются все три типа гармоник, а количество слагаемых в разложении (1.4) определяется исходя из компромисса между требуемой точностью и затратами машинного времени на ЭВМ.

Магнитное поле Земли. Земля представляет собой слабый постоянный магнит. Магнитное поле Земли напоминает магнитное поле

Порядок гармоники					
$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$		
Зональные гармоники					
				$k=0$	Индекс гармоник
				$k=1$	
				$k=2$	
				$k=3$	
				$k=4$	
Секториальные гармоники					

Рис. 1.1. Типы гармоник потенциала поля тяготения Земли и расположение на сфере областей изменения их знаков

диполя, ось которого наклонена приблизительно на $11^{\circ},4$ к оси вращения. Напряженность поля на геомагнитных полюсах в два раза превышает напряженность поля на экваторе. Геомагнитные полюсы не являются диаметрально противоположными, мысленно проведенная через них линия будет расположена на расстоянии около 1100 км от центра Земли. Геомагнитное поле располагается в ограниченной области околоземного космического пространства (вследствие постоянно действующего солнечного ветра). Область расположения геомагнитного поля называется *магнитосферой Земли*.

Радиационные пояса Земли были обнаружены в середине 50-х годов. Зарегистрировано 2 больших пояса – внутренний и внешний, в которых в результате взаимодействия с магнитным полем Земли “остаются” высокоэнергетические заряженные частицы – электроны и протоны.

Внутренний радиационный пояс состоит из частиц высокой интенсивности, в основном, протонов. Расположен симметрично относительно магнитного экватора и ограничен с внешней стороны силовыми линиями, выходящими на геомагнитной широте $35 \dots 40^{\circ}$. Внутренняя граница пояса, ближайшая к земной поверхности, находится на расстоянии 500 км (в западном полушарии) и на расстоянии 1500 ... 1600 км (в восточном) от земной поверхности. Верхняя граница пояса расположена на высотах 9000 ... 10 000 км.

Внешний радиационный пояс состоит, в основном, из электронов. Он расположен между двумя поверхностями, образованными силовыми линиями магнитного поля, выходящими на геомагнитных широтах 50° и 70° .

Атмосфера Земли есть газообразная оболочка вокруг земно. го шара с радиальной протяженностью порядка 20 000 км.

Атмосфера состоит из смеси различных газов, которые на уровне моря занимают (по объему): азот (N_2) — 78,08%, кислород (O_2) — 20,95%, аргон (Ar) — 0,93%, углекислый газ (CO_2) — 0,03%. Остальные компоненты — водород (H_2), гелий (He), ксенон (Xe), криптон (Kr), неон (Ne) и др. — составляют миллионные доли процента. Большую роль играют такие небольшие по процентному объему составляющие, как водяной пар и озон.

Плотность и давление воздуха с увеличением высоты уменьшаются по экспоненциальному закону, причем степень изменения параметров различна. До высот 180 км наблюдаются значительные колебания плотности и давления в течение суток. Поскольку точной и строгой аналитической модели земной атмосферы не разработано, то при проведении расчетов широкое применение имеет приближенная модель, в которой используется допущение об изотермичности атмосферы. В этом случае плотность изменяется по экспоненциальному закону

$$\rho = \rho_0 e^{-\beta h}, \quad (1.5)$$

где ρ_0 — плотность атмосферы на уровне моря (на высоте $h = 0$), $\rho_0 = 0,125 \text{ (кг} \cdot \text{с}^2\text{)/м}^4$; β — логарифмический градиент плотности, который изменяется с высотой; в диапазоне высот до 100 км коэффициент β принимается неизменным.

При проведении точных расчетов движения КА применяют единую (для всех исследовательских центров) так называемую стандартную атмосферу.

В СССР в настоящее время принята и используется стандартная атмосфера (ГОСТ 4401–81), которая устанавливает численные значения основных термодинамических и физических параметров атмосферы на высотах до 200 км (вне зависимости от времени года и суток, от географического положения). Для верхних слоев атмосферы разработаны и используются специальные модели (ГОСТ 22721–77, ГОСТ 25645.101–83, а также ГОСТы 25645.102–83 (Методика расчета характеристик вариаций плотности) и 25645.302–83 (Методика расчета индексов солнечной активности).

1.4. ПЛАНЕТЫ ЗЕМНОЙ ГРУППЫ

Меркурий — ближайшая к Солнцу и наименьшая планета среди остальных планет. Период обращения вокруг Солнца равен 88 сут. Меркурий немного больше Луны, а его средняя плотность близка к средней плотности Земли. Относительно недавно установлено, что Меркурий вращается вокруг своей оси в прямом направлении с периодом, составляющим $2/3$ периода обращения вокруг Солнца. Температура на поверхности планеты меняется от 690 К (на освещенной стороне) до 150 К (на неосвещенной), причем в зависимости от расстояния до Солнца температура изменяется примерно на 20%.

Атмосфера планеты содержит углекислый газ, его концентрация может составлять от 10 до 100%. По расчетам плотность атмосферы на 2 ... 3 порядка ниже, чем у атмосферы Земли.

Венера является ближайшей к Земле планетой и периодически приближается к ней на расстояние 39 млн. км. По размерам и массе Венера незначительно уступает Земле. Венера совершает полный оборот вокруг Солнца за 225 сут. Установлено, что Венера вращается в обратную сторону (с востока на запад).

Атмосфера Венеры состоит, в основном, из углекислого газа (~ 97%) и азота (менее 2%) с незначительным содержанием кислорода (~ 0,1%), метана (0,1%), воды (~ 0,05%) и др. Для атмосферы характерен так называемый парниковый эффект, объясняемый большим количеством углекислоты и мощным облачным покровом. Сущность эффекта состоит в том, что атмосфера планеты прозрачна для видимого излучения, но непрозрачна в инфракрасной части спектра для теплового излучения с поверхности планеты. По данным советских АМС "Венера" температура на поверхности планеты порядка 500°C, а атмосферное давление — около 100 атм. Спускаемый аппарат АМС "Венера-8" зарегистрировал существование в атмосфере широтных ветров, направленных в сторону вращения планеты. По полученным данным скорость этих ветров превосходит 70 м/с (на высотах более 45 км). По данным радиолокационного зондирования твердой поверхности Венеры установлено, что поверхность является неровной с перепадом высот до 20 км. Были обнаружены также округлые образования, напоминающие по форме и строению лунные кратеры.

Марс в периоды великих противостояний, повторяющихся каждые 15 лет, приближается к Земле на расстояние 56 млн. км.

Диаметр Марса вдвое меньше земного диаметра, а масса — в 9 раз меньше земной (табл. 1.1). Марсианский год длится 686 земных суток, сутки на Марсе почти равны земным суткам.

Марс имеет атмосферу, состоящую в основном из углекислого газа и небольшого количества водяных паров. Атмосфера является очень разреженной и давление у поверхности планеты составляет всего 4 ... 8 мбар (в атмосфере Земли такое давление соответствует высоте около 35 км).

Температура марсианской поверхности нестабильна: ночная температура близка к — 100°C, в полдень температура на экваторе поднимается до + 20°C, а к моменту захода Солнца — опускается до — 50°C. Средняя температура на поверхности Марса значительно ниже земной. Существование магнитного поля Марса не доказано. Радиационные пояса у Марса не обнаружены.

Современные данные о структуре поверхности Марса свидетельствуют о том, что Марс является гористой планетой с перепадами высот до 12 км. Основные формы рельефа — многочисленные кратеры, которые по размерам, форме и деталям строения очень похожи на лунные кратеры. Зарегистрированы также образования, напоминающие земные овраги и русла высохших рек [14].

Плутон является самой удаленной от Солнца планетой. На сегодняшний день имеется мало данных о Плуtone.

Орбита Плутона пересекает орбиту Нептуна, и Плутон временами оказывается расположенным к Солнцу ближе, чем Нептун. Предположительно, масса Плутона меньше массы Земли, а период вращения его вокруг своей оси составляет 6,4 земных суток.

1.5. ПЛАНЕТЫ ЮПИТЕРОВОЙ ГРУППЫ

Ю п и т е р является самой большой планетой Солнечной системы. Видимая поверхность планеты покрыта чередующимися светлыми и темными полосами, расположенными параллельно экватору. Наибольшей интенсивностью обладают тропические полосы.

Юпитер обладает мощной атмосферой, состоящей в основном из молекулярного водорода, метана, аммиака и гелия. Температура верхних слоев атмосферы составляет -143°C . Предполагают, что юпитерианские облака состоят, в основном, из ледяных кристаллов аммиака. Считается, что глубина газообразной атмосферы составляет величину от 1 до 20% радиуса планеты. При этом основное тело планеты состоит из затвердевших водорода и гелия.

Юпитер окружен мощными радиационными поясами. Составляющие их частицы имеют солнечное происхождение. Для Юпитера характерно радиоизлучение в метровом диапазоне, обнаружено также интенсивное излучение радиоволн нетеплового происхождения.

С а т у р н находится значительно дальше от Солнца, чем Юпитер (табл. 1.1). В атмосфере обнаружены молекулярный водород и метан, следов аммиака не найдено. Температура верхних слоев атмосферы составляет -183°C . На видимом диске Сатурна различают слабые полосы и пятна, подобные юпитерианским. Наблюдается радиоизлучение в сантиметровом диапазоне.

Сатурн обладает уникальной особенностью: имеется система колец, расположенных в плоскости экватора — внешнее кольцо (на расстояниях 139 ... 120 тыс. км), внутреннее яркое кольцо (на расстояниях 117 ... 89 тыс. км) и внутреннее полупрозрачное кольцо (на расстояниях 89 ... 79 тыс. км). Кольца Сатурна имеют сложную структуру. Состоят кольца из множества мелких тел (с поперечником порядка 1 м), толщина колец оценивается величиной, примерно равной 20 км.

У р а н, Н е п т у н. Эти планеты-гиганты являются наиболее удаленными от Солнца. Они слабо изучены и данные о них весьма скупы.

В спектрах Урана и Нептуна обнаружены молекулярный водород и метан. На диске Урана различают отдельные пятна и темные полосы (подобные юпитерианским). На Нептуне каких-либо деталей поверхности рассмотреть пока не удалось.

1.6. ПРИБЛИЖЕННЫЕ МОДЕЛИ АТМОСФЕР ПЛАНЕТ

При проведении проектно-баллистических исследований движения КА в атмосферах Земли, Венеры, Марса, Юпитера необходимо располагать полными и строгими моделями атмосфер. Если для условий Земли струк-

тура и параметры атмосферы изучены достаточно хорошо, то для других планет надежные данные отсутствуют. При проведении расчетов часто используют приближенные модели атмосфер, основанные на допущении об изотермичности атмосферы (постоянстве температуры по высоте). Это допущение приводит к простому закону изменения плотности атмосферы — экспоненциальному закону вида (1.5) [49]. В табл. 1.1. приведены данные по газовому составу атмосфер планет, а также значения параметров ρ_0 и β для закона (1.5).

1.7. СПУТНИКИ ПЛАНЕТ

Многие планеты Солнечной системы имеют спутники: у Юпитера — 12 спутников, у Сатурна — 10, 5 спутников имеет Уран, по 2 — Марс и Нептун, у Земли имеется только один спутник — Луна. У трех планет — Меркурия, Венеры и Плутона — спутников нет, или они пока не обнаружены. Большинство спутников движутся по круговым орбитам в прямом направлении, причем орбиты, как правило, расположены почти в плоскости экватора своей планеты. Спутники планет разделяются на 2 группы — на крупные планетоподобные тела (с диаметром более 3 тыс. км), и сравнительно небольшие (с диаметром менее 2000 км). К первой группе относятся: спутник Земли — Луна; 4 спутника Юпитера — Ио, Европа, Каллисто, Ганимед; спутник Сатурна — Титан и спутник Нептуна — Тритон. У некоторых спутников обнаружена атмосфера: плотная метановая атмосфера на Титане, разреженные атмосферы вокруг Ио, Европы, Ганимеда, Тритона.

Луна является шестым в группе спутников-гигантов (после Титана, Ганимеда, Каллисто, Тритона, Ио). Радиус Луны составляет 1738 км, а масса — в 81,3 раза меньше массы Земли. Луна находится от Земли на среднем расстоянии 384400 км (около 60 экваториальных радиусов Земли). Луна оказывает заметное влияние на земные физические явления и процессы. Это, прежде всего, приливы и отливы, происходящие дважды в течение суток.

Фигура Луны незначительно отличается от сферы. На Луне обнаружены гравитационные аномалии, вызываемые концентрацией лунных масс в приповерхностных слоях. Районы нахождения аномалий называются масконами. Природа их пока не выяснена.

Луна всегда обращена к Земле одной стороной, что объясняется равенством периода вращения Луны вокруг своей оси так называемому сидерическому месяцу. В каждой точке лунной поверхности день и ночь продолжают приблизительно в течение двух земных недель. Луна совершает периодические колебания около своего центра. Это явление называется лунными *либрациями*.

Луна не имеет атмосферы. Температурные контрасты лунной поверхности весьма значительны: разность дневной и ночной температур составляет величину порядка 250°С (от +110 ... +130°С в полдень, до —140 ... —150°С во время лунной ночи). Магнитное поле Луны однородное, радиационных поясов не обнаружено.

1.8. АСТЕРОИДЫ И МЕТЕОРИТЫ

Между орбитами планет Марс и Юпитер находится пояс астероидов. Первый астероид Центра (диаметром 770 км) был открыт лишь в 1901 г. Суммарная масса астероидов составляет 0,1 массы Земли. Наименьшие по размерам астероиды имеют в поперечнике около 1 км (астероид Икар). Обнаружено, что чем крупнее астероид, тем меньше эксцентриситет его орбиты и наклонение орбиты к плоскости эклиптики. Наибольшее значение наклона ($\approx 42^\circ$) имеет астероид Гидальго. В настоящее время зарегистрировано около 1700 астероидов. Происхождение пояса астероидов пока не выяснено.

Астероиды, которые сталкиваются с Землей и падают на ее поверхность, называются *метеоритами*. Метеориты делятся на 3 основных класса: железные, каменные и железокаменные. Особый класс метеоритов составляют ледяные метеориты. Очень редко в земную атмосферу влетают исполинские метеориты (весом в тысячи и десятки тысяч тонн). При ударе о земную поверхность происходит взрыв, в результате которого образуется огромный кратер. Одним из крупнейших в мире является Аризонский метеоритный кратер с поперечником 1,2 км и глубиной 175 км.

Изучение астероидов и метеоритов очень важно для раскрытия причин и обстоятельств возникновения астероидного пояса.

1.9. КОМЕТЫ И МЕЖПЛАНЕТНАЯ СРЕДА

Кометами называют тела, имеющие один или несколько слабо светящихся хвостов (по терминологии древних — "хвостатые звезды"). Ежегодно астрономы открывают несколько неизвестных ранее комет. Кометы движутся по сильно вытянутым эллиптическим орбитам, имеющим большое наклонение к плоскости эклиптики (у кометы Галлея, например, наклонение равно 162°). Основная масса кометы сосредоточена в ядре. Масса ядра обычной средней кометы составляет величину порядка 10^{12} т, масса хвостов на несколько порядков ниже. У комет (по земным меркам) огромные размеры. Если ядро кометы имеет в поперечнике не более нескольких километров, то головная часть может превышать диаметры Солнца и звезд. Хвосты комет тянутся в пространстве на сотни миллионов километров. Ядро кометы состоит из "льдов" различных веществ — воды, метана, аммиака, углекислого газа и др. Когда комета приближается к Солнцу, ее ядро нагревается, а испаряющиеся газы образуют газовый хвост. В конце своей "жизни" ядро кометы распадается на множество мелких частиц, образующих метеоритный поток.

Метеоры являются телами, вторгающимися в земную атмосферу и светящимися по мере сгорания. Метеоры в отличие от метеоритов полностью распыляются в атмосфере, не достигая поверхности Земли. При встрече Земли с метеорным потоком наблюдаются "звездные дожди".

Процессы дробления комет, астероидов, а также крупных планет и их спутников при столкновениях с метеоритами приводят к заполнению всей Солнечной системы мельчайшей **твердой пылью**.

Основной составляющей межпланетной среды являются излучаемые Солнцем частицы (протоны, электроны, альфа-частицы и др.). К межпланетной среде относится также электромагнитное излучение Солнца. Средняя плотность межпланетной среды очень мала (10^{-21} г/см³), поэтому ее влияние на КА может проявиться лишь при длительных полетах.

ГЛАВА 2. НЕВОЗМУЩЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ

При решении многих задач космической баллистики достаточно наглядное и приемлемое по точности представление о движении КА (по крайней мере, в рамках задач проектной баллистики) можно получить, если учесть воздействие на него лишь одного, наиболее сильно притягивающего тела, и пренебречь влиянием всех других небесных тел. Учитывая, что масса КА ничтожна по сравнению с массой притягивающего тела, орбитальный аппарат правомерно рассматривать как материальную точку, притягиваемую к центральному телу, но не притягивающую это тело. Принятие подобного предположения приводит к понятию "*пассивно гравитирующего*" КА.

Невозмущенным или кеплеровским движением принято называть такое движение материальной точки, которое происходит под действием только одной центральной силы гравитационного притяжения, величина которой, приложенная к пассивно гравитирующему КА, обратно пропорциональна квадрату расстояния до притягивающего центра. В этом случае оказывается возможным аналитически получить все необходимые первые интегралы уравнений движения баллистического невозмущенного движения КА, полностью его описывающие. Для решения этой задачи обычно используют хорошо разработанные в небесной механике методы решения задачи двух тел, сводящейся при принятых предположениях к ограниченной задаче двух тел.

2.1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕВОЗМУЩЕННОГО ДВИЖЕНИЯ КА

Рассматривая абсолютное движение КА, запишем, используя второй закон Ньютона, дифференциальное уравнение движения в векторной форме в виде

$$m\ddot{\mathbf{r}} = m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{F}_\Sigma. \quad (2.1)$$

Здесь $\ddot{\mathbf{r}}$ – полное ускорение, радиус-вектор $\mathbf{r} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$; $\mathbf{F}_\Sigma$ – сумма всех сил, действующих на КА; t – время, независимая переменная.

Какие же силы действуют на КА? Это прежде всего силы притяжения Земли и других небесных тел, определяемые по закону всемирного тяготения $F_{Ti} = f \frac{mM_i}{r_i^2}$, где f – постоянная тяготения, M_i – масса i -го тела, r_i – расстояние от КА до i -го тела. Силу притяжения Земли обозначим

через $F_0 = \mu \frac{m}{r^2}$, где $\mu = fM$ — гравитационный параметр Земли; r — расстояние от КА до центра Земли. Тогда суммарная сила тяготения запишется как $F_T = F_0 + \sum_{i=1}^n F_{Ti}$, где n — число рассматриваемых небесных тел.

При движении около Земли в общем случае следует учитывать еще две силы. Это сила F_1 , вызванная нецентральностью сил тяготения Земли (прежде всего из-за несферичности и неравномерной плотности Земли), а также аэродинамическая сила F_2 , возникающая при движении КА в плотных слоях атмосферы.

Третий вид сил имеет место в результате работы двигательной установки — это сила тяги F_3 . Кроме того, в некоторых случаях могут возникать всякого рода "нечистые" силы, возникающие, например, в результате травления какого-либо газа из отсеков КА и т. п. Обозначим их через F_4 .

Итак, уравнения движения КА в векторной форме запишутся

$$m\ddot{\mathbf{r}} = F_0 + \sum_{i=1}^n F_{Ti} + F_1 + F_2 + F_3 + F_4. \quad (2.2)$$

Или в проекциях на оси геоцентрической инерциальной системы координат

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -F_{0x} - \sum_{i=1}^n F_{Tix} - F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x}; \\ m\ddot{y} &= -F_{0y} - \sum_{i=1}^n F_{Tiy} - F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y}; \\ m\ddot{z} &= -F_{0z} - \sum_{i=1}^n F_{Tiz} - F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} + F_{4z}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

(Знак "минус" в приведенной системе указывает на то, что силы тяготения действуют на КА со стороны Земли и планет). Система дифференциальных уравнений (2.3) имеет шестой порядок и является общей системой уравнений движения естественных и искусственных космических тел, в том числе и ИСЗ.

Будем рассматривать **пассивное движение** КА (тяга двигателя $F_3 = 0$). В этом случае основной силой, формирующей движение КА вне плотных слоев атмосферы, является сила тяготения Земли F_0 ; другие силы по величине на несколько порядков меньше F_0 и в первом приближении ими можно пренебречь. Составляющими силы F_0 являются:

$$F_{0x} = \mu \frac{x}{r^3}, \quad F_{0y} = \mu \frac{y}{r^3}, \quad F_{0z} = \mu \frac{z}{r^3}$$

(здесь $\frac{x}{r}, \frac{y}{r}, \frac{z}{r}$ — направляющие косинусы). В результате получаем систему уравнений невозмущенного движения КА:

$$\ddot{x} + \mu \frac{x}{r^3} = 0, \quad \ddot{y} + \mu \frac{y}{r^3} = 0, \quad \ddot{z} + \mu \frac{z}{r^3} = 0. \quad (2.4)$$

Итак, **н е в о з м у щ е н н ы м** считается движение КА, происходящее под действием только центральной составляющей сил тяготения основного притягивающего тела. В поиске решения системы уравнений (2.4) и состоит существо **т е о р и и н е в о з м у щ е н н о г о (К е п л е р о в с к о г о) движения КА**. Так как (2.4) является системой 6-го порядка, то для ее решения необходимо определить **шесть интегралов**. Общим интегралом системы (2.4) являются соотношения между временем t , координатами КА x, y, z и шестью произвольными постоянными $C_1, C_2, \dots, C_6$:

$$\begin{aligned}\tilde{\Phi}_1(t, x, y, z, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6) &= 0, \\ \tilde{\Phi}_2(t, x, y, z, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6) &= 0, \\ \tilde{\Phi}_3(t, x, y, z, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6) &= 0.\end{aligned}\tag{2.5}$$

Дифференцируя каждое из приведенных уравнений по времени, получим **первые интегралы уравнений движения**:

$$\begin{aligned}\Phi_1^*(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6) &= 0, \\ \Phi_2^*(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6) &= 0, \\ \Phi_3^*(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6) &= 0.\end{aligned}\tag{2.6}$$

Задавая значения координат и составляющих скоростей КА в некоторый начальный момент времени $t = t_0, x = x_0, y = y_0, z = z_0, \dot{x} = \dot{x}_0, \dot{y} = \dot{y}_0, \dot{z} = \dot{z}$ и подставляя их в уравнения (2.5) и (2.6), получим **шесть уравнений относительно шести неизвестных $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$** . Таким образом, зная начальные условия движения КА, можно определить произвольные постоянные.

Приступим к решению системы уравнений невозмущенного движения (2.4).

2.2 ИНТЕГРАЛЫ ПЛОЩАДЕЙ

Умножим первое уравнение (2.4) на y , второе уравнение на x и вычтем одно из другого:

$$\begin{aligned}x\ddot{y} - y\ddot{x} &= 0 \text{ или} \\ x\ddot{y} - y\ddot{x} &= \frac{d}{dt} \left(x \frac{dy}{dt} - y \frac{dx}{dt} \right) = 0.\end{aligned}$$

Интегрируя, находим

$$x \frac{dy}{dt} - y \frac{dx}{dt} = C_3.\tag{2.7}$$

Аналогично можно получить

$$y \frac{dz}{dt} - z \frac{dy}{dt} = C_1;\tag{2.8}$$

$$z \frac{dx}{dt} - x \frac{dz}{dt} = C_2.\tag{2.9}$$

Найденные три интеграла (2.7), (2.8), (2.9) носят названия **интегралов площадей**. Действительно, рассмотрим два момента времени t_1 и t_2 . В момент t_1 радиус-вектор КА равен $\vec{r}$ с координатами x, y, z . В момент $t_2 = t_1 + \Delta t$, где Δt — некоторый малый промежуток времени, — $\vec{r}_2 = \vec{r} + \Delta \vec{r}$, и соответственно

$$x_2 = x + \Delta x, \quad y_2 = y + \Delta y, \quad z_2 = z + \Delta z.$$

Векторное произведение двух векторов равно произведению их модулей на синус угла между ними, т. е. площади параллелограмма, построенного на этих векторах. С другой стороны

$$[\vec{r} \times \vec{r}_2] = [\vec{r} \times \vec{r} + \Delta \vec{r}] = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ x + \Delta x & y + \Delta y & z + \Delta z \end{vmatrix}.$$

Проекция на ось Ox вектора, состоящего из векторного произведения $[\vec{r} \times \vec{r}_2]$, равна

$$yz + y\Delta z - zy - z\Delta y = 2\Delta A_x \quad \text{или} \quad y\Delta z - z\Delta y = 2\Delta A_x.$$

Здесь $2\Delta A_x$ — проекция приращения площади за время Δt на плоскость Oyz . Деля последнее выражение на Δt и переходя к пределу, получим:

$$y \frac{dz}{dt} - z \frac{dy}{dt} = 2 \frac{dA_x}{dt} = C_1.$$

Соответственно получим также

$$z \frac{dx}{dt} - x \frac{dz}{dt} = 2 \frac{dA_y}{dt} = C_2;$$

$$x \frac{dy}{dt} - y \frac{dx}{dt} = 2 \frac{dA_z}{dt} = C_3.$$

Нетрудно видеть, что

$$2 \frac{dA}{dt} = 2 \sqrt{\left(\frac{dA_x}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dA_y}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dA_z}{dt}\right)^2} = \sqrt{C_1^2 + C_2^2 + C_3^2} = C. \quad (2.10)$$

Здесь dA/dt — *секторная скорость*, т. е. приращение площади, описываемой радиусом-вектором движущегося тела за единицу времени.

После интегрирования имеем:

$$A = \frac{1}{2} C(t - t_0). \quad (2.11)$$

Прежде чем сделать некоторые выводы, приведем еще одно важное соотношение. Для его получения умножим интегралы (2.7), (2.8) и (2.9) соответственно на z, x, y и затем сложим полученные результаты:

$$C_1 x + C_2 y + C_3 z = 0. \quad (2.12)$$

Соотношение (2.12) есть уравнение плоскости, т. е. движение тела под действием центральной силы, приложенной в начале координат (в точке O), происходит в плоскости, проходящей через эту точку. Физически это означает, что силы, не находящиеся в плоскости, содержащей радиус-век-

тор $\mathbf{r}$ движущегося тела и вектор его скорости $\dot{\mathbf{r}}$, отсутствуют. Положение плоскости (2.12) в пространстве полностью определяется начальными условиями движения.

В соответствии с (2.11), (2.12) КА будет двигаться по плоской кривой, сохраняя постоянной свою секторную скорость и, следовательно, сохраняя постоянными ее проекции на оси координат и величины C_1 , C_2 , C_3 . Если C_1 , C_2 , C_3 известны, то известны не только величина секторной скорости, но и ориентация плоскости движения КА.

2.3. ИНТЕГРАЛ ЖИВЫХ СИЛ

Умножим первое уравнение системы (2.4) на $\dot{x}$, второе уравнение — на $\dot{y}$, третье уравнение — на $\dot{z}$ и сложим результаты. Получим уравнение:

$$\dot{x}\ddot{x} + \dot{y}\ddot{y} + \dot{z}\ddot{z} + \frac{\mu}{r^3} (x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z}) = 0.$$

Интегрируя, приходим к выражению

$$\frac{1}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \mu/\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \Pi.$$

Здесь Π — некоторая постоянная; выражение в скобках — квадрат скорости:

$$\frac{V^2}{2} - \frac{\mu}{r} = \Pi. \quad (2.13)$$

или

$$V^2 - \frac{2\mu}{r} = H. \quad (2.14)$$

Соотношение (2.13) есть **интеграл энергии** или **интеграл живых сил**. *Вдоль орбиты сумма кинетической и потенциальной энергии при движении тела в центральном поле остается величиной постоянной.* Действительно, считая КА материальной точкой с единичной массой, справедливо: первый член выражения (2.13) есть кинетическая энергия, а второй член — потенциальная. Как известно, потенциальная энергия равна произведению веса тела на высоту. Для единичной массы, удаленной от начала координат на величину r , потенциальная энергия равна $-gr$. Так как ускорение силы притяжения $g = \mu/r^2$ (для сферической модели Земли), то после подстановки значения g получаем $-\mu/r$.

2.4. ИНТЕГРАЛЫ ЛАПЛАСА

Вводим следующие обозначения: $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$;

$$r \frac{dr}{dt} = x \frac{dx}{dt} + y \frac{dy}{dt} + z \frac{dz}{dt},$$

$$\frac{dr'}{dt} = x\ddot{x} + y\ddot{y} + z\ddot{z} + \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2.$$

Подставим в последнее выражение вместо $\ddot{x}$, $\ddot{y}$, $\ddot{z}$ их выражения из (2.4), а вместо квадрата скорости — выражения из (2.14):

$$\frac{dr'}{dt} = \frac{\mu}{r} + H = V^2 - \frac{\mu}{r}. \quad (2.15)$$

Дифференцируя это уравнение, получим

$$\frac{d^2 r'}{dt^2} = \frac{\mu}{r^2} \frac{dr}{dt} = -\frac{\mu}{r^3} r'$$

или

$$\frac{d^2 r'}{dt^2} + \frac{\mu}{r^3} r' = 0. \quad (2.16)$$

Уравнение (2.16) структурно похоже на уравнение (2.4). Умножим первое из уравнений (2.4) на $(-r')$, соотношение (2.16) на $(+x)$ и сложим результаты:

$$x\ddot{r}' - r'\ddot{x} = \frac{d}{dt} (x\dot{r}' - r'\dot{x}) = 0.$$

Аналогично получаются два других уравнения:

$$y\ddot{r}' - r'\ddot{y} = \frac{d}{dt} (y\dot{r}' - r'\dot{y}) = 0;$$

$$z\ddot{r}' - r'\ddot{z} = \frac{d}{dt} (z\dot{r}' - r'\dot{z}) = 0.$$

Интегрирование этих уравнений дает так называемые интегралы Лапласа, по внешнему виду напоминающие интегралы площадей:

$$\left. \begin{aligned} x\dot{r}' - r'\dot{x} &= f_1, \\ y\dot{r}' - r'\dot{y} &= f_2, \\ z\dot{r}' - r'\dot{z} &= f_3. \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

Интегралы Лапласа можно представить в другой форме, переходя к координатам и составляющим скорости:

$$\left. \begin{aligned} -\mu \frac{x}{r} - \dot{z}(x\dot{z} - x\dot{z}) + \dot{y}(x\dot{y} - y\dot{x}) &= f_1, \\ -\mu \frac{y}{r} - \dot{x}(x\dot{y} - y\dot{x}) + \dot{z}(y\dot{z} - z\dot{y}) &= f_2, \\ -\mu \frac{z}{r} - \dot{y}(y\dot{z} - z\dot{y}) + \dot{x}(z\dot{x} - x\dot{z}) &= f_3. \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

2.5. ШЕСТОЙ ИНТЕГРАЛ УРАВНЕНИЙ НЕВОЗМУЩЕННОГО ДВИЖЕНИЯ

Если провести формальный подсчет полученных интегралов, то насчитаем их *семь* и, соответственно, *семь* постоянных: $C_1, C_2, C_3, H, f_1, f_2, f_3$. Однако они не могут составить решения системы уравнений (2.4), ибо а) ни один из них не содержит явно времени; б) имеют место два тождественных соотношения:

$$C_1 f_1 + C_2 f_2 + C_3 f_3 = 0; \quad (2.19)$$

$$f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 = \mu^2 + H(C_1^2 + C_2^2 + C_3^2). \quad (2.20)$$

Соотношение (2.19) может быть легко получено, если левые части интегралов площадей (2.7), (2.8); (2.9) умножить на левые части интегралов Лапласа (2.17) и полученные результаты сложить. Соотношение (2.19) определяет условие перпендикулярности векторов площадей и Лапласа.

Соотношение (2.20) получается более сложным путем и не имеет такой четкой физической интерпретации, как (2.19). Но из него следует важное условие: *вектора площадей и Лапласа никогда не могут быть равны нулю одновременно*.

Итак, используя соотношения (2.19) и (2.20), можно выразить любые две из семи постоянных в функции пяти остальных, которые остаются произвольными. Недостающий *шестой интеграл* может быть найден простой квадратурой. Действительно, из уравнений (2.7) ... (2.9), (2.13) или (2.14), (2.17) или (2.18) можно выразить любые пять из величин $x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ через шестую (например, через x) и, естественно, произвольные постоянные:

$$\begin{aligned} y &= \varphi_1(x, H, C_1, C_2, C_3, f_1, f_2, f_3); \\ z &= \varphi_2(x, H, C_1, C_2, C_3, f_1, f_2, f_3); \\ \dot{x} &= \varphi_3(x, H, C_1, C_2, C_3, f_1, f_2, f_3); \\ \dot{y} &= \varphi_4(x, H, C_1, C_2, C_3, f_1, f_2, f_3); \\ \dot{z} &= \varphi_5(x, H, C_1, C_2, C_3, f_1, f_2, f_3). \end{aligned} \quad (2.21)$$

Берем любое из трех последних уравнений. Например, уравнение для $\dot{x}$:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = \varphi_3(x, H, C_1, C_2, C_3, f_1, f_2, f_3).$$

Это соотношение представляет собой дифференциальное уравнение первого порядка с переменными x и t , которое интегрируется разделением переменных:

$$\int \frac{dx}{\varphi_3(x, H, C_1, C_2, C_3, f_1, f_2, f_3)} = t + \kappa. \quad (2.22)$$

Здесь κ — произвольная постоянная.

Из уравнения (2.22) принципиально возможно определить координату x как функцию независимой переменной t :

$$x = \psi_1(t, H, C_1, C_2, C_3, f_1, f_2, f_3, \kappa).$$

Подставляя найденное выражение в (2.21), окончательно получим

$$\left. \begin{aligned} x &= \psi_1(t, H, C_1, C_2, C_3, f_1, f_2, f_3, \kappa); \\ y &= \psi_2(t, H, C_1, C_2, C_3, f_1, f_2, f_3, \kappa); \\ z &= \psi_3(t, H, C_1, C_2, C_3, f_1, f_2, f_3, \kappa). \end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= \psi_4(t, H, C_1, C_2, C_3, f_1, f_2, f_3, \kappa); \\ \dot{y} &= \psi_5(t, H, C_1, C_2, C_3, f_1, f_2, f_3, \kappa); \\ \dot{z} &= \psi_6(t, H, C_1, C_2, C_3, f_1, f_2, f_3, \kappa). \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

Соотношения (2.23) и (2.24) дают общий интеграл системы уравнений движения (2.4), ибо представляют собой *шесть* соотношений между временем, неизвестными функциями и *шестью* независимыми произвольными постоянными. Более того, (2.23) и (2.24) дают **я в н ы е** выражения для неизвестных величин в зависимости от времени и требуемого числа постоянных.

Следовательно, они представляют собой *общее* решение системы уравнений (2.4). При этом уравнения (2.23) есть **параметрические уравнения траектории движущегося КА**. Они позволяют определить координаты КА для любого момента времени. **Замкнутая траектория, по которой движется КА, называется орбитой.**

Соотношения (2.24) определяют составляющие скорости КА для любого момента времени, величину скорости $V = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$ и ее направляющие косинусы $(\frac{\dot{x}}{V}, \frac{\dot{y}}{V}, \frac{\dot{z}}{V})$.

2.6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ПОСТОЯННЫХ

Пусть в некоторый начальный момент времени t_0 (который в астрономии называют **начальной эпохой** или просто **эпохой**) известны координаты и составляющие скорости КА:

$$\{t_0, x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0\} \quad (2.25)$$

В этом случае можно определить все произвольные постоянные невозмущенного движения КА.

Постоянные площадей найдем, подставляя соответствующие начальные значения в (2.7)–(2.9):

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= y_0 \dot{z}_0 - z_0 \dot{y}_0, \\ C_2 &= z_0 \dot{x}_0 - x_0 \dot{z}_0, \\ C_3 &= x_0 \dot{y}_0 - y_0 \dot{x}_0. \end{aligned} \right\} \quad (2.26)$$

$C = \sqrt{C_1^2 + C_2^2 + C_3^2}$ и соответственно направляющие косинусы плоскости орбиты $\frac{C_1}{C}, \frac{C_2}{C}, \frac{C_3}{C}$. *Постоянная энергии H* находится из выражения (2.14):

$$H = V_0^2 - \frac{2\mu}{r_0}. \quad (2.27)$$

При $V_0 = \sqrt{\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2 + \dot{z}_0^2}$; $r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}$. Постоянные Лапласа определяются на основе выражений (2.15) и (2.17):

$$\begin{aligned} f_1 &= x_0 \dot{r}_0' - r_0' \dot{x}_0; \\ f_2 &= y_0 \dot{r}_0' - r_0' \dot{y}_0; \\ f_3 &= z_0 \dot{r}_0' - r_0' \dot{z}_0. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Соответственно $f = \sqrt{f_1^2 + f_2^2 + f_3^2}$, а направляющие косинусы вектора Лапласа: f_1/f , f_2/f , f_3/f . Для контроля правильности проведенных расчетов следует проверить выполнение соотношений (2.19) и (2.20):

$$\begin{aligned} C_1 f_1 + C_2 f_2 + C_3 f_3 &= 0, \\ f^2 &= \mu^2 + HC^2. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Шестую произвольную постоянную κ найдем, используя соотношение (2.22). Введем обозначение

$$\int \frac{dx}{\varphi_3(x, H, C_1, C_2, C_3, f_1, f_2, f_3)} = \Phi_3(x, H, C_1, \dots, f_3).$$

После подстановки начальных значений получаем:

$$\Phi_3(x_0, H, C_1, \dots, f_3) = t_0 + \kappa$$

или $\kappa = -t_0 + \Phi_3(x_0, H, C_1, C_2, C_3, f_1, f_2, f_3)$.

Итак, используя начальные условия, найдем все шесть произвольных постоянных. Если все начальные значения являются действительными числами, то такими же будут и произвольные постоянные (т. е. любая из них может быть числом положительным, отрицательным или равным нулю). При этом возможно $C_1 = C_2 = C_3 = 0$ или $f_1 = f_2 = f_3 = 0$, но не одновременно (как следует из (2.29)). Также не могут быть одновременно равны нулю постоянные Лапласа и энергии.

Полученные соотношения позволяют представить общее решение уравнений невозмущенного движения КА в другом виде. Действительно, подставив их в соотношения (2.23) и (2.24), найдем:

$$x = \psi_1(t, t_0, x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0),$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dot{z} = \psi_6(t, t_0, x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0).$$

2.7. ПЕРЕХОД К ОРБИТАЛЬНЫМ КООРДИНАТАМ

Приведенные соотношения свидетельствуют о том, что общее решение дифференциальных уравнений невозмущенного движения существует. *А как их решить практически?*

Действительно, чтобы получить формулы (2.21), нужно разрешить уравнения (2.7)–(2.9), (2.13) и (2.17) относительно пяти из шести неизвестных функций. Но эти уравнения являются уравнениями 2-й степени относительно всех шести неизвестных и содержат иррациональность, представляемую радиусом-вектором. Поэтому непосредственно использование най-

денных соотношений затруднительно. К некоторому упрощению приводит использование выявленных ранее некоторых свойств. Как было показано при анализе соотношения (2.12), траектория КА является плоской кривой. Чтобы определить вид и расположение этой кривой, надо иметь второе уравнение, содержащее координаты КА. Оно находится из интегралов Лапласа и имеет вид

$$\mu r = C^2 - f_1 x - f_2 y - f_3 z. \quad (2.30)$$

Уравнение (2.30) содержит только координаты движущегося КА и представляет собой уравнение некоторой поверхности (поверхности вращения), на которой КА остается в процессе движения. В силу этого, уравнения (2.12) и (2.30) определяют общие уравнения траектории движения КА, которая представляет собой линию пересечения плоскости (2.12) и поверхности 2-го порядка (2.30). Эта линия пересечения является кривой второго порядка. В результате орбита КА при невозмущенном движении представляет из себя коническое сечение, которое может быть окружностью, эллипсом, параболой, гиперболой или парой прямых линий (в вырожденном случае).

Невозмущенная орбита есть плоская кривая 2-го порядка, один из фокусов которой находится в начале координат (в притягивающем центре), а главная ось совпадает с направлением вектора Лапласа. Ось орбиты в астрономии и космической баллистике называют **линией апсид**. Ближайшая точка к притягивающему центру носит название **перигея** (перигей — для Земли), а наиболее удаленная — **апоцентр** (апогей).

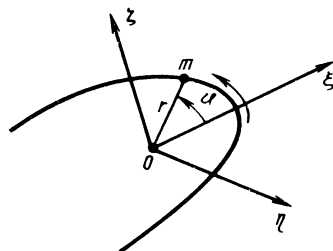
Поскольку движение КА является плоским, то целесообразно перейти к новой системе координат, взяв плоскость орбиты за основную плоскость. Введем прямоугольную систему координат $O\xi\eta\zeta$ (рис. 2.1), в которой плоскость $\xi O \eta$ определяет плоскость орбиты, ось $O\xi$ направлена к перигею (это есть направление вектора Лапласа), ось $O\zeta$ — по перпендикуляру к плоскости орбиты, ось $O\eta$ — дополняет систему до правой. В табл. 2.1 приведены направляющие косинусы, позволяющие выразить новые координаты ξ, η, ζ через старые x, y, z . Также возможно и обратное: получение координат x, y, z через ξ, η, ζ .

Уравнения (2.12) и (2.30) в новой системе координат запишутся как $\zeta = 0$,

$$\mu r = C^2 - f \xi. \quad (2.31)$$

В силу того, что $\zeta = 0$, рассматриваем только один интеграл площадей:

$$\xi \dot{\eta} - \eta \dot{\xi} = C. \quad (2.32)$$



Введем полярную систему координат (рис. 2.1):

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi = r \cos \vartheta, \\ \eta = r \sin \vartheta \end{array} \right\}. \quad (2.33)$$

Здесь ϑ — угол истинной аномалии, образуемый радиусом-вектором $\vec{r}$ движущегося

Рис. 2.1. Орбитальная и полярная системы координат

тела и положительным направлением оси $O\xi$. Он отсчитывается в положительном направлении, т. е. против хода часовой стрелки. Второе из уравнений (2.31) записывается как

$$\mu r = C^2 - fr \cos \vartheta \quad \text{или} \quad r = \frac{C^2/\mu}{1 + (f \cos \vartheta/\mu)}. \quad (2.34)$$

Координаты	ξ	η	ζ
x	$\frac{f_1}{f}$	$\frac{C_2 f_3 - C_3 f_2}{Cf}$	$\frac{C_1}{C}$
y	$\frac{f_2}{f}$	$\frac{C_3 f_1 - C_1 f_3}{Cf}$	$\frac{C_2}{C}$
z	$\frac{f_3}{f}$	$\frac{C_1 f_2 - C_2 f_1}{Cf}$	$\frac{C_3}{C}$

Соотношение (2.34) есть полярное уравнение кривой второго порядка. Вводя в рассмотрение фокальный параметр $p = \frac{C^2}{\mu}$ и эксцентриситет $e = \frac{f}{\mu}$, окончательно имеем

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \vartheta}. \quad (2.35)$$

Это уравнение определяет радиус-вектор r как функцию истинной аномалии ϑ и параметров орбиты e , p . Нетрудно видеть, что удаление КА в перигентре равно $r_\pi = \frac{p}{1+e}$ (при $\vartheta = 0$), а в апоцентре — $r_\alpha = \frac{p}{1-e}$ (при $\vartheta = 180^\circ$). Фокальный параметр орбиты p определяет удаление КА от притягивающего центра при $\vartheta = 90^\circ$. Полусумма $(r_\pi + r_\alpha)/2 = a$ или $a = p/(1 - e^2)$ называется **большой полуосью**. Обозначив половину межфокусного расстояния через d , запишем выражение для эксцентриситета $e = d/a$. Подставив в интеграл площадей (2.32) полярные координаты, получим уравнение связи между истинной аномалией ϑ и временем t :

$$r^2 \dot{\vartheta} = C \quad \text{или} \quad \frac{p^2 d \vartheta}{(1 + e \cos \vartheta)^2} = C dt. \quad (2.36)$$

После интегрирования имеем

$$p^2 \int_0^\vartheta \frac{d\vartheta}{(1 + e \cos \vartheta)^2} = C(t - \tau). \quad (2.37)$$

Здесь τ — время прохождения КА через перигентр. Уравнение (2.37) принципиально позволяет определить угол для любого момента времени t . Зная ϑ , с помощью (2.35) находится r . Используя соотношения (2.33), определяем ξ и η , а с помощью таблицы (2.1) — координаты КА в инерциальной системе координат:

$$\begin{aligned} x &= \frac{f_1}{f} \xi + \frac{C_2 f_3 - C_3 f_2}{Cf} \eta; \\ y &= \frac{f_2}{f} \xi + \frac{C_3 f_1 - C_1 f_3}{Cf} \eta; \\ z &= \frac{f_3}{f} \xi + \frac{C_1 f_2 - C_2 f_1}{Cf} \eta. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Чтобы полностью получить решение, следует определить также скорости $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$. Согласно (2.10), секторная скорость $dA/dt = 1/2C$. Элемент площади в полярных координатах есть $\Delta A = \frac{1}{2} r^2 \Delta \vartheta$. Поделив обе части на Δt и переходя к пределу, получим угловую скорость движущегося тела:

$$\dot{\vartheta} = C/r^2. \quad (2.39)$$

Дифференцируя выражение (2.35) по времени и заменяя $\dot{\vartheta}$ через (2.39), найдем величину *радиальной скорости*:

$$\dot{r} = \frac{Ce}{p} \sin \vartheta. \quad (2.40)$$

Зная $\dot{\vartheta}$ и $\dot{r}$, по формулам (2.33) определяем составляющие скорости вдоль осей орбитальной системы координат:

$$\left\{ \dot{\xi} = -\frac{C}{p} \sin \vartheta, \quad \dot{\eta} = \frac{C}{p} (e + \cos \vartheta) \right\}. \quad (2.41)$$

Обозначив через V_r и V_n проекции скорости V на радиус-вектор и перпендикуляр к нему, запишем:

$$V_r = \dot{r} = \frac{Ce}{p} \sin \vartheta; \quad (2.42)$$

$$V_n = r\dot{\vartheta} = \frac{C}{p} (1 + e \cos \vartheta).$$

При этом $V = \sqrt{\dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2} = \sqrt{V_r^2 + V_n^2} = \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\vartheta}^2} = \frac{C}{p} \sqrt{1 + 2e \cos \vartheta + e^2} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} (1 + e^2 + 2e \cos \vartheta)$. Подставляя в (2.42) соответствующие значения угла ϑ , определим максимальную ($V_{\max}$) и минимальную ($V_{\min}$) скорости движения КА: максимальная скорость (при $\vartheta = 0^\circ$) достигается в перигеентре, а минимальная – в апоцентре ($\vartheta = 180^\circ$):

$$V_{\max} = V_\pi = \sqrt{\frac{\mu}{p}} (1 + e);$$

$$V_{\min} = V_\alpha = \sqrt{\frac{\mu}{p}} (1 - e).$$

Наконец, при помощи формул (2.41) и табл. 2.1 определяются проекции скорости (в исходной абсолютной системе координат):

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{C}{p} \left[-\frac{f_1}{f} \sin \vartheta + \frac{C_2 f_3 - C_3 f_2}{Cf} (e + \cos \vartheta) \right]; \\ \dot{y} &= \frac{C}{p} \left[-\frac{f_2}{f} \sin \vartheta + \frac{C_3 f_1 - C_1 f_3}{Cf} (e + \cos \vartheta) \right]; \\ \dot{z} &= \frac{C}{p} \left[-\frac{f_3}{f} \sin \vartheta + \frac{C_1 f_2 - C_2 f_1}{Cf} (e + \cos \vartheta) \right]. \end{aligned} \quad (2.43)$$

Итак, общее решение уравнений невозмущенного движения КА представляют соотношения (2.33), (2.34), (2.38) и (2.43), определяющие координаты x, y, z и составляющие скорости движущегося КА $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ как функции истинной аномалии ϑ и произвольных постоянных, в качестве которых принимаются: параметр орбиты p , эксцентриситет e и шесть направляющих косинусов осей $O\xi$ и $O\eta$ (см. табл. 2.1). Из них независимыми являются только три (так как сумма квадратов косинусов каждой оси равна 1 и сумма произведения направляющих косинусов осей равна 0), т. е. в общей сложности имеется пять произвольных постоянных. Шестая произвольная постоянная τ определяется из соотношения (2.37). Таким образом, общее решение содержит нужное количество произвольных постоянных.

2.8. КЕПЛЕРОВЫ ЭЛЕМЕНТЫ НЕВОЗМУЩЕННОГО ДВИЖЕНИЯ

Вместо направляющих косинусов осей системы $O\xi\eta\zeta$ целесообразно ввести некоторые постоянные, более удобные и используемые в астрономии и космической баллистике. Как известно, направляющие косинусы определяют ориентацию одной системы координат относительно другой. Но та же цель достигается и введением трех эйлеровых углов, которые независимы между собой. В астрономии и космической баллистике они получили специальные названия. Рассмотрим рис. 2.2, где показаны используемые системы координат и соответственно связывающие их углы. Пересечение плоскости орбиты ($O\xi\eta$) с плоскостью экватора (Oxy) называется линией узлов. Узлы орбиты — точки пересечения линии узлов с орбитой. Восходящий узел Ω — узел орбиты, который проходит КА, двигаясь из области отрицательных аппликат в область положительных. Противоположный узел называется нисходящим (ω). Долгота восходящего узла Ω — угол между положительным направлением оси Ox и направлением линии узлов из центра координат в восходящий узел. Угол Ω измеряется в плоскости экватора от оси Ox в прямом направлении и изменяется от 0 до 360° . Угловое расстояние перигея ω — угол между положительным направлением линии узлов и направлением в перигей. Он измеряется в плоскости орбиты от ON в сторону движения и измеряется от 0 до 360° .

Наклонение орбиты i — угол между плоскостью экватора и плоскостью орбиты. Он измеряется между осями Oz и $O\xi$ и изменяется от 0 до 180° . При этом, если $0 < i < 90^\circ$, то движение КА называется прямым,

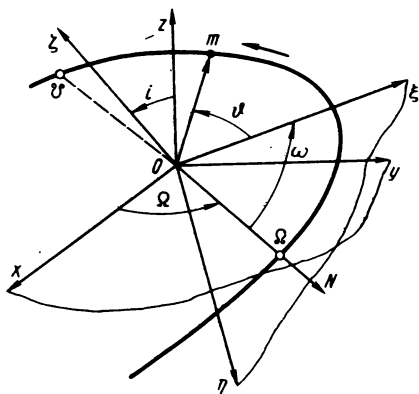


Рис. 2.2. Кеплеровы элементы невозмущенного движения

если $90^\circ < i < 180^\circ$, – *обратным*. При $i = 0$ орбита называется *экваториальной*, при $i = 90^\circ$ – *полярной*.

Соотношения для направляющих косинусов имеют вид:

$$\frac{C_1}{C} = \sin i \sin \Omega; \quad \frac{f_1}{f} = \cos \omega \cos \Omega - \sin \omega \sin \Omega \cos i,$$

$$\frac{C_2}{C} = -\sin i \cos \Omega;$$

$$\frac{f_2}{f} = \cos \omega \sin \Omega + \sin \omega \cos \Omega \cos i; \quad (2.44)$$

$$\frac{C_3}{C} = \cos i; \quad \frac{f_3}{f} = \sin \omega \sin i;$$

$$\frac{C_2 f_3 - C_3 f_2}{C f} = -\sin \omega \cos \Omega - \cos \omega \sin \Omega \cos i;$$

$$\frac{C_3 f_1 - C_1 f_3}{C f} = -\sin \omega \sin \Omega + \cos \omega \cos \Omega \cos i;$$

$$\frac{C_1 f_2 - C_2 f_1}{C f} = \cos \omega \sin i.$$

Заменяя в (2.38) направляющие косинусы согласно (2.44) и подставляя вместо ξ и η выражения (2.33), получаем формулы для координат

$$\left. \begin{aligned} x &= r(\cos u \cos \Omega - \sin u \sin \Omega \cos i), \\ y &= r(\cos u \sin \Omega + \sin u \cos \Omega \cos i), \\ z &= r \sin u \sin i. \end{aligned} \right\} \quad (2.45)$$

Здесь $u = \vartheta + \omega$ – **аргумент широты** – угол между радиусом-вектором КА и направлением из центра координат в восходящий узел Ω .

Дифференцируя соотношения (2.45) и подставляя вместо $\dot{\vartheta}$ и $\dot{r}$ выражения (2.39) и (2.40), получаем зависимости для составляющих скорости:

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{x} &= \frac{C}{p} [e \sin \vartheta (\cos u \cos \Omega - \sin u \sin \Omega \cos i) + \\ &+ (1 + e \cos \vartheta)(-\sin u \cos \Omega - \cos u \sin \Omega \cos i)]; \\ \dot{y} &= \frac{C}{p} [e \sin \vartheta (\cos u \sin \Omega + \sin u \cos \Omega \cos i) + \\ &+ (1 + e \cos \vartheta)(-\sin u \sin \Omega + \cos u \cos \Omega \cos i)]; \\ \dot{z} &= \frac{C}{p} [e \sin \vartheta \sin u \sin i + (1 + e \cos \vartheta) \cos u \sin i]. \end{aligned} \right. \quad (2.46)$$

Соотношения (2.45) и (2.46) определяют координаты и составляющие скорости КА в инерциальной (абсолютной) системе координат в зависи-

мости от истинной аномалии ϑ и пяти постоянных Ω, i, ω, p, e . Шестая постоянная τ входит в уравнение связи ϑ со временем (2.37). Полученные шесть элементов носят названия *Кеплеровых элементов невозмущенного движения*. Они образуют три группы: 1) Ω, i, ω – характеризуют положение орбиты в пространстве; 2) p, e – характеризуют форму орбиты; 3) τ – характеризует положение КА на орбите в начальный момент времени.

2.9. ОБЩИЕ СВОЙСТВА НЕВОЗМУЩЕННОГО ДВИЖЕНИЯ

Движения КА в пространстве характеризуется вектором скорости $\mathbf{V}(x, y, z)$ и радиус-вектором $\mathbf{r}(x, y, z)$. Обозначим через δ угол между $\mathbf{V}$ и $\mathbf{r}$: $\cos \delta = \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{V}}{rV} = \frac{x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z}}{rV}$. Общие свойства невозмущенного движения можно выявить из анализа формул (2.20) и (2.27). Рассмотрим момент t_0 : V_0, r_0 . Можно записать $f^2 = \mu^2 + HC^2$;

$$H = V_0^2 - \frac{2\mu}{r_0}.$$

Эллиптическое движение:

$$0 < e < 1; f < \mu; H < 0; \delta_0 \neq 0;$$

$$V_0^2 < \frac{2\mu}{r_0}.$$

Круговое движение:

$$e = 0; f = 0; \delta_0 = 90^\circ; V_0^2 = \mu/r_0.$$

Параболическое движение:

$$e = 1; f = \mu; H = 0; \delta_0 \neq 0; V_0^2 = \frac{2\mu}{r_0}.$$

Гиперболическое движение:

$$e > 1, f > \mu; H > 0; \delta_0 \neq 0; V_0^2 > \frac{2\mu}{r_0}.$$

Если $C = 0$ (следовательно $p = C^2/\mu = 0$), то имеем *прямолинейное движение*:

$$\delta_0 = 0, \text{ так как } C = r_0 V_0 \sin \delta_0.$$

Итак, тип орбиты определяется начальной скоростью V_0 и начальным радиусом r_0 .

2.10. ЭЛЛИПТИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ

Уравнения (2.45) и (2.46) позволяют определить координаты и составляющие скорости в виде явных функций истинной аномалии ϑ . Чтобы получить координаты и составляющие скорости в функции времени t , надо выразить t через ϑ .

Используя соотношение (2.37) и имея в виду, что $c = \sqrt{p/\mu}$, получаем

$$\int_0^{\vartheta} \frac{d\vartheta}{(1 + e \cos \vartheta)^2} = \frac{\sqrt{\mu}}{p^{3/2}} (t - \tau). \quad (2.47)$$

Вычисляя интеграл (2.47), мы можем получить $t - \tau$ как функцию ϑ (и наоборот). Но этот прямой путь оказывается чрезвычайно сложным, так как требует решения трансцендентного уравнения, которое в конечном виде не решается. К некоторому упрощению ведет использование другой вспомогательной переменной, через которую ϑ выражается достаточно просто, а связь со временем определяется более простым трансцендентным уравнением. В эллиптическом движении вводят понятие *эксцентрической аномалии* E :

$$\operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{E}{2}. \quad (2.48)$$

Дифференцируя (2.48), получаем

$$d\vartheta = \frac{\sqrt{1-e^2}}{1-e \cos E} dE. \quad (2.49)$$

Заменяем $\cos \vartheta$ через $\cos E$

$$1 + e \cos \vartheta = \frac{1 - e^2}{1 - e \cos E}. \quad (2.50)$$

Подставляем (2.49), (2.50) в (2.47) и учитывая, что $p = a(1 - e^2)$, записываем соотношение

$$\int_0^E (1 - e \cos E) dE = \frac{\sqrt{\mu}}{a^{3/2}} (t - \tau).$$

После интегрирования имеем:

$$E - e \sin E = \frac{\sqrt{\mu}}{a^{3/2}} (t - \tau).$$

Положив $n = \frac{\sqrt{\mu}}{a^{3/2}}$ и $M = n(t - \tau)$, получаем *вспомогательное уравнение Кеплера*:

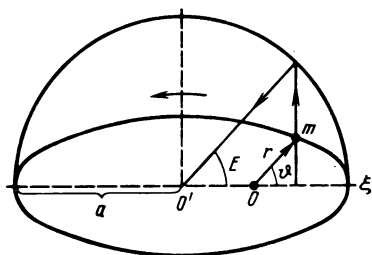
$$E - e \sin E = M. \quad (2.51)$$

Уравнение (2.51) в конечном виде решается только в некоторых частных случаях. Как правило, пользуются специальными таблицами, или решение (2.51) осуществляется методом последовательных приближений.

Рассмотрим смысл введенных понятий E , n , M .

На рис. 2.3 показана взаимосвязь истинной ϑ и эксцентрической E

Рис. 2.3. К определению геометрического смысла эксцентрической аномалии



аномалий. На большой оси эллипса строится круг радиуса a . Из точки m , определяющей положение КА на эллиптической орбите, восстанавливается перпендикуляр к большой полуоси, который продлевается до пересечения с окружностью, и из точки пересечения проводится радиус-вектор в центр O . Пусть движение начинается из перигея, т. е. $\tau = 0$. Тогда *время полного оборота по орбите* даст нам *период обращения* T . Итак, $360^\circ = nT$ или $n = 360^\circ/T$ — средняя угловая скорость движения КА или *среднее движение*. Величина M называется *средней аномалией*. Действительно, M возрастает пропорционально времени и равно нулю при $t = \tau$, т. е. когда КА находится в перигее ($\vartheta = E = 0$). При $t = \tau + \frac{1}{2}T$ (в апогее) $M = 180^\circ$ ($\vartheta = E = M$). В конце полного оборота $M = 360^\circ$ ($\vartheta = E = M$).

2.11. КРУГОВЫЕ ОРБИТЫ. СФЕРА ДЕЙСТВИЯ

В круговом движении $e = 0$, радиус орбиты $r \equiv a \equiv p$. В силу того, что удаление от центра притяжения везде одинаково, положение линии апсид не определено и ее можно считать совпадающей с линией узлов. В этом случае $\omega = 0$. В результате остаются только четыре кеплеровых элемента: p (или a), i , Ω , τ , которые полностью определяют орбиту. Это объясняется тем, что имеются два дополнительных условия: 1) известна скорость КА; 2) скорость КА всегда перпендикулярна радиусу-вектору ($\delta = 90^\circ$). Для определения скорости рассмотрим движение единичной массы по круговой орбите под действием только силы тяготения. В этом случае сила тяготения уравнивается центробежной силой:

$$\frac{v^2}{r} = g = \frac{\mu}{r^2}.$$

Поэтому *круговая скорость* $V_I = V_{кр} = \sqrt{\frac{\mu}{r}}$. При r , равном радиусу Земли R , получаем выражение для *первой космической скорости* на уровне поверхности Земли $V_I^* = \sqrt{\frac{\mu}{R}}$. Из соотношения видно, что круговая скорость уменьшается с увеличением радиуса орбиты. Соответствующий период обращения КА вокруг притягивающего центра равен

$$T = \frac{2\pi r}{V_{кр}} = \frac{2\pi a \sqrt{a}}{\sqrt{\mu}} = \frac{2\pi a^{3/2}}{\mu^{1/2}}.$$

Это выражение справедливо и для эллиптического движения, т. е. период обращения не зависит от величины эксцентриситета ($0 \leq e < 1$), а зависит только от величины большой полуоси. Определим затраты энергии для вы-

ведения тела единичной массы на орбиту: $Q = Q_{\text{кин}} + Q_{\text{пот}} = \frac{V_1^2}{2} + \int_R^r g dr =$
 $= \frac{\mu}{2r} + \int_R^r \frac{\mu}{r^2} dr = \frac{\mu}{2r} + \mu \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right) = \mu \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2r} \right)$. Требуемая энергия также является функцией высоты полета. При $r = \infty$ (выведении на бесконечность):
 $Q_{\infty} = \frac{\mu}{R} = \frac{V_{\text{II}}^2}{2}$. Отсюда получается **2-я космическая скорость**, иначе **скорость**
увода или освобождения: $V_{\text{II}} = \sqrt{\frac{2\mu}{R}} = V_{\text{I}}^* \sqrt{2}$. Отметим, что для Земли
 $V_{\text{I}}^* \approx 7,8$ км/с, $V_{\text{II}} \approx 11,2$ км/с.

Введем понятие сферы действия притягивающего центра—планеты. Рассмотрим движение КА массой m под действием двух тел, например, Земли (M_3) и Солнца (M_c) (рис. 2.4). Положим, что исходная система координат, в которой рассматривается движение, связана с центром Земли. Тогда уравнение движения КА запишется $\frac{d^2 \mathbf{r}_{3A}}{dt^2} = \mathbf{a}_3 + \Phi_3$, здесь $\mathbf{a}_3$

основное ускорение, которое имел бы КА только под действием силы притяжения со стороны Земли; Φ_3 — возмущающее ускорение, т. е. дополнительное ускорение, которое получает КА от притяжения Солнца. При этом

$$\mathbf{a}_3 = -f \frac{M_3 + m}{r_{3A}^3} \mathbf{r}_{3A};$$

$$\Phi_3 = f M_c \left(\frac{\mathbf{r}_{AC} - \mathbf{r}_{AZ}}{r_{3C}^3} - \frac{\mathbf{r}_{AC}}{r_{AC}^3} \right).$$

Отношение Φ_3/a_3 будет показывать, какую часть основного ускорения $\mathbf{a}_3$ составляет возмущающее Φ_3 . Чем меньше это отношение, тем меньше орбита КА будет отличаться от кеплеровской.

Рассмотрим второй случай, когда центр системы координат находится в Солнце. Справедливы соотношения:

$$\frac{d^2 \mathbf{r}_{AC}}{dt^2} = \mathbf{a}_c + \Phi_c; \quad \mathbf{a}_c = -f \frac{M_c + m}{r_{AC}^3} \mathbf{r}_{AC};$$

$$\Phi_c = f M_3 \left(\frac{\mathbf{r}_{AZ} - \mathbf{r}_{AC}}{r_{3C}^3} - \frac{\mathbf{r}_{AZ}}{r_{AZ}^3} \right).$$

Здесь $\mathbf{a}_c$ — основное ускорение под действием притяжения только со стороны Солнца; Φ_c — возмущающее ускорение от притяжения Земли.

Сферой действия Земли называется такая область пространства радиуса $R_{\text{сд}}$, где выполняется условие $\Phi_3/a_3 < \Phi_c/a_c$. Радиус сферы действия Земли несколько меньше 1 млн. км.

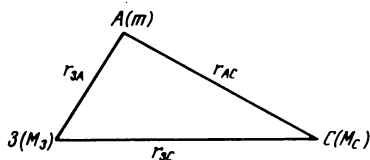


Рис. 2.4. К понятию "сфера действия"

2.12. НЕКОТОРЫЕ ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

Наиболее очевидными являются две практические задачи:

1. Сколько времени требуется КА для перелета по известной орбите от перигея π до некоторой заданной точки и какова будет скорость КА в этой точке, т. е. при известных μ , e , p (или a), ϑ требуется определить время перелета $\Delta t = t - \tau$.

2. В какой точке орбиты окажется КА через заданное время Δt (после прохождения перигея), т. е. при известных μ , e , p (или a), Δt надо определить истинную аномалию ϑ . Указанные задачи в известной мере дополняют друг друга, и их решение позволяет рассматривать многие другие аналогичные им задачи.

Получим выражение для скорости КА в функции радиуса-вектора и большой полуоси. Запишем интеграл энергии $V^2 = \frac{2\mu}{r} + H$. Если КА находится в перигее, то $r = r_\pi$, $V = V_\pi$ и $H = V_\pi^2 - \frac{2\mu}{r_\pi}$. Известно, что

$$r_\pi = a(1 - e) = \frac{p}{1 + e},$$

$$V_\pi = V_{\max} = \sqrt{\frac{\mu}{p}}(1 + e).$$

Тогда можно записать:

$$H = \frac{\mu}{p}(1 + e)^2 - \frac{2\mu}{r_\pi} = \frac{\mu}{r_\pi}(1 + e) - \frac{2\mu}{r_\pi} = -\frac{\mu}{r_\pi}(1 - e)$$

$$\text{или } H = -\frac{\mu}{a}.$$

Интеграл энергии принимает вид:

$$V^2 = \mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right). \quad (2.52)$$

Выражение (2.52) позволяет определить скорость КА для известных значений a и r . Величина a известна по условию, для определения r согласно (2.35) требуется знание истинной аномалии ϑ (значения p и e заданы). Воспользуемся соотношением (2.36):

$$r^2 \frac{d\vartheta}{dt} = c \quad \text{или} \quad dt = \frac{r^2}{c} d\vartheta.$$

Проинтегрируем это соотношение от 0 до ϑ :

$$\Delta t = t - \tau = \int_0^\vartheta \frac{r^2}{c} d\vartheta = \frac{p^2}{c} \int_0^\vartheta \frac{d\vartheta}{(1 + e \cos \vartheta)^2}.$$

Этот интеграл будет разным для разных значений эксцентриситета. Наиболее простой случай соответствует круговому движению ($e = 0$), когда время перелета прямо пропорционально истинной аномалии ϑ . Конечное выражение получается и в случае параболического движения ($e = 1$):

$$\Delta t = \frac{p^{3/2}}{\sqrt{\mu}} \left(\operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \frac{\vartheta}{2} \right). \quad (2.53)$$

В эллиптическом движении ($0 < e < 1$) точное решение получить не удается. Воспользуемся биномиальным разложением в ряд:

$$\frac{1}{1+q} = 1 - q + q^2 - q^3 + \dots, |q| < 1.$$

Продифференцируем обе части: $\frac{1}{(1+q)^2} = 1 - 2q + 3q^2 + \epsilon(q)$. Здесь $\epsilon(q)$ остаточный член разложения, который остается ограниченным при $q \rightarrow 0$.

Полагаем $q = e \cos \vartheta$. Тогда можно записать:

$$\frac{1}{(1 + e \cos \vartheta)^2} = 1 - 2e \cos \vartheta + e^2 \epsilon(e).$$

Пренебрегая членами, содержащими e^2 , получаем:

$$\Delta t \approx \frac{p^2}{c} (\vartheta - 2e \sin \vartheta). \quad (2.54)$$

При $\vartheta = 2\pi$ $\Delta t = T$, т. е. $T \approx \frac{p^2}{c} 2\pi$. Отсюда следует, что при любом ϑ :

$$\Delta t = \frac{T}{2\pi} (\vartheta - 2e \sin \vartheta). \quad (2.55)$$

2.13. ПАРАБОЛИЧЕСКИЕ ОРБИТЫ

Параболические орбиты и движение по ним небесных тел широко изучаются в небесной механике, так как многие кометы движутся по орбитам, близким к параболическим. При космических полетах параболические орбиты практически не встречаются, а движение КА происходит либо по эллиптическим орбитам (когда аппарат находится в поле тяготения центрального тела — Солнца, Земли, планеты), либо по гиперболическим орбитам (по отношению к основному притягивающему телу) — при межпланетных перелетах. Тем не менее изучение параболического движения имеет важное значение, поскольку оно является предельным случаем невозмущенного движения КА. Кроме того, интерес к данному типу орбит связан с исследованием и реализацией траекторий полетов КА к Луне, а также с обеспечением безопасной посадки возвращаемых на Землю аппаратов, обладающих при входе в атмосферу Земли околопараболическими скоростями.

Необходимо отметить, что КА, которой обладает параболической скоростью (по отношению к основному притягивающему телу), в принципе способен преодолеть поле тяготения этого тела. Поэтому параболическая скорость называется также скоростью освобождения. Движение КА в рассматриваемом случае происходит по параболе (рис. 2.5), являющейся незамкнутой кривой 2-го порядка. На рис. 2.5 точка O является вершиной параболы; ось Ox — осью параболы; точка F — фокус параболы, расположенный на расстоянии $p/2$ от вершины; p — фокальный параметр; DD' — директриса (прямая, перпендикулярная к оси Ox , расположенная на расстоянии $p/2$ от вершины O и не пересекающая параболу).

Парабола обладает отличительным свойством: для любой ее точки

Рис. 2.5. Геометрия параболической орбиты

тождественно выполняется равенство расстояний до фокуса F и до директрисы $ДД'$ (на рис. 2.5 — $KF = KB$).

Угол ϑ , как и при эллиптическом движении, является истинной аномалией и определяет угловое положение текущей точки (например, точки K на рис. 2.5) относительно оси Ox параболы. Фокальный параметр p , как и раньше, есть расстояние при значении $\vartheta = \frac{\pi}{2}$.

Кроме того фокальный параметр есть расстояние от фокуса F параболы до директрисы $ДД'$.

Каноническим уравнением параболы является уравнение

$$y^2 = 2px,$$

если начало координат находится в точке O , а ось Ox совпадает с осью параболы (рис. 2.5). Если ось параболы расположена вертикально (параллельно оси Oy), то уравнение параболы имеет традиционный вид $y = \tilde{a}x^2 + bx + c$, где параметр орбиты $p = \frac{1}{2|\tilde{a}|}$.

При параболическом движении постоянная интеграла энергии $h^* = 0$, а эксцентриситет $e = 1$. Движение тела по параболической орбите полностью определяет 5 элементов: Ω , i , ω , r_π , τ , где r_π есть расстояние от фокуса F до перигея (до вершины параболы).

Приведем основные соотношения, отвечающие движению по параболической орбите.

Скорость движения: $V = \sqrt{\frac{2\mu}{r}}$.

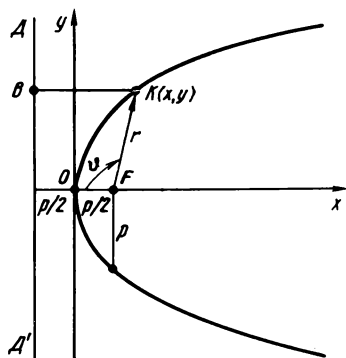
Радиус: $r = \frac{p}{1 + \cos \vartheta}$ (это соотношение является уравнением орбиты).

Время движения: $t - \tau = \sqrt{\frac{2r_\pi^3}{\mu}} \left(\operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \frac{\vartheta}{2} \right)$, где τ есть время прохода перигея параболы.

Промежуток времени Δt между двумя точками (r_1 и r_2) на орбите (т. е. промежуток времени при полете КА от точки с радиусом r_1 до точки с радиусом r_2):

$$\Delta t = t_{r_2} - t_{r_1} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{p^3}{\mu}} \left[\sqrt{\frac{r_2}{r_\pi}} - 1 \left(1 + \frac{r_2}{2r_\pi} \right) - \sqrt{\frac{r_1}{r_\pi}} - 1 \left(1 + \frac{r_1}{2r_\pi} \right) \right].$$

Это соотношение можно записать в несколько ином виде, заменив радиусы r_1 и r_2 соответствующими выражениями, содержащими истинные аномалии ϑ_1 и ϑ_2 . В этом случае выражение в квадратных скобках будет зависеть от $\sin \vartheta_1$, $\cos \vartheta_1$, $\sin \vartheta_2$ и $\cos \vartheta_2$, т. е. задание исходных точек осуществляется через задание истинных аномалий ϑ_1 и ϑ_2 этих точек.



бесконечности (при $r_1 \rightarrow \infty$ или $r_2 \rightarrow \infty$). Асимптоты определяются уравнениями:

$$y' = \pm \frac{b}{a} x,$$

при этом угол наклона асимптот (угол φ на рис. 2.6) определяется как $\operatorname{tg} \varphi = \pm \frac{b}{a}$.

Каноническим уравнением гиперболы является

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y'^2}{b^2} = 1,$$

которое отличается от уравнения эллипса только знаком второго слагаемого. Приведенное уравнение справедливо в том случае, если ось Ox совпадает с действительной осью гиперболы.

Движение КА по гиперболической орбите полностью определяется шестью основными элементами: Ω , i , ω , a , e , τ . Кроме того, рассматриваются вспомогательные элементы — долгота перицентра $u = \Omega + \omega$ (ω — есть угловое расстояние перицентра от ее узла), фокальный параметр p и расстояние $r_\pi = a(e - 1)$ — расстояние от фокуса (притягивающего тела) до перицентра.

Приведем основные соотношения, отвечающие движению по гиперболической орбите.

Скорость движения:

$$V = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} + \frac{1}{a} \right)} \quad \text{или} \quad V = \sqrt{\frac{2\mu}{r} + V_\infty^2},$$

где V_∞ — скорость КА на бесконечно большом расстоянии от притягивающего тела (в частности, на границе сферы действия).

Радиус r : $r = \frac{p}{1 + e \cos \vartheta}$ (это соотношение является полярным уравнением орбиты).

Фокальный параметр $p = a(e^2 - 1)$.

Предельное значение истинной аномалии ϑ , отвечающее положению КА на бесконечности, получается из полярного уравнения орбиты при значении $r = \infty$:

$$\cos \vartheta_{\text{пред}} = -\frac{1}{e}.$$

Время движения:

$$t_\vartheta = \frac{\sqrt{\frac{p}{\mu}}}{e^2 - 1} \left(\frac{e p \sin \vartheta}{1 + e \cos \vartheta} - \frac{p}{\sqrt{e^2 - 1}} \ln A \right),$$

где

$$A = \frac{e \sin \vartheta + \sqrt{e^2 - 1}}{1 + e \cos \vartheta} + \frac{1}{\sqrt{e^2 - 1}}.$$

Здесь t_{ϑ} определяет время движения КА от перицентра орбиты до точки, задаваемой величиной истинной аномалии ϑ .

Можно также записать соотношение для времени движения t_r при задании конечной точки радиусом r (а не истинной аномалии ϑ).

Время движения Δt между двумя любыми точками может быть определено как разность между соответствующими значениями времен, например, t_{ϑ_1} и t_{ϑ_2} . Аналитически величина $\Delta t_{\vartheta_1 \vartheta_2}$ записывается следующим образом:

$$\Delta t_{\vartheta_1 \vartheta_2} = \frac{\sqrt{\frac{p}{\mu}}}{e^2 - 1} \left(\frac{ep \sin \vartheta_2}{1 + e \cos \vartheta_2} - \frac{ep \sin \vartheta_1}{1 + e \cos \vartheta_1} - \frac{p}{\sqrt{e^2 - 1}} \ln \frac{A_2}{A_1} \right),$$

где

$$A_i = \frac{e \sin \vartheta_i + \sqrt{e^2 - 1}}{1 + e \cos \vartheta_i} + \frac{1}{\sqrt{e^2 - 1}} \quad (i = 1, 2).$$

Известен еще один путь вычислений. Вводится вспомогательный угол $\tilde{\varphi}$, определяемый при известных значениях r и ϑ из соотношения:

$$\operatorname{tg} \tilde{\varphi} = \frac{r \sin \vartheta}{a \sqrt{e^2 - 1}}.$$

С учетом угла $\tilde{\varphi}$ полярное уравнение орбиты имеет вид:

$$r = a \left(\frac{e}{\cos \tilde{\varphi}} - 1 \right).$$

Использование вспомогательного угла $\tilde{\varphi}$ упрощает соотношение для определения времени движения КА от точки с параметрами (r_2, ϑ_2) до точки с параметрами (r_1, ϑ_1) :

$$\Delta t_{1,2} = t_2 - t_1 = \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \left\{ e (\operatorname{tg} \tilde{\varphi}_2 - \operatorname{tg} \tilde{\varphi}_1) - \ln \left[\frac{\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\tilde{\varphi}_2}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\tilde{\varphi}_1}{2} \right)} \right] \right\}.$$

ГЛАВА 3. ВОЗМУЩЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ

Описание и изучение орбит КА и небесных тел Солнечной системы на основе решения задачи двух тел является лишь первым этапом при определении реальных движений тел любой природы. Это самое простое представление реальной картины движения, и поэтому соответствующая данной задаче математическая модель движения КА является также наиболее простой.

В реальных условиях практически не существует невозмущенных орбит. Земля притягивается не только Солнцем, но и другими планетами. В свою очередь, Земля притягивает другие планеты. Движение КА и спутников происходит под действием притяжения Солнца и других планет. Траектория КА вблизи Луны существенно отличается от расчетной кеплеровой из-за воздействия на аппарат сил тяготения Земли и Солнца. Изме-

нение (деформация) невозмущенной кеплеровой траектории ИСЗ происходит из-за таких факторов, как несферичность Земли, гравитационные аномалии, воздействие верхней атмосферы и др.

Отклонения от теоретически вычисленных траекторий движения КА и небесных тел является следствием действия возмущений. При этом говорят, что КА, спутники, планеты, астероиды испытывают возмущения. Если при решении задач проектной баллистики возмущениями можно пренебречь, то космическая навигация без учета действия реальных возмущений невозможна.

3.1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ВОЗМУЩЕНИЙ И ВОЗМУЩЕННОГО ДВИЖЕНИЯ

Возмущенное движение есть фактическое (истинное) движение КА под действием различных возмущающих сил известной и неизвестной природы. Изучение возмущенного движения позволяет, в первую очередь, определить фактическое движение КА и небесных тел с учетом воздействия многих гравитирующих тел (Солнца, планет, Луны). Для этого необходимо как изучение и математическое описание различных возмущающих факторов, так и решение сложных теоретических задач астрономии.

Одной из основных задач небесной механики (начиная с XVII в.) является выявление и формализованное представление возмущений, а также разработка методов определения фактического (истинного) движения небесных тел. Эти вопросы составляют *предмет теории возмущенного движения*, результаты которой широко используются при баллистико-навигационном обеспечении полетов КА.

Можно выделить *три основные группы возмущающих факторов* [76]:

влияние нецентральности поля сил тяготения основного притягивающего тела, что является следствием как отличия фигуры тела от шарообразной формы, так и неравномерным распределением масс внутри притягивающего тела; влияние притяжения Солнца, Луны и планет; световое давление; электродинамические силы, возникающие при движении КА в магнитном поле Земли или планет; действие дополнительных сил, например, для КА на низких орбитах — аэродинамическая сила сопротивления атмосферы планеты и др.;

отклонения начальных условий полета КА;

дополнительные силы случайной природы, связанные, например, с реализацией управления движением КА за счет корректирующих импульсов изменения скорости и пр.

Действие возмущений на движение КА проявляется по-разному и в зависимости от характера и результатов действия возмущения разделяют на периодические и вековые. **Вековыми** возмущениями называют такие возмущения, которые приводят к постоянному изменению элементов орбиты (с увеличением времени полета эти возмущения накапливаются). К числу **периодических** относят возмущения, действие которых повторяется через определенный интервал времени. В составе периодических возмущений можно выделить **короткопериодические** и **долгопериодические** воз-

мушения. Долгопериодические возмущения проявляются на больших интервалах времени и поэтому для анализа движения на небольших интервалах эти возмущения иногда рассматриваются как вековые возмущения. Для исследования и анализа этих типов возмущений разработаны специальные методы [67, 76], позволяющие достаточно просто получать численные оценки каждого из них для конкретной задачи исследования.

Следует специально остановиться на вопросах формирования номинальной и определения фактической траекторий движения КА. Рассматривавшаяся ранее (гл. 2) номинальная (исходная) траектория отвечает решению задачи двух тел. В ходе изучения возмущений и их природы осуществляется уточнение (усложнение) соответствующих уравнений движения КА за счет учета дополнительных возмущений и возмущающих факторов. В результате происходит усложнение расчетных моделей движения КА, что позволяет определять (рассчитывать) орбиты КА более точно и в большей степени приближающиеся к фактическим (истинным) орбитам.

Орбиты КА, рассчитанные с использованием той или иной модели движения, принято называть **номинальными** или расчетными. Такими орбитами являются (см. гл. 2) все типы кеплеровых орбит в рамках ограниченной задачи двух тел. При проектно-баллистическом анализе межпланетных экспедиций (см. гл. 4) в качестве номинальных траекторий движения КА рассматривают траектории, отвечающие решению задачи 3-х тел (с учетом возмущений Солнца и планеты-цели). Решение задачи 3-х тел (являющееся более точным и строгим по сравнению с решением задачи двух тел) используется также при определении номинальных траекторий движения КА для исследования Луны и спутников планет (Марса, Юпитера). Особым классом номинальных траекторий являются межпланетные траектории полета КА к планете-цели с пролетом "вблизи" третьей планеты, гравитационное поле которой возмущает первоначальную траекторию таким образом, что после пролета КА движется уже по новой "искривленной" траектории. Описанное целенаправленное изменение межпланетной траектории КА за счет действия силы тяготения "промежуточной" планеты называется **пертурбационным (гравитационным) маневром**. Аналогичный маневр изменения траектории движения является характерным в реализованной в настоящее время программе полета советских автоматических станций "Вега".

Из-за действия возмущающих факторов истинная траектория движения КА отличается от номинальной, т. е. фактическая траектория является возмущенной относительно номинальной траектории (будь то в задаче двух тел или в задаче трех тел). Между фактической и номинальной траекториями движения КА появляются некоторые отклонения, являющиеся интегральной оценкой действующих на КА возмущений.

В настоящей главе в качестве номинальных рассматриваются траектории движения КА, отвечающие решению задачи двух тел.

Выбор схемы полета советских автоматических станций "Вега" достаточно наглядно иллюстрирует преимущества и эффективность использования гравитационного маневра для решения задачи последовательного облета одним аппаратом двух космических тел. Чтобы понять существо вопроса, сделаем небольшое отступление.

Середина 80-х годов ознаменовалась чрезвычайно интересным событием в жизни человечества: в пределы прямых наблюдений возвратилась комета Галлея, кото-

рая движется относительно Солнца по вытянутой эллиптической орбите с периодом ~ 76 лет. Появилась уникальная возможность более глубокого "непосредственного" исследования кометы с использованием научной аппаратуры, установленной на КА, пролетающем вблизи кометы. Результаты этих исследований с нетерпением ждут ученые всего мира, надеясь получить ответ на ряд фундаментальных проблем (включая задачу возникновения жизни), проверить ряд научных гипотез и т. п.

Из общих соображений ясно, что можно организовать прямой полет КА к комете. Именно по такому пути пошли западноевропейские и японские ученые (соответственно автоматические зонды "Джотто" и "Планета"). Советские ученые выбрали другой путь – путь использования одной автоматической станции для решения двух задач. Дело в том, что на декабрь 1984 г. были намечены и осуществлены очередные запуски АМС для исследования Венеры. Никаких оснований отказываться от этих пусков не было, а создавать дополнительно новые станции для исследования кометы практически сложно и экономически невыгодно. В результате была поставлена и практически решена задача создания универсальной станции "Вега", позволяющая решить обе задачи. При их разработке был полностью использован опыт и задел по АМС "Венера". Это оказалось возможным в силу того, что АМС "Венера" по существу состоит из двух основных частей: орбитального отсека (ОО), предназначенного для обеспечения функционирования АМС на межпланетной трассе, связи с Землей, проведения исследований в космосе и др., и спускаемого аппарата (СА), с помощью которого проводятся исследования в атмосфере и непосредственно на поверхности Венеры. За 8 ... 10 дней до подлета к планете АМС корректируется таким образом, чтобы траектория полета проходила через плотные слои атмосферы Венеры. За 1 ... 2 дня до входа в атмосферу СА и ОО разделяются и проводится коррекция "увода" ОО на прелетную траекторию, чтобы в дальнейшем полете обеспечивалась связь ОО с СА и ретрансляция полученных с СА результатов на Землю. В дальнейшем ОО или переводится на орбиту ИСВ, или пролетает мимо Венеры и оказывается спутником Солнца. А нельзя ли орбитальный отсек направить на встречу с кометой? Проведенные исследования показали: если траектория АМС будет проходить на определенном расстоянии от центра Венеры, то гравитационное поле планеты "развернет" траекторию полета нужным образом по направлению к комете. Для обеспечения достаточной точности и необходимых условий встречи с кометой дополнительно к гравитационному используется и активный маневр при весьма умеренных дополнительных энергетических затратах. Эти особенности были учтены при разработке АМС "Вега", а реализованные полеты блестяще подтвердили правильность заложенных идей.

3.2. ЗАДАЧА n ТЕЛ И МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ

В общей постановке определение траектории движения КА с учетом действия сил тяготения Солнца, Земли, планеты-цели (в случае пертурбационного маневра – также и промежуточной планеты) является результатом решения так называемой задачи нескольких тел или *задачи n тел*, где n есть количество взаимопритягивающих гравитирующих тел. Данная задача не имеет точного математического решения. Небесная механика, изучающая задачи движения небесных тел на протяжении последних двухсот лет, имеет в своем арсенале богатый набор как различных подходов к решению этой общей задачи, так и методов решения задачи в упрощенной постановке. Такой задачей, в частности, является задача трех тел, используемая для расчета межпланетных траекторий КА и имеющая в некоторых случаях точное аналитическое решение.

Рассмотрим задачу n тел. Пусть в пространстве выбрана некоторая инерциальная система отсчета, относительно которой в начальный момент времени t_0 известны координаты и составляющие скорости n гравитирую-

щих тел. В силу большого расстояния между гравитирующими телами, существенно превышающими их размеры, считается, что масса каждого из тел сосредоточена в его центре тяжести. В дальнейшем для удобства изложения вместо термина "гравитирующее тело" будем употреблять более привычный термин "материальная точка", широко используемый в математике и механике при исследовании различных динамических систем. Из числа сил, действующих на рассматриваемые материальные точки, ограничимся рассмотрением только сил их взаимного притяжения. В результате решения задачи требуется определить координаты каждой из материальных точек системы в любой требуемый момент времени t .

Определение координат любого КА, как известно, связано с решением соответствующих уравнений движения. При этом метод решения определяется главным образом видом правых частей дифференциальных уравнений. Очевидно, что движение системы n материальных точек описывается системой n векторных дифференциальных уравнений второго порядка:

$$m_i \frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2} = \mathbf{F}_i \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (3.1)$$

где $\mathbf{r}_i$ — радиус-вектор материальной точки m_i ;

$$\mathbf{F}_i = f \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \frac{m_i m_k}{r_{ik}^3} (\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i), \quad (3.2)$$

здесь r_{ik} — расстояние между материальными точками с массами m_i и m_k .

Произведение $f \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \frac{m_i m_k}{r_{ik}^3}$ есть потенциал сил притяжения U или силовая функция n материальных точек. Поскольку рассматриваемая система является консервативной (в ней не существует таких диссипативных сил, как сопротивление), то потенциал U не является функцией времени. Введение в рассмотрение потенциала U позволяет систему n векторных уравнений (3.1) заменить системой $3n$ скалярных уравнений движения:

$$\left. \begin{aligned} F_{xi} &= \frac{\partial U}{\partial x_i} = m_i \ddot{x}_i; \\ F_{yi} &= \frac{\partial U}{\partial y_i} = m_i \ddot{y}_i; \\ F_{zi} &= \frac{\partial U}{\partial z_i} = m_i \ddot{z}_i. \end{aligned} \right\} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.3)$$

При движении системы n материальных точек будет иметь место изменение положения этих точек и их скоростей. Из системы уравнений (3.1) можно найти такие функции от координат и скоростей, которые будут ос-

таваться неизменными (инвариантными) в течение всего времени движения:

$$\Phi(t, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_n, \dot{\mathbf{r}}_1, \dot{\mathbf{r}}_2, \dots, \dot{\mathbf{r}}_n) = C = \text{const.} \quad (3.4)$$

Для полного решения исследуемой задачи необходимо определить $6n$ интегралов, поскольку состояние каждой из n точек определяется в инерциальной системе шестью так называемыми фазовыми координатами. Из требуемых $6n$ интегралов десять первых интегралов системы известны (они получены более двухсот лет назад). Ни одного нового первого интеграла, не являющегося логическим следствием известных, пока не удалось получить. Согласно теории дифференциальных уравнений нахождение каждого нового первого интеграла (в скалярной форме) позволяет понизить порядок системы на единицу. В результате знание десяти первых интегралов позволяет свести задачу к системе $(6n-10)$ порядка, а знание особенностей структуры самих уравнений (наличие двух квадратур) — понизить порядок системы до $(6n-12)$. Отсюда можно заключить, какой важный физический смысл имеют указанные известные первые интегралы, получаемые из (3.1) и являющиеся следствием фундаментальных законов теоретической механики: закона сохранения количества движения, закона сохранения момента количества движения и закона сохранения энергии. Действительно, суммируя все уравнения вида (3.1), можно записать:

$$\sum_{i=1}^n m_i \frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2} = f \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{\kappa=1 \\ \kappa \neq i}}^n \frac{m_i m_\kappa}{r_{i\kappa}^3} (\mathbf{r}_\kappa - \mathbf{r}_i) = 0.$$

После интегрирования получаем:

$$\sum_{i=1}^n m_i \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \mathbf{C}_1; \quad (3.5)$$

$$\sum_{i=1}^n m_i \mathbf{r}_i = \mathbf{C}_1 t + \mathbf{C}_2, \quad (3.6)$$

где $\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2$ — постоянные векторы.

Введя понятие **барицентра** (центра масс, центра тяжести) системы n материальных точек, соотношения (3.5) и (3.6) представляется возможным записать в более компактной форме:

$$m \frac{d\mathbf{r}_c}{dt} = \mathbf{C}_1; \quad (3.7)$$

$$m \mathbf{r}_c = \mathbf{C}_1 t + \mathbf{C}_2, \quad (3.8)$$

где m — суммарная масса системы, $\mathbf{r}_c$ — радиус-вектор барицентра системы. Анализ соотношения (3.7) или соотношения (3.5) показывает, что центр масс системы движется с постоянной скоростью (это находится в полном соответствии с законом сохранения количества движения).

Умножив обе части каждого из уравнений вида (3.1) векторно на $\mathbf{r}_i$ и сложив все n уравнений, найдем

$$\sum_{i=1}^n m_i \frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2} \mathbf{r}_i = f \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{\kappa=1 \\ \kappa \neq i}}^n \frac{m_i m_\kappa}{r_{i\kappa}^3} (\mathbf{r}_\kappa - \mathbf{r}_i) \mathbf{r}_i = 0. \quad (3.9)$$

После интегрирования получаем соотношение интеграла площадей для системы n точек:

$$\sum_{i=1}^n m_i (\mathbf{r}_i \frac{d\mathbf{r}_i}{dt}) = \mathbf{C}_c. \quad (3.10)$$

Из (3.10) следует, что полный момент количества движения системы n материальных точек постоянен по величине и направлению. Отметим, что плоскость, проходящая через барицентр системы и включающая в себя $\mathbf{r}_c$, называется **инвариантной плоскостью** (нормаль к этой плоскости совпадает с $\mathbf{C}_c$).

Далее, умножая скалярно (3.1) на $d\mathbf{r}_i/dt$ и проводя суммирование, имеем:

$$\sum_{i=1}^n m_i \frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2} \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \frac{dU}{dt}. \quad (3.11)$$

После интегрирования (3.11) получаем выражение интеграла энергии системы:

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i \frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2} = U + H_c. \quad (3.12)$$

Здесь $T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i \frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2}$ характеризует кинетическую энергию рассматриваемой системы. Поскольку H_c есть скалярная постоянная величина, то соотношение (3.12) характеризует закон сохранения энергии для системы n тел (системы n точек). Другими словами, сумма полной кинетической энергии T и полной потенциальной энергии U остается величиной постоянной.

Итак, компоненты трех векторов $\mathbf{C}_1$, $\mathbf{C}_2$ и $\mathbf{C}_c$, а также скалярная постоянная H_c составляют десять постоянных интегрирования (десять первых интегралов системы). Другие интегралы, если они и существуют в силу исключительно сложной их структуры, для задачи n тел пока не получены. Это обстоятельство предопределяет выбор методов решения соответствующих уравнений. Учитывая то, что подавляющее большинство их разрабатывалось в XVIII и XIX веках (зادолго до появления электронных цифровых вычислительных машин), существенным фактором являлось требование ограничения объема вычислений.

Существующие приближенные методы анализа возмущений, используемые при решении задачи *нескольких тел* ($n > 2$), разделяются на класс **методов общих (или абсолютных) возмущений** и класс **методов особых возмущений**. Первый класс методов основывается, как правило, на использовании степенных разложений для представления координат каждой из рассматриваемых материальных точек. Второй класс методов предполагает использование приема разделения движения тела на конечное число отрезков (кратное числу гравитирующих тел). В этом случае интегрирование уравнений движения на каждом из этих отрезков осуществляется численным методом и считается, что движение тела в течение короткого интервала времени является невозмущенным (при известных на заданный момент координатах и скорости тела).

Последний класс методов получил наиболее широкое распространение в механике космического полета. Типичными представителями методов этого класса являются: 1) **метод вариаций элементов**, развитый Лагранжем и называемый также **методом оскулирующих элементов**; 2) **метод вариаций координат** (со всеми его разновидностями).

Накопленный опыт применения указанных методов для решения разнообразных задач теории космического полета дает основание сформулировать некоторые положения предпочтительного применения того или иного метода.

Метод оскулирующих элементов наиболее приспособлен для решения задач возмущенного движения для не слишком больших интервалов времени исследуемого движения при относительно малых значениях возмущающих сил.

Методу вариаций координат отдается предпочтение в случае, когда требуется произвести вычисление возмущений для длительных промежутков времени при соизмеримых с величиной центральной силы действующих возмущениях. Применение его целесообразно также для расчета особых возмущений.

Наиболее типичными вариантами алгоритмической реализации данного метода являются: **метод Коуэлла** (метод непосредственного интегрирования прямоугольных координат); **метод Энке**, заключающийся в интегрировании отклонений параметров движения КА от опорной (теоретической, номинальной) орбиты.

3.3. ОГРАНИЧЕННАЯ ЗАДАЧА ТРЕХ ТЕЛ И ЕЕ ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ

Анализ общей постановки задачи n тел показывает, что учет влияния сил притяжения нескольких планет на движение КА приводит к сложным и громоздким математическим моделям, исследование которых сопряжено со значительными трудностями.

При решении многих задач космической баллистики представляется возможным упростить исследование за счет принятия дополнительных допущений. Во-первых, применительно к конкретным задачам межпланетного полета можно выделить небесные тела, оказывающие наибольшее влияние на движение КА, и тем самым ограничить число гравитирующих тел в общей задаче. В частности, представляет практический интерес случай трех тел ($n = 3$), получивший название **задачи трех тел**. Решение этой задачи потребовалось в связи с реализацией в 60-е годы лунной программы и полетов Земля—Луна—Земля. В качестве рассматриваемых трех тел принимаются КА, Луна и Земля. Поскольку масса КА намного меньше масс двух других масс тел, делается допущение о малости притяжения их к КА. Допущение о малости массы одного из тел делает данную задачу более простой для исследования. Эта задача получила специальное название—**ограниченная задача трех тел**, впервые ее сформулировал Л. Эйлер в 1772 г.

Дальнейшие упрощения данной задачи позволяют получить интерес-

ные качественные результаты. Делаются два допущения: 1) притягивающее (гравитирующее) тело с меньшей массой движется относительно тела с большей массой по круговой орбите; 2) движение всех трех тел происходит в одной плоскости. Такая упрощенная задача называется **ограниченной круговой задачей трех тел**.

Для целей удобства исследований считаем массу каждого из тел сосредоточенной в его центре масс, что позволяет рассматривать (как и раньше) движение материальных точек. При этом материальные точки, соответствующие Луне и Земле, будут двигаться по известным кеплеровым орбитам вокруг общего центра масс.

Перейдем к решению поставленной задачи. Обозначим радиус-вектор негравитирующей материальной точки (КА) относительно общего барицентра (центра масс) через $\mathbf{R}$, расстояния от барицентра до двух гравитирующих точек — через $\mathbf{R}_1$ и $\mathbf{R}_2$. Уравнение движения КА (с учетом (3.1)) запишется в виде:

$$m \frac{d^2 \mathbf{R}}{dt^2} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (3.13)$$

или

$$\frac{d^2 \mathbf{R}}{dt^2} = f \frac{m_1}{R_1^3} (\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}) + f \frac{m_2}{R_2^3} (\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}). \quad (3.14)$$

Будем рассматривать вращающуюся систему координат, начало которой совмещено с общим центром масс системы трех точек, ось x совпадает с линией, соединяющей точки с массами m_1 и m_2 , ось y лежит в плоскости движения этих точек, а ось z дополняет систему до правой. Обозначим через ω угловую скорость обращения точек с массами m_1 и m_2 относительно оси, перпендикулярной плоскости их движения. В этом случае соотношение (3.14), записанное относительно вращающейся системы координат, принимает вид:

$$\frac{d^2 \mathbf{R}}{dt^2} = -2(\omega \frac{d\mathbf{R}}{dt}) - \omega (\omega \mathbf{R}) + f \frac{m_1}{R_1^3} (\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}) + f \frac{m_2}{R_2^3} (\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}). \quad (3.15)$$

Первое слагаемое $-2(\omega \frac{d\mathbf{R}}{dt})$ характеризует *кориолисово* ускорение (с компонентами $2\omega \dot{y}$ и $2\omega \dot{x}$). Направление его перпендикулярно вектору скорости третьей точки (КА). Второй член $-\omega (\omega \mathbf{R})$ представляет собой центробежное ускорение (с компонентами $\omega^2 y$ и $\omega^2 x$).

Вводим в рассмотрение функцию следующего вида:

$$U = \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2) + f \frac{m_1}{R_1} + f \frac{m_2}{R_2}. \quad (3.16)$$

С учетом (3.16) векторное уравнение (3.15) может быть приведено к системе скалярных уравнений:

$$\ddot{x} = 2\omega \dot{y} + \frac{\partial U}{\partial x}; \quad \ddot{y} = -2\omega \dot{x} + \frac{\partial U}{\partial y}; \quad \ddot{z} = \frac{\partial U}{\partial z}. \quad (3.17)$$

уравнения (3.17), играющие существенную роль в теории космического полета, аналитически не интегрируются.

Однако некоторые качественные выводы на основе их рассмотрения могут быть сделаны. Во-первых, эти уравнения имеют первый интеграл, называемый **интегралом Якоби**. Умножим первое уравнение (3.17) на $2\dot{x}$, второе — на $2\dot{y}$ и третье — на $2\dot{z}$, затем произведем почленное сложение произведений. Получим:

$$2(\dot{x}\ddot{x} + \dot{y}\ddot{y} + \dot{z}\ddot{z}) = 2\left(\frac{\partial U}{\partial x}\dot{x} + \frac{\partial U}{\partial y}\dot{y} + \frac{\partial U}{\partial z}\dot{z}\right)$$

или

$$\frac{d}{dt}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) = 2\frac{dU}{dt}.$$

С учетом известного соотношения $V^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2$ записываем $\frac{d}{dt}(V^2) = 2\frac{dU}{dt}$ и окончательно получаем

$$V^2 = 2U - C. \quad (3.18)$$

Здесь C — константа интегрирования; V — модуль скорости третьей точки (КА) относительно рассматриваемой вращающейся системы координат. Соотношение (3.18) и есть интеграл Якоби. Поверхность $2U(x, y, z) - C = 0$, определяющая область возможных положений КА, где он может находиться при $V = 0$, называется **поверхностью Хилла**.

Попробуем выяснить, какой физический смысл имеют точки, координаты которых являются решениями системы уравнений:

$$\left\{ \frac{\partial U}{\partial x} = 0, \frac{\partial U}{\partial y} = 0, \frac{\partial U}{\partial z} = 0 \right\}. \quad (3.19)$$

Эти точки являются *особыми* точками поверхности $U(x, y, z) = \frac{1}{2}C$ и определяют положения относительного равновесия КА. Так как при $z \neq 0$ в силу последнего уравнения (3.17) $\dot{z} \neq 0$, то искомые положения относительного равновесия КА находятся в плоскости вращения гравитирующих тел (масс).

Итак, если начальная относительная скорость КА (во вращающейся системе координат) равна нулю, то точки плоскости движения гравитирующих масс, в которых негравитирующая масса (КА) будет находиться неограниченно долго, образуют точки относительного равновесия, иначе называемые **точками либрации**. Для ограниченной задачи трех тел существует пять точек либрации. Эти точки располагаются следующим образом (рис. 3.1): три из них, называемые *прямолинейными* или *коллинеарными*,

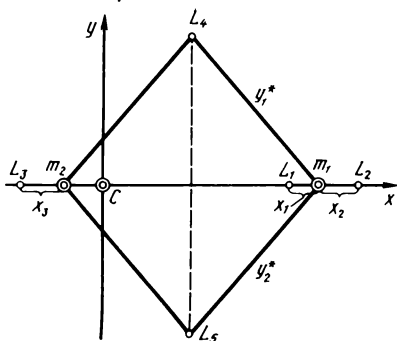


Рис. 3.1. Схема расположения точек либрации

расположены на прямой, соединяющей гравитирующие массы. Две другие, называемые *треугольными точками Лагранжа*, расположены в вершинах двух правильных треугольников, построенных на отрезке, соединяющем массы m_1 и m_2 . Для системы Земля–Луна (в предположении, что Луна с массой m_1 движется по окружности радиуса 384400 км) точки либрации расположены на следующих расстояниях: $x_1 = 58000$ км, $x_2 = 65000$ км, $x_3 = 380000$ км, $y_1^* = y_2^* = 384400$ км. Весьма существенно, что треугольные точки Лагранжа являются устойчивыми, тогда как коллинеарные точки — неустойчивы. Последнее означает, что при любых (сколь угодно малых) отклонениях координат и скорости КА от значений, отвечающих состоянию относительной устойчивости, аппарат со временем будет удаляться от этих точек. Точки либрации могут иметь большое практическое значение, в частности, при реализации стационарных спутников.

3.4. ГРАВИТАЦИОННЫЕ СФЕРЫ

Весьма удобным как при качественных исследованиях, так и при расчетах траекторий движения КА является использование **гравитационной сферы**, в которой влияние какого-либо притягивающего тела становится основным (среди остальных притягивающих тел).

Рассмотрение различных видов гравитационных сфер наиболее удобно осуществить в рамках ограниченной задачи трех тел, причем одним притягивающим телом P_0 является Солнце, другим P_1 — большая планета или Луна, третьим телом P с бесконечно малой массой является космический аппарат или спутник.

Обозначим через j_0 ускорение, сообщаемое телу P Солнцем, когда последнее является основным притягивающим телом; через a_1 — возмущающее ускорение, вызываемое притяжением тела P_1 ; через j_1 — ускорение, сообщаемое телу P планетой P_1 , когда планета является основным притягивающим телом; через a_0 — возмущающее ускорение, вызываемое притяжением Солнца (тела P_0).

В настоящее время выделяется несколько видов гравитационных сфер. Сферой тяготения планеты P_1 обозначается область пространства, в которой справедливо неравенство $j_1 > j_0$, при этом на границе сферы тяготения выполняется равенство $j_1 = j_0$. Приближенное значение радиуса сферы тяготения планеты определяется соотношением:

$$R_T = r_1 \sqrt{\frac{m_1}{m_0}},$$

где r_1 есть расстояние планеты P_1 от Солнца (P_0), m_0 — масса Солнца, m_1 — масса планеты.

Сферой действия планеты P_1 называется область пространства, в которой выполняется неравенство:

$$a_1/j_0 > a_0/j_1.$$

Приближенное значение радиуса сферы действия планеты определяется соотношением:

$$R_d = r_1 \left(\frac{m_1}{m_0} \right)^{2/5}.$$

Сферой влияния планеты P_1 (относительно Солнца P_0) называется сфера, центр которой совпадает с центром планеты, и которая имеет радиус

$$R_B = 1,15 r_1 \left(\frac{m_1}{m_0} \right)^{1/3}.$$

При расчете траекторий полета КА более выгодным является использование сферы влияния, чем сферы действия. В этом случае ошибки в параметрах траектории КА при переходе от одного притягивающего центра к другому становятся наименьшими.

Гравитационной сферой Хилла называется область пространства с центром в планете P_1 и с радиусом R_H , равным расстоянию от либрационной точки L_1 до планеты P_1 . Радиус R_H дается соотношением

$$R_H \approx r_1 \left[\left(\frac{m_1}{3m_0} \right)^{1/3} - \frac{1}{3} \left(\frac{m_1}{3m_0} \right)^{2/3} - \frac{1}{9} \left(\frac{m_1}{3m_0} \right) \right].$$

Гравитационная сфера Хилла определяет ту область пространства, в которой движения тела P (космического аппарата, спутника) устойчивы в смысле Хилла, т. е. тело P будет вечно спутником планеты.

Численные значения радиусов всех видов гравитационных сфер для больших планет и Луны приведены в табл. 3.1, причем значения радиусов

Таблица 3.1

Планета	R_T , а е		R_d , а е		R_B , а е	R_H , а е
	min	max	min	max		
Меркурий	0,00013	0,00019	0,00060	0,00091	0,00241	0,00148
Венера	0,00112	0,00114	0,00409	0,0415	0,01138	0,00674
Земля	0,00171	0,00177	0,00610	0,00631	0,01672	0,01001
Марс	0,00078	0,00095	0,0035	0,00422	0,01204	0,00724
Юпитер	0,15298	0,16855	0,30665	0,33786	0,58863	0,34697
Сатурн	0,15222	0,17017	0,34428	0,38488	0,72241	0,42881
Уран	0,12091	0,13289	0,32991	0,36261	0,77592	0,46494
Нептун	0,21452	0,21823	0,57551	0,58547	1,29766	0,77035
Плутон	0,04959	0,08214	0,17825	0,29523	0,61885	0,38392
Луна—Земля	0,00027	0,00030	0,00042	0,00047	—	0,00039
Луна—Солнце	0,00019	0,00019	0,00105	0,00108	—	0,00234

даны в а.е. Для радиусов R_T и R_d приведены два значения (минимальное и максимальное), так как радиус r_1 не является постоянной величиной. Для радиусов R_B и R_H взято среднее значение r_1 .

3.5. МЕТОД ОСКУЛИРУЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Этот метод получил в космической баллистике широкое распространение для исследования возмущенного движения. Сущность метода заключается в том, что возмущенную – истинную – траекторию движения КА рассматривают состоящей из последовательности невозмущенных траекторий для каждого текущего момента времени. В итоге траектория возмущенного движения в каждый момент времени соприкасается с траекторией невозмущенного движения для этого же момента и представляет собой огибающую семейства невозмущенных траекторий движения. Максимальная эффективность применения этого метода достигается в тех случаях, когда возмущающие силы существенно меньше силы тяготения основного притягивающего центра.

Запишем систему уравнений возмущенного движения:

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= \ddot{x}_0 + q_x; \\ \ddot{y} &= \ddot{y}_0 + q_y; \\ \ddot{z} &= \ddot{z}_0 + q_z.\end{aligned}\tag{3.20}$$

Здесь $\ddot{x}_0 = -\frac{\mu x}{r^3}$, $\ddot{y}_0 = -\frac{\mu y}{r^3}$, $\ddot{z}_0 = -\frac{\mu z}{r^3}$ есть составляющие ускорений невозмущенного движения в соответствии с уравнениями (2.4); q_x, q_y, q_z – составляющие ускорений за счет действия возмущающих сил. Будем считать q_x, q_y, q_z известными и заданными функциями времени t , координат x, y, z и составляющих скорости $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$:

$$\begin{aligned}q_x &= q_x(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}); \\ q_y &= q_y(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}); \\ q_z &= q_z(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}).\end{aligned}\tag{3.21}$$

Соотношения (3.21) могут быть какими угодно функциями указанных аргументов с условием, что уравнения движения (3.20) имеют для любых заданных начальных условий $x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0$ единственное непрерывное и дифференцируемое решение, определенное для всех значений времени (включая и начальный момент t_0).

Как было показано в гл. 2, знание начальных условий позволяет решить систему уравнений невозмущенного движения, т. е. найти шесть интегралов, где постоянными фигурируют, в частности, кеплеровы элементы $i, \Omega, \omega, e, p, \tau$. Однако полученные соотношения не дают решения системе (3.20) даже при самых малых возмущениях q_x, q_y, q_z .

Выход из положения указал Лагранж. Им была предложена идея искать решение системы уравнений возмущенного движения, используя формулы невозмущенного движения в предположении, что кеплеровы элементы $i, \Omega, \omega, e, p, \tau$ являются функциями времени. С математической

точки зрения осуществление идеи Лагранжа сводится к преобразованию переменных в уравнениях (3.20), причем формулами преобразования служат известные формулы невозмущенного движения. Так, вместо переменных $x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ переходят к переменным $i, \Omega, \omega, e, p, \tau$. Вместо системы (3.20), используя формулы невозмущенного движения, получают систему уравнений для новых переменных:

$$\frac{d\Sigma}{dt} = F_i(t, i, \Omega, \omega, e, p, \tau), \quad (3.22)$$

где $\Sigma = \{i, \Omega, \omega, e, p, \tau\}, i = 1, 2, \dots, 6$.

Решение (3.22) может быть найдено в следующем виде:

$$\Sigma = \varphi_i(t, t_0, i_0, \Omega_0, \omega_0, e_0, p_0, \tau_0), \quad (3.23)$$

где $\Sigma = \{i, \Omega, \omega, e, p, \tau\}, i = 1, 2, \dots, 6$. Используя формулы невозмущенного движения для "старых" переменных, можно совершить обратный переход:

$$\begin{aligned} x &= \chi_1(t, t_0, i_0, \Omega_0, \omega_0, e_0, p_0, \tau_0); \\ &\dots\dots\dots; \\ &\dots\dots\dots; \\ \dot{z} &= \chi_6(t, t_0, i_0, \Omega_0, \omega_0, e_0, p_0, \tau_0). \end{aligned} \quad (3.24)$$

Формально разница состоит в том, что в возмущенном движении все зависит от времени. Итак, по методу Лагранжа следует, что возмущенное и невозмущенное движение определяется одними и теми же соотношениями. Разница лишь в том, что в невозмущенном движении элементы $i, \Omega, \omega, e, p, \tau$ постоянны, а в возмущенном движении зависят от времени:

$$i = i(t), \quad \Omega = \Omega(t), \dots, \tau = \tau(t).$$

Физически это можно объяснить следующим образом. Рассмотрим какой-либо произвольный момент времени $t_i (x_i, y_i, z_i, \dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i)$. Используя начальные условия, можно рассчитать кеплеровы элементы $i_i, \Omega_i, \omega_i, e_i, p_i, \tau_i$, которые останутся неизменными, если при $t \gg t_i$ возмущения перестанут действовать. Видно, что в момент времени $t = t_i$ координаты и составляющие скорости истинного (возмущенного) и некоторого невозмущенного движения совпадают. Рассмотрим момент времени $t_{i+1} = t_i + \Delta t$, причем Δt может быть как угодно мало. Пользуясь той же процедурой, можно вычислить кеплеровы элементы $i_{i+1}, \Omega_{i+1}, \dots, \tau_{i+1}$ для новой невозмущенной траектории, определяемой начальными условиями $x_{i+1}, \dots, z_{i+1}$. В итоге в момент времени t_{i+1} возмущенное движение будет совпадать с некоторым невозмущенным движением, отличным от невозмущенной траектории для момента $t = t_i$. Следует отметить, что траектория возмущенного движения одинакова как для начального, так и для текущего момента, а траектории невозмущенного движения различны и зависят от конкретного момента времени.

Таким образом, одной единственной траектории возмущенного движения соответствует *бесконечное множество невозмущенных траекторий*, обладающих тем свойством, что они имеют *одну общую огибающую-траекторию возмущенного движения*. Это семейство носит название *оскулирующих орбит*; оно может быть записано с использованием переменных оскулирующих элементов: $i = i(t)$, $\Omega = \Omega(t)$, $\omega = \omega(t)$, ..., $\tau = \tau(t)$. Точки совпадения фактической орбиты и оскулирующих невозмущенных орбит называются *точками оскуляции*. Под оскулирующим элементом подразумевают любую величину, характеризующую движение. Под полной совокупностью оскулирующих элементов подразумевается система величин, однозначно определяющая орбиту, т. е. радиус-вектор $\vec{r}(t)$ и вектор скорости $\vec{V}(t)$. Следует иметь в виду, что делать заключение о свойствах возмущенного движения, основываясь на свойствах соответствующих оскулирующих орбит, без специального исследования нельзя.

Вывод системы уравнений для оскулирующих элементов. Итак, возмущенное движение рассматривается как кеплерово движение, все элементы которого переменны и представляют собой некоторые неизвестные непрерывные функции времени. Эти неизвестные удовлетворяют некоторой системе дифференциальных уравнений и их надо вывести.

Основой для вывода является использование **функции связи**, в качестве которой может использоваться любая формула невозмущенного движения:

$$F(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, i, \Omega, \omega, e, p, \tau) = 0. \quad (3.25)$$

Следует помнить, что если в невозмущенном движении элементы $i, \Omega, \omega, e, p, \tau$ в соотношении (3.25) являются постоянными (константами), то в возмущенном движении — переменными. Запишем полную производную по времени от функции связи (3.25) для невозмущенного и возмущенного движений:

невозмущенное

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial F}{\partial y} \dot{y} + \frac{\partial F}{\partial z} \dot{z} + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \ddot{x}_0 + \frac{\partial F}{\partial \dot{y}} \ddot{y} + \frac{\partial F}{\partial \dot{z}} \ddot{z}_0 \equiv 0; \quad (3.26)$$

возмущенное

$$\begin{aligned} & \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial F}{\partial y} \dot{y} + \frac{\partial F}{\partial z} \dot{z} + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} (\ddot{x}_0 + q_x) + \frac{\partial F}{\partial \dot{y}} (\ddot{y}_0 + q_y) + \\ & + \frac{\partial F}{\partial \dot{z}} (\ddot{z}_0 + q_z) + \frac{\partial F}{\partial i} \frac{di}{dt} + \frac{\partial F}{\partial \Omega} \frac{d\Omega}{dt} + \frac{\partial F}{\partial \omega} \frac{d\omega}{dt} + \\ & + \frac{\partial F}{\partial e} \frac{de}{dt} + \frac{\partial F}{\partial p} \frac{dp}{dt} + \frac{\partial F}{\partial \tau} \frac{d\tau}{dt} \equiv 0. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Для любого момента времени координаты и составляющие скорости имеют одинаковые значения как в возмущенном, так и в невозмущенном

движении. Исходя из этого (3.26) можно подставить в (3.27). После упрощений имеем соотношение:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} q_x + \frac{\partial F}{\partial \dot{y}} q_y + \frac{\partial F}{\partial \dot{z}} q_z + \frac{\partial F}{\partial \dot{t}} \frac{dt}{dt} + \frac{\partial F}{\partial \Omega} \frac{d\Omega}{dt} + \frac{\partial F}{\partial \omega} \frac{d\omega}{dt} + \\ + \frac{\partial F}{\partial e} \frac{de}{dt} + \frac{\partial F}{\partial p} \frac{dp}{dt} + \frac{\partial F}{\partial \tau} \frac{d\tau}{dt} \equiv 0. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Составление соотношений вида (3.28) называется **основной операцией**. Это есть взятие полной производной от функции связи (3.25) в предположении, что время и координаты рассматриваются как величины постоянные, а элементы орбиты — как переменные (производные от составляющих скоростей являются составляющими возмущающих ускорений). Используя правило основной операции, можно получить любое число соотношений вида (3.28), ибо для применения основной операции годится любая комбинация из полученных выше (см. гл. 2) формул невозмущенного движения. При этом каждое соотношение линейно относительно производных от оскулирующих элементов. Поэтому, получив достаточное число соотношений вида (3.28), можно найти выражения для всех шести производных $\frac{di}{dt}, \frac{d\Omega}{dt}, \frac{d\omega}{dt}, \frac{de}{dt}, \frac{dp}{dt}, \frac{d\tau}{dt}$.

3.6. СИСТЕМА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ В ОСКУЛИРУЮЩИХ ЭЛЕМЕНТАХ

Считаем, что на тело P (космический аппарат) действует возмущающее ускорение, компонентами которого являются S, T, W .

Вводим понятие оскулирующей плоскости, под которой понимаем плоскость, проходящую через текущий радиус-вектор $\mathbf{r}$ тела P и текущий вектор скорости $\mathbf{V}$. Рассматриваем подвижную прямоугольную систему координат $PSTW$, оси которой ориентируются следующим образом: ось PS направлена по радиус-вектору $\mathbf{r}$; ось PT лежит в оскулирующей плоскости перпендикулярно к PS и направлена так, чтобы угол с направлением движения не превышал 90° ; ось PW направлена перпендикулярно к оскулирующей плоскости так, чтобы выбранные оси составляли правую систему координат.

Задача нахождения оскулирующих элементов заключается в решении следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= \frac{r}{p} \cos u \cdot W'; \\ \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{r}{p} \sin u \cdot \operatorname{cosec} i \cdot W'; \\ \frac{d\omega}{dt} &= -\frac{\cos \vartheta}{e} S' + \frac{\sin \vartheta}{e} \left(1 + \frac{r}{p}\right) T' - \frac{r}{p} \sin u \operatorname{ctg} i \cdot W'; \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\frac{de}{dt} = S' \cdot \sin \vartheta + T' \cdot [\cos \vartheta + (e + \cos \vartheta) \frac{r}{p}];$$

$$\frac{dp}{dt} = 2r \cdot T';$$

$$\frac{d\tau}{dt} = \frac{p}{e} \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left[(eN \sin \vartheta - \cos \vartheta) S' + \frac{p}{r} N T' \right] \frac{r^2}{p^2},$$

где ϑ — истинная аномалия; $u = \vartheta + \omega$,

$$S' = S \sqrt{\frac{p}{\mu}}; \quad T' = T \sqrt{\frac{p}{\mu}}; \quad W' = W \sqrt{\frac{p}{\mu}};$$

$$r = p(1 + e \cos \vartheta)^{-1};$$

$$N = \frac{2p^2}{r^2} \int_0^{\vartheta} \frac{\cos \vartheta d\vartheta}{(1 + e \cos \vartheta)^2}.$$

При этом истинная аномалия ϑ связана со временем t уравнением:

$$t - \tau = p \sqrt{\frac{p}{\mu}} \int_0^{\vartheta} \frac{d\vartheta}{(1 + e \cos \vartheta)^2}.$$

На величины возмущающих ускорений S , T , W , входящих в уравнения (3.29), не наложено никаких ограничений. Поэтому система (3.29) является точной системой уравнений движения при произвольно заданных значениях ускорений S , T , W . В тех случаях, когда ускорения S , T , W сравнимы с абсолютной величиной $g = \mu/r^2$ ньютоновского ускорения, оскулирующие элементы i , Ω , ω , e , p быстро изменяются вдоль орбиты и поэтому система уравнений (3.29) должна использоваться с осторожностью.

Уравнения Лагранжа для оскулирующих элементов. Рассмотрим случай, когда возмущающее ускорение вызывается силой, имеющей потенциал. Тогда существует такая возмущающая (пертурбационная) функция $R_{\Pi}(x, y, z, t)$, что

$$q_x = \frac{\partial R_{\Pi}}{\partial x}, \quad q_y = \frac{\partial R_{\Pi}}{\partial y}, \quad q_z = \frac{\partial R_{\Pi}}{\partial z}. \quad (3.30)$$

Составляющие S , T , W полного возмущающего ускорения могут быть выражены через частные производные функции R_{Π} по элементам, и система уравнений (3.29) преобразовывается к виду:

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= -\frac{1}{\sqrt{\mu p} \sin i} \frac{\partial R_{\Pi}}{\partial \Omega} + \frac{\cos i}{\sqrt{\mu p} \sin i} \frac{\partial R_{\Pi}}{\partial \omega}; \\ \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{1}{\sqrt{\mu p} \sin i} \frac{\partial R_{\Pi}}{\partial i}; \\ \frac{d\omega}{dt} &= -\frac{\cos i}{\sqrt{\mu p} \sin i} \frac{\partial R_{\Pi}}{\partial i} - \frac{2\sqrt{p}}{\sqrt{\mu}} \frac{\partial R_{\Pi}}{\partial p} + \frac{1-e^2}{e\sqrt{\mu p}} \frac{\partial R_{\Pi}}{\partial e}; \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$\frac{de}{dt} = -\frac{1-e^2}{e\sqrt{\mu p}} \frac{\partial R_{\Pi}}{\partial \omega} - \frac{p}{e\mu} \frac{\partial R_{\Pi}}{\partial \tau};$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{2\sqrt{p}}{\sqrt{\mu}} \frac{\partial R_{\Pi}}{\partial \omega};$$

$$\frac{d\tau}{dt} = \frac{p}{e\mu} \frac{\partial R_{\Pi}}{\partial e}.$$

Входящие в систему (3.31) частные производные возмущающей функции R_{Π} по оскулирующим элементам определяются согласно зависимостям

$$\frac{\partial R_{\Pi}}{\partial i} = na^2 \sqrt{1-e^2} r \sin u \cdot W',$$

$$\frac{\partial R_{\Pi}}{\partial \Omega} = na^2 \sqrt{1-e^2} (r \cos i \cdot T' - r \sin i \cos u \cdot W'),$$

$$\frac{\partial R_{\Pi}}{\partial \omega} = na^2 \sqrt{1-e^2} r \cdot T',$$

(3.32)

$$\frac{\partial R_{\Pi}}{\partial e} = \frac{na^2}{\sqrt{1-e^2}} [-p \cos \vartheta \cdot S' + (r+p) \sin \vartheta \cdot T'],$$

$$\frac{\partial R_{\Pi}}{\partial a} = na^2 \sqrt{1-e^2} r \cdot S',$$

$$\frac{\partial R_{\Pi}}{\partial M_0} = na^2 (e \sin \vartheta \cdot S' + pr^{-1} \cdot T'),$$

где

$$n = \frac{\sqrt{\mu}}{p} a^{-3/2},$$

$$\frac{da}{dt} = \frac{1}{1-e^2} \left(\frac{dp}{dt} + 2ae \frac{de}{dt} \right),$$

$$p = a(1-e^2).$$

Проиллюстрируем применение метода Лагранжа для системы дифференциальных уравнений движения в оскулирующих элементах в формуле (3.29). Запишем эту систему в несколько ином виде, переходя к новой независимой переменной — истинной аномалии ϑ [76]:

$$\frac{di}{d\vartheta} = WF \frac{r}{p} \cos u;$$

$$\frac{d\Omega}{d\vartheta} = WF \frac{r}{p} \sin u \operatorname{cosec} i;$$

$$\frac{d\omega}{d\vartheta} = F \left[-S \frac{\cos \vartheta}{e} + T \left(1 + \frac{r}{p} \right) \frac{\sin \vartheta}{e} - W \frac{r}{p} \operatorname{ctg} i \sin u \right];$$

$$\frac{de}{d\vartheta} = F \left\{ S \sin \vartheta + T \left[\left(1 + \frac{r}{p} \right) \cos \vartheta + e \frac{r}{p} \right] \right\}; \quad (3.33)$$

$$\frac{dp}{d\vartheta} = TF \cdot 2r;$$

$$\frac{dt}{d\vartheta} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} \cdot F;$$

где

$$F = \left[\frac{\mu}{r^2} + S \frac{\cos \vartheta}{e} - T \left(1 + \frac{r}{p} \right) \frac{\sin \vartheta}{e} \right]^{-1}. \quad (3.34)$$

Рассматриваем случаи, когда возмущающие ускорения S , T , W являются функциями только векторов $\mathbf{r}$ и $\mathbf{V}$ и не зависят явно от времени t . При этом в системе (3.33) необходимо решать совместно только первые пять уравнений, а шестое уравнение может использоваться автономно для определения времени полета t .

Обозначим через i_0 , Ω_0 , ω_0 , e_0 , p_0 значения оскулирующих элементов в начальной точке, для которой $\vartheta = \vartheta_0$. Через $\Delta i(\vartheta)$, $\Delta \Omega(\vartheta)$, $\Delta \omega(\vartheta)$, $\Delta e(\vartheta)$, $\Delta p(\vartheta)$ обозначим возмущения элементов при движении по орбите для тех моментов, когда $\vartheta > \vartheta_0$. Тогда значения оскулирующих элементов фактической орбиты можно представить в виде:

$$\begin{aligned} i(\vartheta) &= i_0 + \Delta i(\vartheta), \quad \Omega(\vartheta) = \Omega_0 + \Delta \Omega(\vartheta); \\ \omega(\vartheta) &= \omega_0 + \Delta \omega(\vartheta), \quad e(\vartheta) = e_0 + \Delta e(\vartheta); \\ p(\vartheta) &= p_0 + \Delta p(\vartheta). \end{aligned} \quad (3.35)$$

Используя выражения (3.35) и имея в виду то обстоятельство, что i_0 , Ω_0 , ω_0 , e_0 , p_0 являются постоянными величинами, первые пять уравнений системы (3.33) заменяются следующей системой:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\vartheta} (\Delta i) &= WF \frac{r}{p} \cos u; \\ \frac{d}{d\vartheta} (\Delta \Omega) &= WF \frac{r}{p} \sin u \operatorname{cosec} i; \\ \frac{d}{d\vartheta} (\Delta \omega) &= F \left[-S \frac{\cos \vartheta}{e} + T \left(1 + \frac{r}{p} \right) \frac{\sin \vartheta}{e} - W \frac{r}{p} \operatorname{ctg} i \sin u \right]; \\ \frac{d}{d\vartheta} (\Delta e) &= F \left\{ S \sin \vartheta + T \left[\left(1 + \frac{r}{p} \right) \cos \vartheta + e \frac{r}{p} \right] \right\}, \\ \frac{d}{d\vartheta} (\Delta p) &= TF \cdot 2r, \end{aligned} \quad (3.36)$$

где $r = p(1 + e \cos \vartheta)^{-1}$, $u = \omega + \vartheta$, а значение F определяется из (3.34).

Считаем, что интегрирование системы (3.36) осуществляется в таком интервале изменения аргумента ϑ , в котором возмущения Δi , $\Delta \Omega$, $\Delta \omega$, Δe , Δp остаются малыми. Тогда в первом приближении можно полагать, что $i = i_0$, $\Omega = \Omega_0$, $\omega = \omega_0$, $e = e_0$, $p = p_0$, и эти значения использовать для вычисления правых частей уравнений (3.36). В результате, каждое из дифференциальных уравнений интегрируется отдельно и величины Δi , $\Delta \Omega$, $\Delta \omega$, Δe , Δp определяются при помощи квадратур. Подставляя найденные значения возмущений Δi , $\Delta \Omega$, $\Delta \omega$, Δe , Δp в соотношения (3.35), получаем величины оскулирующих элементов орбиты во втором приближении. Этот процесс последующего уточнения элементов орбиты продолжается до тех пор, пока не будет обеспечена требуемая точность расчета.

3.7. ОЦЕНКА ИЗМЕНЕНИЙ ОСКУЛИРУЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Как было показано в разд. 3.6, основную роль играют нарастающие вековые возмущения параметров орбиты. В качестве характеристик этих возмущений будем рассматривать изменения элементов i , Ω , ω , e , p орбиты за один виток.

Используем систему уравнений (3.36) и будем считать отношения S/eg и T/eg малыми величинами. Тогда соотношение (3.34) упрощается и заменяется приближенной зависимостью: $F \approx \mu/r^2$. В результате можно записать следующие приближенные выражения для оценки изменений оскулирующих элементов за один виток:

$$\left. \begin{aligned} \delta i &= \int_0^{2\pi} \frac{W}{g} \frac{r}{p} \cos u d\vartheta; \\ \delta \Omega &= \int_0^{2\pi} \frac{W}{g} \frac{r}{p} \sin u \operatorname{cosec} i d\vartheta; \\ \delta \omega &= \int_0^{2\pi} \left[-\frac{S}{g} \frac{\cos \vartheta}{e} + \frac{T}{g} \left(1 + \frac{r}{p} \right) \frac{\sin \vartheta}{e} - \frac{W}{g} \frac{r}{p} \operatorname{ctg} i \sin u \right] d\vartheta; \\ \delta e &= \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{S}{g} \sin \vartheta + \frac{T}{g} \left[\left(1 + \frac{r}{p} \right) \cos \vartheta + e \frac{r}{p} \right] \right\} d\vartheta; \\ \delta p &= \int_0^{2\pi} \frac{T}{g} 2rd\vartheta, \end{aligned} \right\} \quad (3.37)$$

где $r = p(1 + e \cos \vartheta)^{-1}$, $u = \omega + \vartheta$,

$$g = \mu/r^2.$$

Система (3.37) справедлива при допущении о малости отношений S/eg , T/eg и W/g . Поэтому для орбит, близких к круговым ($e \rightarrow 0$), эти зависимости могут оказаться непригодными даже при действии очень малых возмущающих ускорений.

3.8. ВОЗМУЩЕНИЯ, ВЫЗЫВАЕМЫЕ НЕЦЕНТРАЛЬНОСТЬЮ ПОЛЯ ТЯГОТЕНИЯ ЗЕМЛИ

Будем рассматривать в качестве основной вторую зональную гармонику в разложении (1.4) для потенциала сил притяжения. Для этой гармоники, характеризующей полярное сжатие Земли, потенциал сил притяжения имеет вид

$$U_{\text{сж}} = -\frac{\epsilon}{3r^3} (3 \sin^2 i \sin^2 u - 1), \quad (3.38)$$

где $\epsilon = 2,634 \cdot 10^{10}$ км⁵/с — константа, определяющая сжатие Земли; i — наклонение орбиты; u — аргумент перицентра; r — текущий радиус КА.

Составляющие возмущающего ускорения, обусловленного (3.38), определяются соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \frac{\partial U_{\text{сж}}}{\partial r} = -\frac{\epsilon}{r^4} (3 \sin^2 i \sin^2 u - 1); \\ T_1 &= \frac{1}{r} \frac{\partial U_{\text{сж}}}{\partial u} = -\frac{\epsilon}{r^4} \sin^2 i \sin 2u; \\ W_1 &= \frac{1}{r \sin u} \frac{\partial U_{\text{сж}}}{\partial i} = -\frac{\epsilon}{r^4} \sin 2i \sin u, \end{aligned} \right\} \quad (3.39)$$

где S_1 — радиальная составляющая, T_1 и W_1 — трансверсальная и бинормальная составляющие возмущающего ускорения.

Для исследования влияния возмущений, задаваемых в форме (3.39), используется система дифференциальных уравнений для оскулирующих элементов, где независимой переменной является u . При подстановке соотношений для S_1 , T_1 , W_1 в эти уравнения и интегрировании уравнений за один оборот ИСЗ (в пределах от u_0 до $u_0 + 2\pi$) получаем, что вековые "уходы" элементов i , e , p отсутствуют. Указанные элементы подвержены только периодическим возмущениям. Максимальное значение амплитуды периодических возмущений элемента p имеет место при $i = 90^\circ$ (для полярных орбит), причем периодическое возмущение имеет три гармонические составляющие. Периодическое возмущение эксцентриситета e имеет более сложный характер и состоит из большого количества гармонических составляющих. Периодическое возмущение наклонения имеет три гармонические составляющие, причем для полярной и экваториальной орбит они являются малыми величинами и ими можно пренебречь. Для орбит с $e < 0,1$ наибольшим по амплитуде является возмущение угла наклона орбиты с удвоенной частотой (по отношению к частоте обращения ИСЗ по орбите).

Иначе обстоит дело с возмущениями линии узлов Ω и аргумента перигея ω . Для этих элементов, кроме периодических, имеют место также и вековые "уходы". Вековой "уход" линии узлов за один оборот определяется соотношением:

$$\Delta\Omega_{\text{в}} = -\frac{2\pi\epsilon}{\mu p^2} \cos i. \quad (3.40)$$

Из анализа (3.40) следует, что в первом приближении линия узлов прецессирует пропорционально косинусу угла наклона орбиты и обратно пропорционально квадрату фокального параметра орбиты. Причем величина $\Delta\Omega_B$ находится в пределах от нуля (для полярных орбит) до некоторого максимального значения (для экваториальных орбит). Периодические возмущения линии узлов имеют второй порядок малости по отношению к вековым возмущениям, поэтому график $\Delta\Omega = f(u)$ (по крайней мере, за один виток) представляет собой почти прямую линию.

Скорость изменения $\dot{\Omega}_B$ линии узлов (с учетом возмущений обоих типов) имеет большое практическое значение. В частности для солнечно-синхронных орбит величина $\dot{\Omega}_B$ равна скорости движения Солнца среди звезд. Данное обстоятельство приводит к тому, что освещенность ИСЗ на такой орбите не меняется, что очень важно для проведения наблюдений за ИСЗ и для проведения различных экспериментов на борту спутника.

Выражение для векового "ухода" аргумента перигея имеет вид:

$$\Delta\omega_B = \frac{\pi\epsilon}{\mu p^2} (5 \cos^2 i - 1).$$

Для полярной орбиты $\Delta\omega_B$ составляет за один оборот (при минимально возможных размерах орбиты) примерно $-4,5^\circ$. Для орбит с наклоном $i = 63^\circ 26'$ имеет место $\Delta\omega_B \approx 0$, что весьма важно при реализации орбит ИСЗ, для которых (по условиям эксплуатации) требуется обеспечить постоянство положения линии узлов. Это необходимо, в частности, для нормального функционирования ИСЗ типа "Молния". Периодические возмущения аргумента перигея, также как и эксцентриситета, имеют весьма сложный характер, зависящий от элементов i, e, ω . Качественно максимальные отклонения периодического возмущения $\Delta\omega$ (в отличие от возмущений линии узлов) превышают вековые отклонения за виток.

Из анализа вековых отклонений следует, что под действием сжатия Земли происходит пропорциональный времени поворот плоскости орбиты в направлении против вращения Земли, называемый **прецессией**.

Следует отметить, что изменение оскулирующих элементов в возмущенном движении приводит к возмущению радиуса орбиты (следовательно, и высоты полета). Эти возмущения таковы, что происходит как бы частичное "отслеживание" высотой полета поверхности Земли, при этом аппарат "поднимается" над экваториальными областями и как бы "проседает" над полюсами.

Пространственный поворот плоскости орбиты в возмущенном движении, связанный с изменением элементов i и Ω , приводит к появлению бокового "ухода" возмущенной орбиты (по отношению к невозмущенной). В первом приближении величина бокового ухода определяется с помощью соотношения

$$\Delta z = r(\Delta\Omega \cos u \sin i - \Delta i \sin u). \quad (3.41)$$

Анализ (3.41) показывает, что боковое смещение имеет вековой характер со все более увеличивающейся амплитудой. Строгие численные расчеты показали, что под действием аномалий поля тяготения Земли орбита ИСЗ испытывает как коротко- так и долгопериодические возмущения.

Последние имеют суточный характер, так как за один оборот все долготные изменения потенциала проходят через плоскость орбиты. Установлено, что максимальное изменение радиуса орбиты не превышает 200 м.

3.9. ВОЗМУЩЕНИЯ, ВЫЗЫВАЕМЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЕМ АТМОСФЕРЫ

На высотах более 150–200 км атмосфера сильно разрежена, и поэтому оказывает малое сопротивление движущемуся КА. Но поскольку сила сопротивления является постоянно действующей силой, то (несмотря на свою малость) она может значительно изменить элементы орбиты за достаточно большой интервал времени.

Влияние сопротивления атмосферы на движение КА оценивается характером поведения и величинами изменений оскулирующих элементов орбиты. Без учета вращения атмосферы приближенные значения вековых возмущений некоторых элементов круговой орбиты за один виток определяются следующими зависимостями:

$$\Delta r = -4\pi S_6 \rho r_{\text{cp}}^2; \quad \Delta V_y = 2\pi S_6 \rho \sqrt{\mu r_{\text{cp}}};$$

$$\Delta e = 12\pi^2 S_6 \rho r_{\text{cp}}^2; \quad \Delta T = -12\pi^2 S_6 \rho \sqrt{r_{\text{cp}}^5 / \mu},$$

где Δr , ΔV_y , Δe , ΔT — вековые возмущения среднего радиуса, продольной скорости, смещения вдоль орбиты и периода обращения; $S_6 = C_{xa} S_M / 2m$ — есть баллистический коэффициент КА массы m и площади миделевого сечения S_M ; C_{xa} — коэффициент силы лобового сопротивления; ρ — плотность воздуха на рассматриваемой высоте полета; r_{cp} — средний радиус орбиты.

Под влиянием сопротивления атмосферы при движении КА по эллиптической орбите происходят вековые возмущения эксцентриситета e и фокального параметра p , при этом первоначальная орбита с течением времени приближается к круговой орбите. Период обращения монотонно уменьшается, а средняя скорость полета возрастает. Следует отметить, что максимальная скорость уменьшения высоты орбиты приходится на район апогея, а минимальная — на район перигея орбиты.

При движении КА по круговой орбите возмущающее ускорение, перпендикулярное к плоскости орбиты, вызывает вековое вращение плоскости вокруг линии узлов, не изменяя положения самих узлов.

Под влиянием захвата атмосферы (вращением Земли), плоскость круговой орбиты с наклонением $i < 90^\circ$ стремится совпасть с плоскостью экватора, но это движение происходит очень медленно.

3.10. ВОЗМУЩЕНИЯ, ВЫЗЫВАЕМЫЕ ПРЯТЯЖЕНИЕМ СОЛНЦА И ЛУНЫ

Для КА, движущихся на высотах менее 100 000 км, возмущающее влияние всех небесных тел, за исключением Солнца и Луны, является весьма малым. Сравнительная оценка возмущающего влияния Солнца и Луны в зависимости от высоты полета КА приведена в табл. 3.2.

Таблица 3.2

Высота, км	Максимальное возмущающее ускорение, $\cdot 10^{-6}$ м/с		Отношение максимального возмущающего ускорения к ускорению свободного падения, $\cdot 10^{-6}$			
	от Солнца	от Луны	от Солнца	от Луны	от второго члена разложения потенциала земного притяжения	от аномалий силы притяжения
0	0,5	1,1	0,051	0,11	3400	60
2000	0,66	1,4	0,12	0,25	1900	35
10000	1,33	2,8	0,86	1,9	510	9,1
20000	2,1	4,5	3,6	7,9	200	3,5
50000	4,4	9,8	35	77	43	0,78
100000	8,3	18	240	520	12	0,22

Возмущающее влияние Солнца и Луны на движение КА сводится, в первом приближении, к вековым и долгопериодическим солнечным и лунным возмущениям.

Вековые изменения оскулирующих элементов орбиты КА за один виток определяются по аналитическим зависимостям для известных значений элементов в текущий момент времени. В итоге при заданных характеристиках возмущающего тела искомые величины вековых возмущений полностью определяются значениями оскулирующих элементов a , e , i , ω орбиты.

Расчеты показывают, что амплитуды максимальных солнечных долгопериодических возмущений примерно в 6,16 раз превосходят амплитуды соответствующих лунных возмущений, в то время как величина максимальных солнечных возмущений за один оборот КА на орбите примерно в 2,18 раза меньше соответствующих лунных возмущений. Максимальные амплитуды долгопериодических возмущений эксцентриситета и высоты орбиты в основном определяются высотой апогея [34].

3.11. ВОЗМУЩЕНИЯ, ВЫЗЫВАЕМЫЕ ДАВЛЕНИЕМ СОЛНЕЧНОГО СВЕТА

Возмущающее ускорение $j_{\text{дс}}$ космического аппарата, вызываемое световым давлением, направлено по световому потоку и вычисляется согласно зависимости

$$j_{\text{дс}} = k q_{\text{св}} S_{\text{м}} / m,$$

где m — масса КА; $S_{\text{м}}$ — площадь миделевого сечения; $q_{\text{св}}$ — сила солнечного давления; k — коэффициент, зависящий от характера отражения све-

та и распределения теплового излучения по поверхности КА ($k = 1 \dots 1.44$). Сила солнечного давления определяется соотношением:

$$q_{\text{св}} = q_0 (r_e/r)^2,$$

где q_0 — световое давление на удалении земной орбиты ($q_0 = 4,4 \times 10^{-6} \text{ Н/м}^2$); r_e — средний радиус орбиты Земли; r — расстояние КА от Солнца.

Исследования показывают, что световое давление до высоты полета $h < 500$ км оказывает на движение КА меньшее влияние, чем сопротивление атмосферы, и поэтому при баллистических расчетах давление солнечного света на учитывается. При $500 \text{ км} \leq h \leq 700 \text{ км}$ влияние светового давления и сопротивления атмосферы приблизительно одинаково, а для высот полета $h > 700$ км световое давление становится более значимым, чем сопротивление атмосферы.

3.12. ВЛИЯНИЕ НАЧАЛЬНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ДВИЖЕНИЕ ИСЗ ПО КРУГОВОЙ ОРБИТЕ

К числу начальных возмущений относятся: возмущение начального расстояния r_0 (от центра Земли до КА на орбите ИСЗ); возмущение радиальной скорости V_{r_0} ; возмущение в угловом положении (u_0) на орбите; возмущения, связанные с отклонением КА от плоскости орбиты (z_0, V_{z_0}).

Рассмотрим случай отсутствия внешних возмущающих ускорений $S = T = W = 0$.

1. При изменении *начального радиуса* возникает эллиптическое искажение формы орбиты, что приводит к изменению параметров орбиты (рис. 3.2).

1. Изменение высоты полета: в перигее — $\Delta r_{\pi} = \Delta r_0$; в апогее — $\Delta r_A = 3\Delta r_0$.

2. Изменение радиальной скорости ΔV_r :

$$|\Delta V_r|_{\text{max}} = \frac{\omega_{\text{кр}}}{r_0} |\Delta r_0|,$$

где $\omega_{\text{кр}}$ скорость движения КА по невозмущенной круговой орбите. Это возмущение является периодическим и изменяется по синусоиде, имея максимум в точках $\varphi = \pi/2$ и $\varphi = 3\pi/2$, где угол φ определяет угловое расстояние от перигея (в перигее — $\varphi = 0$, в апогее — $\varphi = \pi$).

3. Возмущение Δu вдоль орбиты: это возмущение приводит к систематическому отставанию КА от его соответствующего положения в невозмущенном движении. Оно имеет вековую составляющую, изменяющуюся по линейному закону, и периодическую составляющую, изменяющуюся по синусоиде. За один оборот вокруг Земли смещение КА увеличивается на величину:

$$\Delta u(2\pi) = -6\pi \frac{\Delta r_0}{r_0}.$$

4. Изменение скорости ΔV_φ векового смещения (в проекции на невозмущенную орбиту):

$$(\Delta V_\varphi)_{\text{век}} = -3\omega_{\text{кр}} \frac{\Delta r_0}{r_0}.$$

5. Изменение периода обращения ΔP :

$$\Delta P = 3P \frac{\Delta r_0}{r_0}.$$

6. Возмущение продольной скорости ΔV_u является периодическим и изменяется в пределах: $(\Delta V_u)_{\min} = 0$ при $\varphi = 0$; $2\pi \cdot (\Delta V_u)_{\max} = -2\omega_{\text{кр}} \frac{\Delta r_0}{r_0}$ при $\varphi = \pi$. Возмущения скоростей $(\Delta V_\varphi)_{\text{век}}$ и (ΔV_u) связаны между собой соотношением:

$$\Delta V_u = \Delta V_\varphi + \frac{\Delta r_0}{r_0} \omega_{\text{кр}}.$$

II. При изменении *начальной радиальной скорости* форма орбиты также искажается. При этом перигей и апогей орбиты смещаются на угол $\varphi = \pi/2$ (по сравнению со случаем I) и равны: $\varphi_A = \pi/2$, $\varphi_\pi = 3\pi/2$. Графически смещение перигея и апогея показано на рис. 3.3.

Абсолютная величина отклонений по радиусу составляет:

$$|\Delta r_A| = |\Delta r_\pi| = \frac{r_0}{\omega_{\text{кр}}} \Delta r_0.$$

Радиальная скорость изменяется пропорционально $\cos \varphi$, а продольная скорость — пропорционально $\sin \varphi$. Максимальные абсолютные величины отклонений скорости равны начальному возмущению ΔV_{r_0} .

Возмущение вдоль орбиты сводится к некоторому отставанию КА от его положения на невозмущенной орбите. Это смещение является периодическим и не имеет вековой составляющей. Поэтому период P обраще-

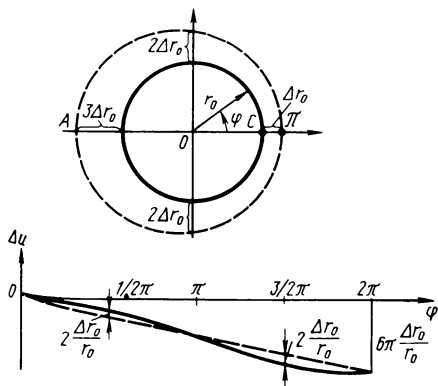


Рис. 3.2. Изменение круговой орбиты при действии малых возмущений начального радиуса

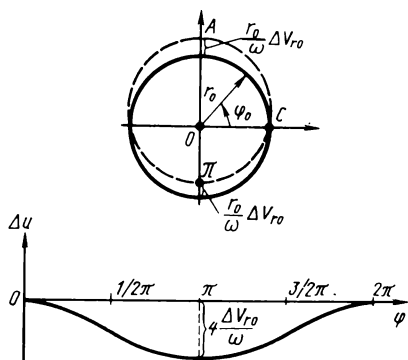


Рис. 3.3. Изменение круговой орбиты при действии малых возмущений начальной радиальной скорости

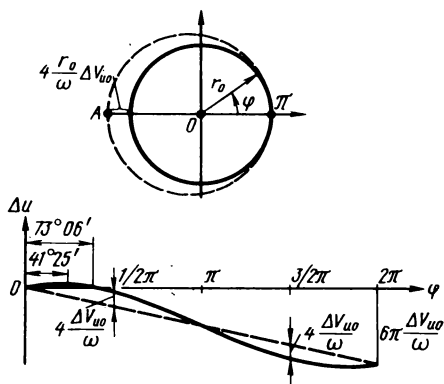


Рис. 3.4. Изменение круговой орбиты при действии малых возмущений начальной продольной скорости

ния КА остается неизменным. Максимальное по абсолютной величине смещение КА вдоль орбиты соответствует точке $\varphi = \pi$ и составляет:

$$\Delta u(\pi) = -\frac{4 \Delta V_{u0}}{\omega_{кр}}.$$

III. Влияние начального углового смещения Δu_0 сводится к повороту орбиты вокруг центра Земли на угол $\Delta u = \Delta u_0$.

Изменение начальной продольной скорости ΔV_{u0} приводит к изменению формы орбиты и показано на рис. 3.4.

Изменение высоты полета:

$$\Delta r_{\pi} = a, \quad \Delta r_A = \frac{4r_0}{\omega_{кр}} \Delta V_{u0}.$$

Возмущение радиальной скорости ΔV_r является синусоидальным, с максимумами при $\varphi = \pi/2$ и $\varphi = 3\pi/2$:

$$|\Delta V_r(\frac{\pi}{2})|_{\max} = |\Delta V_r(\frac{3}{2}\pi)|_{\max} = 2\Delta V_{u0}.$$

Возмущение Δu вдоль орбиты имеет периодическую и вековую составляющие. Характер этого возмущенного движения является сложным, но в целом происходит отставание положения КА от положения в невозмущенном движении. Отставание за один виток орбиты составляет величину:

$$\Delta u(2\pi) = -6\pi \frac{\Delta V_{u0}}{\omega_{кр}}.$$

Средняя скорость векового смещения КА вдоль орбиты:

$$(\Delta V_{\varphi})_{\text{век}} = -3\Delta V_{u0}.$$

Изменение периода обращения:

$$\Delta P = 3P \frac{\Delta V_{u0}}{\omega_{кр}}.$$

Возмущение ΔV_u продольной скорости имеет периодический характер: предельные значения возмущений равны:

$$\Delta V_u(0) = \Delta V_{u0}; \quad \Delta V_u(\pi) = -3\Delta V_{u0}.$$

IV. Влияние начальных отклонений, перпендикулярных к плоскости орбиты, имеет периодический характер и приводит к некоторым поворотам плоскости орбиты. Обозначим через z_0 отклонение КА от плоскости

орбиты, а через V_{z_0} — отклонение скорости КА в направлении, нормальном к плоскости орбиты.

Отклонению z_0 соответствует поворот плоскости исходной орбиты вокруг оси, проходящей через точки $\varphi = \pi/2$ и $\varphi = 3\pi/2$, а начальному отклонению V_{z_0} — поворот вокруг оси, проходящей через точки $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$. Соответствующие углы поворота плоскости орбиты определяются соотношениями:

$$\psi(z_0) = \frac{z_0}{r_0}, \quad \psi(V_{z_0}) = \frac{V_{z_0}}{\omega_{кр}}.$$

Таким образом, влияние малых возмущений Δr_0 , ΔV_{r_0} , Δu_0 , ΔV_{u_0} начальных условий движения сводится к некоторым искажениям формы исходной круговой орбиты, а также к периодическим и вековым смещениям КА вдоль орбиты. При этом положение плоскости орбиты в пространстве не изменяется. При действии малых отклонений z_0 и V_{z_0} , не лежащих в плоскости орбиты, происходит изменение ориентации этой плоскости.

В целом, вековые возмущения оказывают большее воздействие на орбиту КА, чем периодические возмущения, и с течением времени вековые возмущения приводят к значительным изменениям орбиты (даже в случае очень малых начальных отклонений).

В качестве примера приведем значения максимальных периодических и вековых смещений положения КА на круговой орбите ИСЗ с высотой $h = 630$ км, $\omega_{кр} = 7,5$ км/с, $P = 98$ мин [76]. В табл. 3.3 приведены величины смещений КА при единичных возмущениях: при возмущении начальной скорости $\Delta V_0 = 1$ м/с и при возмущении начального положения $\Delta l_0 = 1$ км. Следует иметь в виду, что вековые смещения КА непрерывно возрастают пропорционально времени полета, а указанные в табл. 3.3 периодические отклонения (смещения) являются максимально возможными.

При движении КА по орбите ИСЗ возникающие под действием малых возмущающих сил вековые возмущения качественно можно разделить на три вида [76].

1. *Вековые возмущения, приводящие к нарастающему искажению формы орбиты.* В конечном итоге эти возмущения могут привести к "разрушению" орбиты (к падению ИСЗ на Землю или удалению КА за пределы сферы действия). Такие возмущения возникают: а) под влиянием постоянных ускорений, направленных по движению КА (или в обратном направлении); б) под влиянием периодических ускорений, действующих в плоскости орбиты и изменяющихся с частотой, равной частоте обращения КА вокруг основного притягивающего тела. В первом случае КА движется по разворачивающейся (сворачивающейся) спирали с непрерывно возрастающим (убывающим) периодом обращения. Во втором случае происходит непрерывное увеличение эксцентриситета орбиты, что приводит к существенному изменению формы орбиты.

2. *Вековые возмущения, приводящие к непрерывному вращению плоскости орбиты вокруг некоторой оси, проходящей через основное притягивающее тело.* Такие возмущения возникают под влиянием периодических ускорений, нормальных к плоскости орбиты и изменяющихся с частотой, равной частоте обращения КА на орбите ИСЗ.

Таблица 3.3.

Начальные возмущения		Смещение КА, км					Изменение периода обращения, с
		максимальное периодическое			вековое вдоль орбиты		
Характер и величина	Направление	от центра Земли	вдоль орбиты	по нормали к плоскости орбиты	за один виток	за сутки	
Возмущение начальной скорости: $\Delta V_0 = 1 \text{ м/с}$	От центра Земли	0,9	3,7	—	—	—	—
	Вдоль орбиты	3,7	3,7	—	17,6	260	2,3
	По нормали к плоскости орбиты	—	—	0,9	—	—	—
Возмущение начального положения $\Delta l_0 = 1 \text{ км}$	От центра Земли	3	2	—	18,8	280	2,5
	Вдоль орбиты	—	1	—	—	—	—
	По нормали к плоскости орбиты	—	—	1	—	—	—

3. *Вековые возмущения, приводящие к некоторому изменению периода обращения КА при отсутствии нарастающих искажений формы орбиты.* Такие возмущения возникают под влиянием: а) постоянных ускорений, направленных по радиусу-вектору; б) периодических ускорений, направленных по движению КА. Возможно возникновение интересного явления *резонанса*, когда частота возмущающего ускорения совпадает с частотой обращения КА на орбите ИСЗ. В этом случае происходит нарастающее искажение формы и положения орбиты, вызываемые непрерывным увеличением значения эксцентриситета и непрерывным вращением плоскости орбиты.

3.13. ВРЕМЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ КА НА ОРБИТЕ ИСЗ

Время существования определяется продолжительностью полета КА с момента его выведения на орбиту до входа в плотные слои атмосферы (ниже 150...160 км). На время существования КА оказывают влияние многие факторы, в том числе все рассмотренные выше. Из-за давления солнечных лучей и действия на КА сил притяжения Солнца и Луны орбита совершает периодические колебания, и при перемещении перигея в более плотные слои атмосферы торможение КА увеличивается, что

приводит в итоге к сокращению срока его "жизни". Например, вследствие воздействия Луны высота перигея ИСЗ "Эксплорер-6" (США) менялась каждые 3 мес. в пределах от 250 до 160 км; вследствие этого время существования спутника оказалось равным 2 г. (вместо рассчитанных 20 лет при отсутствии воздействия Луны).

Сплюснутость Земли приводит к перемещению перигея орбиты КА без изменения расстояния от центра Земли. Если, например, перигей переместится из полярной области к экваториальную, то он будет расположен ближе к поверхности Земли и, следовательно, окажется в более плотных слоях, что также отразится на общем времени существования.

Плотность атмосферы в какой-либо точке зависит не только от высоты этой точки над уровнем моря, но и от многих других факторов. В частности, плотность меняется в течение суток: на высоте 300 км в полдень плотность почти вдвое больше, чем в полночь. Плотность верхней атмосферы заметно увеличивается с усилением солнечной активности.

Условием, при которых КА прекращает свое существование, соответствуют элементы некоторой *критической орбиты* – минимальная высота $h_{кр}$ полета, минимальный период обращения $P_{кр}$ и т. д. Под **к р и т и ч е с к о й** понимается такая орбита, на которой КА еще может сделать один полный оборот. Критические значения высоты полета и периода обращения зависят от баллистического коэффициента ($S_6 = C_x S_M / 2m$) и параметров атмосферы. Установлено, что при изменении баллистического коэффициента S_6 в достаточно широком диапазоне ($0,001 \leq S_6 \leq 1,0 \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{с}^2$) величины $h_{кр}$ и $P_{кр}$ меняются сравнительно мало: $108 \leq h_{кр} \leq 188 \text{ км}$, $86,5 \leq P_{кр} \leq 88,1 \text{ мин}$. Критическую орбиту КА характеризуют минимально возможной высотой полета $h_{кр} = 110\text{--}120 \text{ км}$ и минимально возможным периодом обращения $P_{кр} = 86,5\text{--}86,7 \text{ мин}$. Эти значения справедливы для различных моделей атмосферы.

Вследствие торможения в атмосфере эксцентриситет орбиты постепенно уменьшается и становится практически равным нулю в последние сутки, предшествующие прекращению существования. В результате обработки многочисленных данных установлено, что для реальных аппаратов, орбиты которых имеют перигей на высоте порядка 200–300 км и эксцентриситет $e > 0,02$, уменьшение эксцентриситета до значений 0,001 ... 0,002 практически совпадает (с точностью до одних–двух суток) с моментом прекращения существования КА.

Время существования определяется достаточно точно в результате численного интегрирования на ЭВМ уравнений движения КА. Однако этот метод требует больших затрат времени ЭВМ и не позволяет получить решение в общем виде. Поэтому большое значение имеют приближенные аналитические зависимости, удобные для ориентировочных расчетов.

Для определения времени существования КА на круговых орбитах можно пользоваться соотношениями, приведенными в табл. 3.4. Эти зависимости отвечают модели атмосферы CIRA 1961, которая соответствует периоду максимальной плотности атмосферы. Точность расчета времени существования по соотношениям табл. 3.4 не хуже 15% получаемых фактических данных. В табл. 3.4 указаны следующие параметры: m – масса КА; S_M – площадь миделевого сечения.

Таблица 3.4

№№ пп	Диапазон высот полета, км	Формула для расчета времени существования КА, сут
1	200 ... 250	$(-0,092 \dots 0,0005 \text{ h}) \frac{m}{S_M}$
2	250 ... 300	$(-0,34 \dots 0,0015 \text{ h}) \frac{m}{S_M}$
3	300 ... 350	$(-1,4 \dots 0,005 \text{ h}) \frac{m}{S_M}$
4	350 ... 400	$(-3,1 \dots 0,01 \text{ h}) \frac{m}{S_M}$

Для получения оценок времени существования можно использовать общую зависимость:

$$t_{\text{сущ}} = \frac{3}{8} \frac{h_A - h_{\pi}}{a} \frac{P}{(-dP/dt)}, \quad (3.42)$$

где $t_{\text{сущ}}$ — оставшееся время существования КА на орбите (в сутках), h_A и h_{π} — высота в километрах апогея и перигея орбиты; параметры a и P — большая полуось (км) и период обращения (с), производная dP/dt — быстрота изменения периода обращения за сутки (в сек).

Приведем пример расчета времени существования первого искусственного спутника Земли с использованием соотношения (3.42). Предположим, что спутник 9 ноября 1957 года находился на орбите с параметрами $h_{\pi} = 210$ км и $h_A = 810$ км, для которой период обращения $P = 5610$ с и большая полуось $a = 6880$ км. Быстрота уменьшения периода обращения ($-dP/dt$) составляла 2,94 с за сутки. Вычисление по формуле (3.42) дает значение $t_{\text{сущ}} \approx 60$ сут. С использованием вычисленного $t_{\text{сущ}}$ датой прекращения полета спутника должен был быть день 8 января 1958 г., а в действительности спутник упал на Землю 4 января 1958 года.

Следует иметь в виду, что ошибки расчета времени существования в связи с вариациями плотности атмосферы могут составлять десятки процентов, а на больших высотах (более 500 км) и в годы максимума солнечной активности могут в несколько раз превышать прогнозируемое время существования КА.

ГЛАВА 4. МЕЖПЛАНЕТНЫЕ ПЕРЕЛЕТЫ

Проведение всестороннего анализа орбит, обеспечивающих полет к планетам, требует расчета достаточно большого числа возможных вариантов. Данное обстоятельство приводит к необходимости обращения для просмотра этих вариантов к приближенным методам, позволяющим просто, экономно и наглядно анализировать орбиты межпланетного перелета с точки зрения предъявляемых к ним требований.

4.1. МЕЖОРБИТАЛЬНЫЕ ПЕРЕХОДЫ В МЕЖПЛАНЕТНОМ ПОЛЕТЕ

В силу малости размеров и масс планет (по сравнению с Солнцем) в первом приближении их можно отождествлять с материальными точками, движущимися вокруг центрального тела — Солнца — в соответствии с законом всемирного тяготения. Тогда (см. гл. 2) орбиты планет являются кеплеровыми замкнутыми кривыми — эллипсами или окружностями. Как видно из табл. 1.1, орбиты планет представляют собой слабо вытянутые эллипсы (с малыми значениями эксцентриситетов), расположенные практически в плоскости эклиптики. С учетом фактического взаимодействия планет параметры их орбит претерпевают постоянные изменения. Однако силы взаимного притяжения планет намного меньше силы притяжения Солнца, и поэтому их действие не приводит к существенным изменениям орбит планет.

Под **межорбитальным переходом** понимается перелет КА между двух межпланетных орбит — орбиты планеты старта и орбиты планеты цели (рис. 4.1).

Факт постоянства планетных орбит позволяет сделать предположение, что возможно такое взаимное расположение планеты старта 1 и планеты цели 2, когда реализация полета потребует наименьших затрат энергии. Ограничимся рассмотрением простейшего случая: пренебрегаем эллиптичностью орбит и их наклонением к плоскости эклиптики, т. е. считаем, что орбиты планет являются круговыми и лежат в одной плоскости. Так как рассматривается только центральная сила притяжения Солнца, то задача расчета траектории полета КА от одной планеты к другой решается как задача невозмущенного движения (см. гл. 2).

На рис. 4.1 показана схема перелета с внутренней планеты, движущейся по круговой орбите с величиной радиуса r_1 , на внешнюю (с радиусом орбиты r_2). Энергетически оптимальной траекторией, обеспечивающей перевод КА с орбиты 1 на орбиту 2 ($\Delta V_p = \min$), является траектория, касательная к исходным орбитам при угле перелета $\varphi = 180^\circ$ и с большой полуосью $a = (r_1 + r_2)/2$. Это так называемый **оптимальный Гомановский эллипс**.

При полете по такой траектории КА должен иметь в начальный момент скорость относительно Солнца (используем формулу (2.52), в которую подставляем данные в соответствии с рис. 4.1:

$$V_{\text{КА}} = \sqrt{\mu_c \left(\frac{2}{r_1} - \frac{2}{r_1 + r_2} \right)} = \sqrt{\frac{\mu_c}{r_1} \cdot \frac{r_2}{a}},$$

где μ_c — произведение постоянной тяготения на массу Солнца. Так как КА движется вместе с планетой, то для перевода КА на траекторию межпланетного перелета его надо разогнать относительно планеты старта 1 до скорости $\Delta V_p = V_{\text{КА}} - V_{\text{пл}}$, называемой скоростью на бесконечности ($\Delta V_p = V_\infty$), которая определяет энергетику, необходимую для реализации перелета. (Здесь $V_{\text{пл}}$ — скорость планеты старта относительно Солнца). Все рассуждения справедливы и для перелетов с внешней планеты на внутреннюю (например, с орбиты Земли на орбиту Венеры), но при этом КА на-

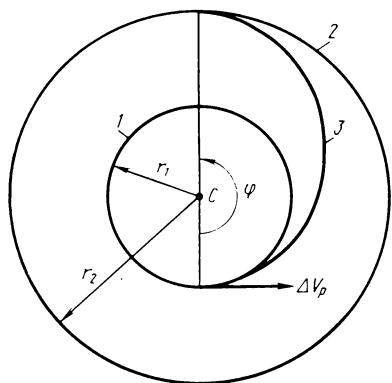


Рис. 4.1. Схема оптимального межорбитального перелета межпланетного КА:

1, 2 – орбиты планет старта и назначения соответственно; С – солнце; 3 – межпланетная траектория КА; ΔV_p – дополнительная скорость для перевода КА на межпланетную траекторию; φ – угол перелета

до затормозить относительно планеты старта. В [30] приведены основные характеристики энергетически оптимальных траекторий перелетов с Земли на планеты солнечной системы.

Рассмотрим вопрос о времени, необходимом для осуществления перелета с орбиты 1 на орбиту 2. Очевидно, что время t_{Π} равно полупериоду обращения КА по орбите перелета:

$$t_{\Pi} = \pi \sqrt{\left(\frac{r_1 + r_2}{2}\right)^3 \cdot \frac{1}{\mu_c}}.$$

Для обеспечения встречи КА с планетой назначения необходимо, чтобы в момент касания орбиты перелета с орбитой планеты назначения аппарат и планета находились в одной и той же точке. Рассмотрим, каким должно быть расположение планет в момент отлета КА с орбиты 1, чтобы после истечения времени t_{Π} обеспечивалось условие встречи КА с планетой назначения 2.

Согласно интегралам площадей при движении в центральном поле тяготения радиусы-векторы планет описывают в равные промежутки времени равные площади. Поскольку КА и планета назначения движутся по различным орбитам, то их угловое перемещение за время t_{Π} будет различным. Так как рассматриваются круговые орбиты, то за время t_{Π} планета назначения переместится на угол $\varphi_2 = n t_{\Pi}$, где n – средняя угловая скорость движения по орбите ($n = \sqrt{\mu_c r_2^{-3}}$). Подставляя значения n и t_{Π} в формулу для φ_2 , получаем:

$$\varphi_2 = \frac{\pi(1 + \alpha)}{2} \sqrt{\frac{1 + \alpha}{2}},$$

где $\alpha = r_1/r_2$.

За время t_{Π} КА перемещается на угловое расстояние, равное π , и таким образом в начальный момент планета старта 1 и планета назначения 2 должны занимать положение, при котором угол между радиусами-векторами $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ равен: $\Delta\varphi = \pi - 2\pi \cdot (\text{дробная часть } \varphi_2/2\pi)$ или $\Delta\varphi = \pi$

– $\frac{2\pi^2}{P_2} \sqrt{\frac{a^3}{\mu_c}}$, где P_2 – период обращения планеты 2. В случае

$\Delta\varphi > 0$ планета назначения опережает планету старта, при $\Delta\varphi < 0$ – отстает от нее. Отсюда ясно, что реализация энергетически оптимальных траекторий перелета возможна лишь при строго определенном взаимном располо-

жении планет. Любое отклонение от этого расположения вызывает увеличение потребной для перелета энергии.

Так как реализация оптимальных полетов к планетам с Земли требует строго определенного расположения планеты относительно Земли, то, естественно, повторяемость этой конфигурации будет наступать через синодический период (см. гл. 1). Из данных табл. 1.1 видно, что наиболее часто осуществлять оптимальные перелеты возможно к Меркурию (~ 116 сут.), а наиболее редко – к Марсу ($\sim 2,14$ года).

4.2. ФОРМИРОВАНИЕ МЕЖПЛАНЕТНЫХ ОРБИТ

Представленные в 4.1 материалы показывают, в основном, качественную сторону межпланетных перелетов. Учет наклонов орбит планет и их эллиптичности значительно усложняет задачу определения энергетически оптимальных орбит перелета. Учет реального движения планет в пространстве приводит к тому, что перелет по энергетически оптимальным эллиптическим траекториям становится практически неосуществимым.

Для получения оптимальных траекторий при практических расчетах используют **методику сфер действия**, сущность которой заключается в следующем. В некоторой окрестности притягивающего тела – его **сфере действия** – при расчете траектории движения КА учитывается только сила притяжения этого тела. Такое допущение позволяет считать траекторию движения КА в сфере действия невозмущенной и применять для ее определения аналитическую теорию задачи двух тел. В рамках этой методики все околосолнечное пространство можно назвать сферой действия Солнца, в которой в соответствии с законом всемирного тяготения движутся планеты. Так как планеты являются телами, обладающими конечной массой, то в некоторой окрестности планет их сила притяжения оказывается основной силой, действующей на КА. Значения сферы действия планет зависят от массы планеты и удаления ее от Солнца.

В итоге каждая планета как бы "вырезает" в сфере действия Солнца некоторую область, в которой сила ее притяжения является доминирующей. В силу этого все околосолнечное пространство можно представить в виде сфер действия планет, как бы "погруженных" в сферу действия Солнца и перемещающихся вместе с планетами по их орбитам. Тогда траекторию движения КА при перелетах от планеты к планете можно рассматривать как траекторию, последовательно проходящую через несколько сфер действия, причем внутри каждой сферы действия траектория определяется начальными условиями на границе этой сферы и притяжением центрального тела.

Сферы действия даже самых массивных планет малы по сравнению со сферой действия Солнца. В силу этого на большей части межпланетной траектории движение КА зависит лишь от силы притяжения Солнца и именно этот участок является определяющим при расчетах всей траектории перелета. Траекторию движения вблизи планет выбирают таким образом, чтобы при переходах от одной сферы действия к другой не нарушалась гладкость траектории.

В соответствии с вышесказанным расчеты межпланетных траекторий проводят в следующей последовательности.

1. Задаются датой старта КА с орбиты Земли и временем прилета КА к планете назначения. Это позволяет определить положение и скорости планет на их орбитах для моментов старта и прилета, а также время перелета КА от одной планеты к другой.

2. Считая на первом этапе действия планет бесконечно малыми, определяют параметры межпланетной орбиты в сфере действия Солнца. Для этого используют хорошо разработанные методы определения орбит, например метод Ламберта—Эйлера.

3. Определив параметры орбиты, вычисляют гелиоцентрические скорости КА в момент отлета с орбиты планеты старта и в момент прилета к планете назначения.

4. Зная гелиоцентрические скорости КА и планет в моменты старта и встречи, вычисляют скорость КА относительно планет, как разницу соответствующих векторов. Эта скорость "на бесконечности" определяет тот избыток скорости КА относительно планеты на границе ее сферы действия, который необходимо иметь для вывода аппарата на выбранную межпланетную траекторию.

5. По величине вектора скорости "на бесконечности" и его ориентации в пространстве определяют траекторию движения КА в сфере действия планет. Знание одного вектора скорости "на бесконечности" недостаточно для определения параметров планетоцентрической траектории. Поэтому необходимо задавать дополнительные условия. При отлете от Земли такими условиями являются параметры стартовой орбиты ИСЗ (например, наклонение и величина перигея орбиты), при подлете к планете — параметры пролета у планеты (в зависимости от принятой схемы полета).

6. Зная параметры припланетных траекторий, определяют затраты характеристической скорости, необходимые для ее формирования.

Рассмотрим несколько подробнее, каким образом проводится расчет на каждом из указанных этапов.

1. На этапе проектных исследований вполне достаточно считать орбиты планет постоянными, заданными шестью кеплеровыми элементами: $\Omega, i, a, e, \omega, \tau$. Используя эти данные, можно получить вектор положения $\mathbf{r}$ и вектор скорости планеты $\mathbf{V}_{пл}$ для любого заданного момента времени t .

Пусть требуется определить траекторию перелета с планеты 1 на планету 2, орбиты которых заданы соответствующими элементами. Задаемся временем отлета КА с орбиты планеты 1 и временем встречи его с планетой 2 — t_1 и t_2 соответственно. Тогда время перелета КА определится как разность $t_{п} = t_2 - t_1$, и траектория должна проходить через точки пространства, определяемые концами векторов: $\mathbf{r}_1$ — положение планеты 1 в момент времени t_1 ; $\mathbf{r}_2$ — положение планеты 2 в момент времени t_2 . Таким образом, необходимо решить задачу определения элементов орбиты по двум положениям КА ($\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$) и времени перелета между этими положениями — $t_{п}$.

2. В курсах небесной механики такая задача решается с помощью хорошо разработанных методов, наиболее распространенным из которых яв-

i_0 величина долготы восходящего узла Ω орбиты отлета определяется по формуле:

$$\sin(\alpha_\infty - \Omega) = \frac{\operatorname{tg} \delta_\infty}{\operatorname{tg} i_0}.$$

Очевидно, что существует две орбиты с долготами восходящего узла Ω , связанные соотношением:

$$\alpha_\infty - \Omega_2 = \pi - (\alpha_\infty - \Omega_1).$$

Остается определить параметры орбиты, обеспечивающие заданную ориентацию вектора V_∞ в плоскости орбиты, т. е. элементы орбиты a , e , ω . В предположении, что старт КА на орбиту отлета осуществляется по касательной к опорной орбите ИСЗ, возможно определить точку схода КА с орбиты ИСЗ и величину потребного разгонного импульса. Определение указанных величин проводится по формулам

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{\mu}{V_\infty^2}; \quad e = 1 + \frac{r_\pi V_\infty^2}{\mu}; \\ \omega &= u_{\infty i} - \vartheta_\infty; \quad \cos \vartheta_\infty = -\frac{1}{e}; \\ \sin u_{\infty i} &= \frac{\sin \delta_\infty}{\sin i}; \\ \cos u_{\infty i} &= \cos(\alpha_\infty - \Omega_i) \cos \delta_\infty. \end{aligned} \right\}$$

Таким образом, получены параметры гиперболической траектории отлета, обеспечивающей заданный вектор V_∞ при старте с опорной орбиты ИСЗ. Величина потребного разгонного импульса старта определится как разность: $\Delta V_{\text{ст}} = V_{\text{шт}} - V_{\text{кр}}$, где $V_{\text{шт}}$ — скорость КА в перигеуме гиперболы отлета, $V_{\text{кр}}$ — скорость КА на опорной круговой орбите ИСЗ. Величины $V_{\text{шт}}$ и $V_{\text{кр}}$ определяются по известным формулам:

$$V_{\text{шт}} = \sqrt{\frac{2\mu}{r_{\text{шт}}} + V_\infty^2}, \quad V_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{\mu}{r_\pi}},$$

где r_π — величина перигея опорной орбиты ИСЗ.

При подлете к планете назначения осуществляется перевод с эллиптической гелиоцентрической орбиты на планетоцентрическую гиперболическую орбиту. Параметры гиперболической орбиты определяются так же, как и для предыдущего случая. Отличие заключается лишь в том, что вектор $V_{\infty \text{подл}} = V_{\text{КА}} - V_{\text{пл}}$ заменяется на противоположный.

4.3. ФОРМИРОВАНИЕ ОРБИТ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГРАВИТАЦИОННЫХ МАНЕВРОВ

В зависимости от конечной цели полета возможны различные маневры КА на гиперболической траектории. Наиболее интересными случаями являются:

1. Посадка на поверхность планеты.
2. Пролет над заданным районом планеты.
3. Выход на орбиту искусственного спутника планеты (ОИСП) с требуемыми параметрами.
4. Облет планеты с последующим выходом на гелиоцентрическую орбиту, такую, чтобы обеспечивалось попадание КА в заданный район солнечной системы.

В первых двух случаях не требуется проведение активных маневров на гиперболической подлетной траектории. Основной задачей является определение вектора $\mathbf{r}_\pi$ (перигея гиперболы), удовлетворяющего решению поставленной задачи. Для осуществления посадки на планету необходимо, чтобы обеспечивалось условие: $|\mathbf{r}_\pi| \leq R_{\text{пл}}$ — для планет без атмосферы; $|\mathbf{r}_\pi| \leq (R_{\text{пл}} + h_a)$ — для планет с атмосферой, где h_a — высота плотных слоев атмосферы. Для планет без атмосферы мягкая посадка возможна лишь с применением двигательной установки. При наличии атмосферы гашение энергии может быть осуществлено с помощью пассивного аэродинамического торможения.

Перевод КА на орбиту ИСП с заданными параметрами возможен как с помощью активного торможения, так и с использованием аэродинамического торможения в верхних слоях атмосферы.

В первом случае задача решается как обратная задаче разгона КА при выведении его на траекторию ухода от планеты. Второй случай требует использования специальных методов расчета.

Практически важным является вариант облета планеты с тем, чтобы при дальнейшем полете КА достиг требуемого района космического пространства. Пусть соответствующая траектория, обеспечивающая перелет КА с планеты 1 на планету 2, нам известна (рис. 4.3). Тогда в момент пролета планеты встречи под действием ее гравитационного поля вектор скорости КА относительно планеты изменится (как по величине, так и по направлению). Угол поворота вектора скорости КА зависит от величины r_π (перицентра пролетной гиперболы) и скорости V_∞ : $\sin \frac{\kappa}{2} = \frac{1}{1 + r_\pi V_\infty^2 / \mu}$.

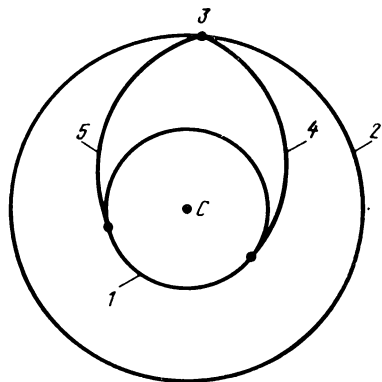


Рис. 4.3. Схема облета планеты с использованием гравитационного маневра
С — Солнце; 1 — орбита планеты старта; 2 — орбита планеты назначения; 3 — точка встречи КА с планетой назначения; 4 — траектория перелета КА; 5 — траектория возврата КА

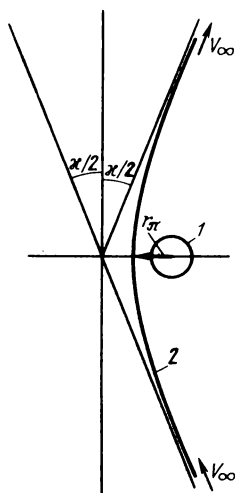


Рис. 4.4. Схема облета планеты назначения:
1 – планета назначения; 2 – траектория облета КА

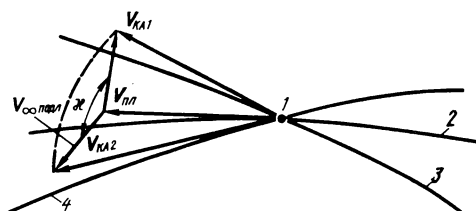


Рис. 4.5. Геометрия изменения межпланетной траектории КА за счет гравитационного маневра:

1 – точка встречи; 2 – орбита планеты назначения; 3 – траектория перелета; 4 – траектория возврата

Следует отметить, что модуль вектора скорости V_{∞} после выхода КА из сферы действия планеты встречи остается постоянным. Схематически облет космическим аппаратом планеты приведен на рис. 4.4.

Рассмотрим возможности использования такого облета для формирования межпланетных траекторий с заданными свойствами. Пусть для некоторой траектории перелета от планеты 1 к планете 2 (см. рис. 4.3) существует траектория возврата от планеты 2 к планете 1, причем время отлета совпадает с временем прилета к ней. Известно также, что $|V_{\infty \text{подл}}|_2 = |V_{\infty \text{отл}}|_2$. За счет выбора величины r_{π} (при выполнении условия, чтобы после облета планеты вектор $V_{\infty \text{подл}}$ совместился с вектором $V_{\infty \text{отл}}$) можно получить траекторию возврата к планете 1 без дополнительных энергетических затрат на ее формирование. Геометрия этой операции показана на рис. 4.5.

Реализация описанной схемы требует выполнения единственного условия, чтобы величина r_{π} , обеспечивающая заданный угол поворота вектора $V_{\infty \text{подл}}$, была больше $r_{\text{пл}}$, т. е. чтобы траектория полета КА была физически возможна. Расчет облетной гиперболической траектории не представляет труда, т. к. плоскость орбиты задается двумя векторами – $V_{\infty \text{подл}}$ и $V_{\infty \text{отл}}$, а геометрия в плоскости определяется величинами $|V_{\infty}|$ и r_{π} .

4.4. КЛАССИФИКАЦИЯ СХЕМ ПОЛЕТА

Задачи, стоящие перед КА при реализации межпланетных полетов, очень разнообразны. Также разнообразны и способы решения этих задач. Обычно говорят о схеме полета КА, обеспечивающей достижение заданной цели, понимая под этим вид траектории полета, число и вид операций на траектории полета, способы совершения этих операций. В настоящее время известно большое количество схем полета КА к планетам. Все они различаются по решаемым задачам, по сложности реализации, по баллистическим характеристикам. В основу приведенной ниже классификации по-

ложены следующие основные признаки, характеризующие схему полета:

- сложность маршрута перелета;
- возвращение или невозвращение КА к Земле;
- целевое назначение полета;
- баллистические характеристики траекторий полета.

По сложности маршрута схемы можно разбить на две группы:

I. Схемы полета к одной планете.

II. Схемы полета к нескольким планетам.

Схемы полета к одной планете (без возвращения к Земле). По целевому назначению к этой группе относятся:

1. Пролетные схемы (пролет у планеты с целью ее предварительного изучения).

2. Десантные схемы (посадка на поверхность планеты).

3. Орбитальные схемы (вывод КА на орбиту ИСП).

По баллистическим признакам эти схемы делятся следующим образом.

1. Одноимпульсные схемы:

а) старт с Земли с пролетом у планеты на заданном расстоянии;

б) старт с Земли с посадкой на планету с использованием аэродинамического торможения в атмосфере и парашютного спуска на конечном этапе.

2. Двухимпульсные схемы:

а) старт с Земли с разделением КА при подлете к планете на посадочный аппарат, совершающий посадку на планету с использованием аэродинамического торможения в атмосфере, и пролетный аппарат; при этом импульс увода может прикладываться либо к посадочному, либо к пролетному аппарату;

б) старт с Земли и посадка на планету без атмосферы с активным торможением для реализации "мягкой" посадки;

в) старт с Земли с дальнейшим выведением активным способом на орбиту ИСП;

г) старт с Земли с выведением на орбиту ИСП с помощью аэродинамического торможения (второй импульс прикладывается после аэродинамического торможения для формирования нужного перицентра орбиты ИСП).

3. Комбинированные схемы:

а) пролетно-орбитальные (разделение объекта на пролетный и орбитальный);

б) пролетно-десантные (разделение объекта на пролетный и десантный).

Схемы полета к нескольким планетам. Эти схемы можно разбить на два типа:

без возвращения к Земле,

с возвращением к Земле.

К первому типу схем полета относятся:

1. Схемы полета к нескольким планетам с активно-гравитационным маневром у промежуточных планет. Например, полет от Земли к Мерку-

рию с активно-гравитационным маневром у Венеры; полет к внешним планетам с гравитационным маневром при облете Юпитера; полет к Солнцу с использованием гравитационного маневра при облета Юпитера; полет за пределы Солнечной системы с гравитационным разгоном у планет юпитеровой группы.

По количеству прикладываемых импульсов схемы межпланетного перелета КА разделяются на: **одноимпульсные**, когда гравитационный облет позволяет сформировать нужные условия дальнейшего полета; **многоимпульсные**, когда гравитационного поля промежуточной планеты недостаточно для формирования условий полета к последующим небесным телам.

Ко второму типу схем полета относятся:

1. Схемы полета КА к одной планете с возвращением к Земле:

а) облет планеты с активно-гравитационным маневром для формирования траектории возвращения к Земле (например, облет Марса или Венеры);

б) прямые экспедиции к планете. Здесь возможны три различных варианта:

десантная схема — полет к планете с прямой посадкой на поверхность планеты, ожиданием на поверхности и последующим стартом к Земле;

орбитально-десантная схема — полет к планете с разделением КА на десантный и орбитальный аппараты. Орбитальный аппарат выводится на орбиту ИСП, десантный — осуществляет посадку на поверхность планеты (с последующим выведением планетного комплекса на орбиту ИСП для стыковки с орбитальным аппаратом). К Земле возвращается орбитальная часть космического аппарата. Возможен вариант орбитально-десантной схемы, когда межпланетный КА выводится на орбиту ИСП с использованием аэродинамического торможения в атмосфере планеты. Затем после некоторого нахождения на орбите ИСП КА осуществляет посадку на поверхность планеты, проводит научные исследования и затем стартуется к Земле;

облетно-десантная схема. Полет осуществляется с использованием двух КА. Один КА десантирует на планету, второй КА осуществляет облет планеты. Во время облета планеты вторым КА десантный КА стартуется с планеты и сближается с облетным КА, возвращающимся к Земле.

2. Схемы полета КА к нескольким планетам с возвращением к Земле:

а) последовательный облет Марса и Венеры с возвращением к Земле;

б) экспедиция к Марсу с облетом Венеры на участке полета к Марсу (или на участке возвращения к Земле).

Приведенные схемы полета не охватывают всех возможных вариантов.

4.5. ОПТИМИЗАЦИЯ СХЕМ ПОЛЕТА

Для различных схем полета вид и структура критерия оптимизации определяются количеством активных операций, на проведение которых необходимы запасы топлива на борту КА.

Величина критерия зависит от вида траектории, т. е. от дат пролета планет, дат старта КА с Земли. Поскольку для методики сфер действия нет конечного аналитического решения, описывающего зависимость критерия от временных параметров траектории, то на практике создаются специальные программные комплексы, с помощью которых рассчитывают критерий для заданной схемы полета, проводится оптимизация траекторий, т. е. выбирают комбинации временных параметров, обеспечивающих минимум критерия для заданной схемы полета.

Рассмотрим схемы полета к одной планете без возвращения к Земле. С их использованием осуществлены полеты советских и американских КА к Марсу и Венере. Они позволяют доставлять на планету исследовательские лаборатории, создавать ИСП, с помощью которых проводится глобальное исследование планеты. Наиболее простой из данного типа схем является схема перелета с Земли к планете с посадкой на ее поверхность.

Одной из главнейших характеристик схемы является величина энергетических затрат, требуемых на реализацию перелета. Под этим понимают величину скорости, которую необходимо сообщить КА при формировании траектории перелета, обеспечивающей решение поставленной целевой задачи. Для простейшей схемы эти затраты связаны с сообщением КА импульса разгона, требуемого для отлета с опорной орбиты ИСЗ. Как показано в разд. 4.4, в случае оптимальной схемы старта с орбиты ИСЗ величина импульса разгона $\Delta V_{\text{ст}}$ определяется как разность скоростей — скорости $V_{\text{ш}}$ в перигеуме гиперболы отлета от Земли и скорости $V_{\text{кр}}$ на круговой орбите ИСЗ. Величина $\Delta V_{\text{ст}}$ зависит от даты старта и времени перелета КА к планете назначения.

На практике выбор энергетически оптимальной траектории осуществляется с помощью графических зависимостей $V_{\infty}^{\text{отп}} = f(t_{\text{ст}}, t_{\text{пер}})$, называемых полями изолиний. Следует отметить, что значения скорости $V_{\infty}^{\text{отп}}$ однозначно пересчитываются в значения скорости $\Delta V_{\text{ст}}$ по соответствующим формулам. На рис. 4.6 приведены поля изолиний для перелета к Марсу. Расчет полей изолиний проводят по специальным программам на ЭВМ с использованием приведенных в разд. 4.3, 4.4 формул. Как видно из рис. 4.6, изолиния V_{∞} (сплошная линия) в координатах $t_{\text{ст}}, t_{\text{пер}}$ представляет собой замкнутую линию, вдоль которой выполняется условие $V_{\infty} = \text{const}$. Из анализа кривых следует, что имеется только одна точка на поле изолиний, где выполняется $V_{\infty} = \min$. Эта точка, обозначенная на рис. 4.6 крестиком, определяет траекторию перелета к планете $(t_{\text{ст}}, t_{\text{пер}})$ с минимально возможной скоростью отлета от Земли.

Поле изолиний $V_{\infty} = f(t_{\text{ст}}, t_{\text{пер}})$ позволяет получить информацию о диапазоне возможных дат старта и времен перелета к планете при заданной величине импульса скорости, который может быть сообщен КА на стартовой орбите ИСЗ разгонной ступенью. Так, например, при $V_{\infty} = 4,88$ км/с возможные диапазоны указанных величин составляют: $t_{\text{ст}} = 02.VIII.73 \dots 15.VIII.73$; $t_{\text{пер}} = 203 \dots 220$ сут.

На практике номинальные траектории перелета КА к планете выбирают в некоторой окрестности энергетически оптимальной траектории. Это позволяет, с одной стороны, максимизировать начальную массу КА на тра-

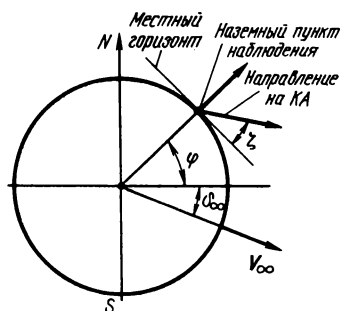
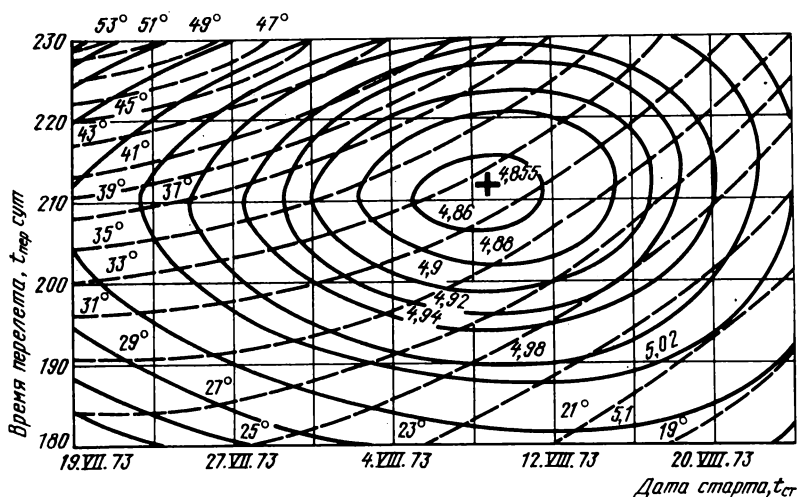


Рис. 4.6. Расчетные зависимости для определения параметров межпланетной траектории КА при старте с орбиты ИСЗ

Рис. 4.7. К определению условий наблюдаемости участка отлета КА с наземного пункта наблюдения

ектории перелета, с другой стороны, – получить необходимое время на проведение предстартовой подготовки КА (в случае отказов бортовых систем – на их устранение).

Однако такой выбор номинальных траекторий учитывает только энергетические требования, в то время как существует ряд требований, накладываемых со стороны средств обеспечения полета. Одним из них является требование наблюдаемости участка отлета КА с наземных станций слежения. Именно на этом участке проводится проверка исправности бортовых систем после выведения КА на орбиту ИСЗ, определяются параметры фактической траектории перелета и в случае необходимости проводится коррекция этой траектории.

Условия наблюдаемости участка отлета КА определяются величиной δ_{∞} — склонением вектора скорости V_{∞} . На рис. 4.7 показана схема наблюдения за КА из пункта слежения на широте φ в момент кульминации (когда плоскость меридиана пункта совмещена с вектором V_{∞}).

Угол возвышения КА над местным горизонтом — угол ξ — связан со склонением δ_∞ соотношением

$$\zeta = \frac{\pi}{2} - (\varphi - \delta_\infty). \quad (4.1)$$

Ясно, что при $\zeta \leq 0$ КА с пункта наблюдения не виден. Это произойдет при выполнении условия:

$$\delta_{\infty} \leq \varphi - \pi/2. \quad (4.2)$$

Обычно на поле изолиний скоростей V_{∞} строят также поле изолиний склонений δ_{∞} (на рис. 4.6 поле изолиний δ_{∞} показано пунктирной линией). По значению δ_{∞} , соответствующему минимальной скорости V_{∞} (для энергетически оптимальной траектории), проверяют условия наблюдаемости для наземных пунктов слежения. Если условие (4.2) выполняется, то рассматриваемая траектория может быть использована для запуска КА. В противном случае необходимо переходить к траектории с большим значением V_{∞} , что приведет к ухудшению проектных параметров и массовых характеристик КА.

Можно также построить изолинии для других критериев (таких как — скорость входа КА в атмосферу планеты для посадочного аппарата, широта возможных мест посадки, границы освещенности поверхности планеты и т. д.), величина которых существенно влияет на проектно-массовые характеристики КА. Представление результатов расчета с помощью полей изолиний позволяет выбрать номинальные траектории перелета с учетом всех ограничений. Необходимо отметить, что этот способ представления результатов возможен лишь для сравнительно простых схем полета, у которых число определяющих траекторию перелета переменных невелико. Для более сложных схем полета, например, таких как облет планет с использованием гравитационного маневра, графическая интерпретация результатов расчета получается весьма сложной, что не позволяет определить все необходимые параметры, однозначно характеризующие траекторию полета КА. Для оптимизации таких схем полета разрабатываются специальные методы, позволяющие получить номинальные траектории с учетом всех заданных ограничений.

РАЗДЕЛ 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРБИТ КА

Процесс вычисления координат и составляющих скорости КА, производимый на некотором временном интервале и обеспечивающий получение требуемых номинальных (формирование траектории на этапе проектных проработок) или фактических (в ходе полета КА) данных о векторе состояния КА и о траектории его движения, составляет основу одного из важнейших разделов космической баллистики — определения орбиты.

Методы решения задачи определения орбиты КА на этапе проектных исследований или в ходе реального полета существенным образом различаются. В первом случае необходимо выбрать траекторию полета, наилучшим образом решающую поставленную целевую задачу; во втором же случае определение орбиты характеризует фактическое состояние КА в его космическом полете и показывает, как близко он находится к номинальной траектории.

На этапе проектных исследований поиск номинальной (желаемой) траектории в конечном итоге можно свести к решению двух задач.

1. Заданы начальные условия движения, например, вектор состояния КА на момент окончания работы ракеты-носителя. Требуется определить траекторию движения. Далее можно анализировать, удовлетворяет ли эта траектория заданным конечным условиям, и соответственно предъявлять дополнительные требования к начальному вектору и к ракете-носителю.

2. Задано начальное и конечное положение КА. Требуется найти траекторию, обеспечивающую перевод КА из начального в конечное положение при выполнении некоторых условий и ограничений. Эта задача соответствует, например, поиску межпланетных траекторий перелета, когда известны взаимное положение планет старта и цели на начальный и конечный моменты времени (см. гл. 4). Решение этих задач в общем случае требует знания априорной информации о КА и силах, действующих на него в ходе будущего полета. Объем и достоверность этих знаний определяют степень приближения траектории в реальном полете к рассчитанной номинальной.

Задача определения орбиты КА в ходе реального полета отличается большой спецификой. В этом случае общая задача определения орбит КА распадается на ряд в известной мере самостоятельных задач, вызванных к жизни требованиями практики, поставленными условиями и ограничениями, а также имеющейся в распоряжении исследователя исходной информации. Прежде всего следует выделить задачу навигации, в ходе которой необходимо определить вектор состояния КА (т. е. координаты и составляющие скорости) на некоторый момент времени. При этом в зависимости от поставленных целей и требований в предельных случаях это может быть текущий момент времени t_i , начальный t_0 или некоторый конечный t_k . При решении задачи навигации на начальный момент времени t_0 , предшествующий текущему t_i , необходимо в общем случае уметь восстановить траекторию истинного движения КА на участке $t_0 - t_i$, при этом для достижения поставленной цели может быть использована вся имеющаяся (апостериорная) информация о движении КА на участке $t_0 - t_i$. Решение навигационной задачи на будущий момент времени $t = t_k$ приводит к необходимости прогнозирования движения КА, т. е. требуется определить предполагаемый путь движения КА на участке $t_i - t_k$. Нетрудно видеть, что в результате решения задачи восстановления или прогнозирования движения КА мы будем знать вектор состояния объекта для любого момента времени из интервала $t_0 - t_k$. И наоборот, решив навигационную задачу для множества значений времени из указанного интервала, в итоге найдем орбиту КА. Эту взаимосвязь следует всегда иметь в виду при решении задачи определения орбиты КА. Представленные материалы наглядно показывают принципиальную особенность задачи определения орбиты в ходе реального полета, заключающуюся в том, что для ее решения обязательно требуется некоторая информация о движении КА, получаемая по результатам измерений. Проведение измерений положения КА с Земли обеспечивается наземными измерительными пунктами (НИП), в состав которых входят стационарные (наземные) и подвижные (плавающие и воздушные) станции слежения. Точность и оперативность решения задачи оп-

ределения орбиты решающим образом зависят от состава, количества и качества измерительной информации, поэтому вопросы получения и обработки информации приобретают самостоятельное значение.

ГЛАВА 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕВОЗМУЩЕННОЙ ОРБИТЫ ПО ЗАДАНЫМ УСЛОВИЯМ ДВИЖЕНИЯ

Наиболее просто задача определения орбиты решается в рамках теории невозмущенного движения КА. Наличие априорной информации в виде конечных соотношений, характеризующих параметры кеплеровой орбиты, позволяет найти искомый результат при задании в качестве известных различных сочетаний параметров: положения и скорости КА в начальный момент времени, двух фиксированных положений аппарата и фокального параметра его орбиты и т. д.

5.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРБИТЫ ПО ПОЛОЖЕНИЮ И СКОРОСТИ КА В НАЧАЛЬНЫЙ МОМЕНТ

Для некоторого момента t_0 заданы координаты и составляющие скорости в экваториальной системе координат: $t_0, x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0$. Для определения невозмущенной орбиты следует найти шесть кеплеровых элементов: a (или p), e , M_0 (или τ), Ω , i , ω . Решение проводим, используя формулы невозмущенного движения, приведенные в гл. 2. (В гл. 2 фактически представлено решение сформулированной задачи. В настоящем разделе дадим более полное решение и в несколько ином виде).

Используя соотношение (2.52), определим большую полуось

$$a : \frac{1}{a} = \frac{2}{r_0} - \frac{V_0^2}{\mu}, \text{ где } r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}.$$

Интегралы площадей дают систему трех уравнений для определения трех параметров — фокального параметра p , наклона i и долготы восходящего узла Ω :

$$\begin{aligned}\sqrt{\mu p} \sin i \sin \Omega &= y_0 \dot{z}_0 - z_0 \dot{y}_0; \\ \sqrt{\mu p} \sin i \cos \Omega &= x_0 \dot{z}_0 - z_0 \dot{x}_0; \\ \sqrt{\mu p} \cos i &= x_0 \dot{y}_0 - y_0 \dot{x}_0.\end{aligned}$$

В общем случае эксцентриситет e орбиты целесообразно определять из решения системы уравнений:

$$\begin{aligned}e \sin \vartheta_0 &= \sqrt{p/\mu} \dot{r}_0; \\ e \cos \vartheta_0 &= (p - r_0)/r_0,\end{aligned}$$

где $\dot{r}_0 = (x_0 \dot{x}_0 + y_0 \dot{y}_0 + z_0 \dot{z}_0)/r_0$, ϑ_0 — истинная аномалия КА в момент t_0 . Аргумент перигентра:

$$\omega = u_0 - \vartheta_0,$$

где аргумент широты u_0 определяется из соотношений

$$r_0 \sin u_0 = z_0 \operatorname{cosec} i,$$

$$r_0 \cos u_0 = x_0 \cos \Omega + y_0 \sin \Omega.$$

Последний элемент орбиты — средняя аномалия эпохи M_0 (или время τ прохождения через перигеи́тр) находится различными способами, в зависимости от вида орбиты. Ограничимся рассмотрением эллиптической орбиты. В этом случае сначала определяется эксцентрическая аномалия E_0 :

$$\operatorname{tg} \frac{E_0}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{\vartheta_0}{2},$$

а затем — средняя аномалия: $M_0 = E_0 - e \sin E_0$. Время τ прохождения через перигеи́тр находится из соотношений:

$$\tau = t_0 - M_0/n;$$

$$n = \sqrt{\mu} a^{-3/2},$$

где n — среднее суточное движение.

Таким образом, решение поставленной задачи является аналитически законченным. Вместе с тем при практической его реализации могут встретиться вычислительные трудности.

5.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРБИТЫ ПО ДВУМ ФИКСИРОВАННЫМ ПОЛОЖЕНИЯМ И ФОКАЛЬНОМУ ПАРАМЕТРУ

Требуется определить орбиту, т. е. найти ее элементы, если известны два последовательных положения аппарата, определяемых векторами $\mathbf{r}_1 = \{x_1, y_1, z_1\}$ и $\mathbf{r}_2 = \{x_2, y_2, z_2\}$ в заданные моменты времени t_1 и t_2 .

Для однозначности полагаем, что $t_1 < t_2$. Обозначим через $\Delta\vartheta$ разность истинных аномалий ϑ_1 и ϑ_2 в рассматриваемые моменты времени (рис. 5.1), при этом считаем, что угол $\Delta\vartheta$ не превосходит 90° ($0 < \Delta\vartheta < 90^\circ$). При таком условии задача имеет единственное решение. Если $\Delta\vartheta > 90^\circ$, то имеется несколько решений.

Абсолютные значения радиусов-векторов r_1 и r_2 , а также значение угла $\Delta\vartheta$ вычисляются с помощью соотношений:

$$r_1^2 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2;$$

$$r_2^2 = x_2^2 + y_2^2 + z_2^2;$$

$$\sigma = (x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2)/r_1^2;$$

$$x_0 = x_2 - \sigma x_1;$$

$$y_0 = y_2 - \sigma y_1;$$

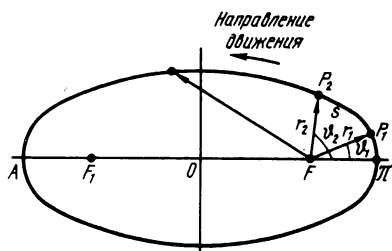
$$z_0 = z_2 - \sigma z_1;$$

$$r_0^2 = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2;$$

$$\sin \Delta\vartheta = r_0/r_2;$$

$$\cos \Delta\vartheta = (x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2)/r_1 r_2.$$

Рис. 5.1. К определению орбиты КА по двум заданным положениям: π — перигей; A — апоцентр; P_1, P_2 — положение КА в моменты t_1 и t_2 соответственно; s — хорда P_1P_2 ; $\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$ — угол P_2FP_1



Контроль правильности вычислений можно проводить с помощью соотношения $\sin^2 \Delta\vartheta + \cos^2 \Delta\vartheta = 1$. При малых значениях угла $\Delta\vartheta$ этот контроль неэффективен и его заменяют вычислением соотношения:

$$(r_0 r_1)^2 = (y_1 z_2 - y_2 z_1)^2 + (z_1 x_2 - z_2 x_1)^2 + (x_1 y_2 - y_1 x_2)^2.$$

Рассматривая векторное произведение $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$, можно записать систему уравнений относительно элементов i, Ω и угла $\Delta\vartheta$:

$$\begin{aligned} |r_1 r_2| \sin i \sin \Omega &= y_1 z_2 - y_2 z_1; \\ |r_1 r_2| \sin i \cos \Omega &= x_1 z_2 - x_2 z_1; \\ |r_1 r_2| \cos i &= x_1 y_2 - x_2 y_1, \end{aligned} \quad (5.1)$$

где $|r_1 r_2|$ — абсолютная величина векторного произведения $\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2$, вычисляемая как $|r_1 r_2| = r_1 r_2 \sin \Delta\vartheta$. В результате определяются элементы i и Ω . Затем из уравнений

$$\begin{aligned} e \sin \vartheta_1 &= q_1 \operatorname{ctg} \Delta\vartheta - q_2 \operatorname{cosec} \Delta\vartheta; \\ e \cos \vartheta_1 &= q_1 \end{aligned} \quad (5.2)$$

определяются эксцентриситет e , истинная аномалия ϑ_1 (в точке t_1) и $\vartheta_2 = \vartheta_1 + \Delta\vartheta$. В уравнениях (5.2) для краткости обозначены: $q_1 = p/r_1 - 1$ и $q_2 = p/r_2 - 1$, которые получаются из уравнения орбиты $r = p/(1 + e \cos \vartheta)$ для соответствующих значений истинной аномалии.

Большая полуось a определяется из уравнения орбиты

$$p = a(1 - e^2) \quad (5.3)$$

по известным значениям p и e .

Аргумент перигея ω вычисляется по найденным значениям истинной аномалии ϑ_1 и аргументу широты u_1 для одного и того же момента времени t_1 :

$$\omega = u_1 - \vartheta_1, \quad (5.4)$$

причем угол u_1 отвечает исходным соотношениям

$$\begin{aligned} r_1 \sin u_1 &= z_1 \operatorname{cosec} i, \\ r_1 \cos u_1 &= x_1 \cos \Omega + y_1 \sin \Omega. \end{aligned}$$

Последний элемент — средняя аномалия M_0 (или время τ прохождения через перигей) определяется, как и в 5.1, заменой нижнего индекса 0 на 1 (или 2).

Знание элементов орбиты ($a, e, i, \Omega, \omega, M_0$) позволяет определить компоненты вектора скорости в любой точке орбиты:

$$\dot{x} = V_x = V_r (\cos \Omega \cos u - \sin \Omega \sin u \cos i) - V_u (\cos \Omega \sin u + \sin \Omega \cos u \cos i);$$

$$\dot{y} = V_y = V_r (\sin \Omega \cos u + \cos \Omega \sin u \cos i) - V_u (\sin \Omega \sin u - \cos \Omega \cos u \cos i);$$

$$\dot{z} = V_z = V_r \sin u \sin i + V_u \cos u \sin i,$$

$$\text{где } V_r = \sqrt{\frac{\mu}{p}} e \sin \vartheta, \quad V_u = \sqrt{\frac{\mu}{p}} (1 + e \cos \vartheta), \quad u = \omega + \vartheta,$$

ϑ — истинная аномалия для расчетной точки.

5.3. МЕТОД ГАУССА ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ФОКАЛЬНОГО ПАРАМЕТРА ОРБИТЫ

Решение задачи определения орбиты по двум положениям и двум соответствующим моментам времени, представленное в 5.2, опирается на предположение об известном значении фокального параметра p орбиты. Задача нахождения параметра p является, таким образом, центральной в решении исходной задачи. Она была решена известным математиком и астрономом Гауссом в 1809 г. Предложенный им метод и по настоящее время остается основным и применяется во всех случаях, когда различные приближенные методы становятся недостаточными [78].

Основу метода составляет вычисление отношения η площади сектора S орбиты, заключенного между векторами $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$, к площади треугольника, образованного этими векторами и хордой P_1P_2 (см. рис. 5.1). Для величины η можно записать:

$$\eta = \frac{\sqrt{\mu p} (t_2 - t_1)}{r_1 r_2 \sin \Delta \vartheta}. \quad (5.5)$$

Из (5.5) следует, что вычисление фокального параметра p однозначно зависит от нахождения величины η . Вводя обозначения: $\tau^* = \sqrt{\mu} (t_2 - t_1)$ и $\bar{\kappa} = 2\sqrt{r_1 r_2} \cos \frac{\Delta \vartheta}{2}$, выражение (5.5) записываем в виде:

$$\eta = \frac{\tau^* \sqrt{p}}{\bar{\kappa} \sqrt{r_1 r_2} \sin \Delta \vartheta / 2}.$$

Для нахождения величины η служат уравнения, полученные Гауссом [68]:

$$\eta^2 (\eta - 1) = \bar{m} \cdot Q(\beta);$$

$$\beta = \frac{\bar{m}}{\eta^2} - l,$$

$$\text{где } Q(\beta) = \frac{2g - \sin 2g}{\sin^2 g}, \quad \beta = \frac{\sin^2 g}{2}, \quad \bar{m} = \frac{\tau^{*2}}{\bar{\kappa}^3}, \quad l = \frac{1}{2} \left(\frac{r_1 + r_2}{\bar{\kappa}} - 1 \right),$$

а угол g определяется как $g = \frac{1}{2} (E_2 - E_1)$, причем E_i — эксцентриская аномалия точки i ($i = 1, 2$).

Таким образом, решение исходной задачи определения орбиты по двум положениям и двум соответствующим моментам времени аналитически является замкнутым. Вместе с тем практическое решение приведенных уравнений встречает определенные трудности вычислительного характера.

5.4. НАХОЖДЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ОРБИТЫ ПО ДВУМ ФИКСИРОВАННЫМ ПОЛОЖЕНИЯМ АППАРАТА

Дадим сводку основных расчетных зависимостей, которые частично уже приведены в 5.2, 5.3. Итак, известны $\mathbf{r}_1 = \{x_1, y_1, z_1\}$ — в момент t_1 ; $\mathbf{r}_2 = \{x_2, y_2, z_2\}$ — в момент t_2 .

Этапы вычислений:

1. Нахождение абсолютных значений радиус-векторов $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$:

$$r_1^2 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2; \quad r_2^2 = x_2^2 + y_2^2 + z_2^2.$$

2. Определение вспомогательных величин:

$$\sigma = (x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2) / r_1;$$

$$x_0 = x_2 - \sigma x_1;$$

$$y_0 = y_2 - \sigma y_1;$$

$$z_0 = z_2 - \sigma z_1;$$

$$r_0^2 = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2.$$

3. Нахождение угла $\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$:

$$\sin \Delta\vartheta = r_0 / r_2, \quad \cos \Delta\vartheta = (x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2) / r_1 r_2.$$

4. Вычисление вспомогательных величин:

$$\tau^* = \sqrt{\mu} (t_2 - t_1);$$

$$\kappa^2 = 2(r_1 r_2 + x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2);$$

$$d = \frac{22 \tau^{*2}}{\kappa^2 [6\kappa + 9(r_1 + r_2)]}.$$

5. Определение величины η (см. (5.5)):

$$\eta = 1 + \frac{10}{11} S_1,$$

где S_1 находится из решения квадратного уравнения

$$S_1^2 + S - d = 0.$$

Возможен другой способ определения η —

$$\eta = 1 + \frac{10}{11} \cdot \frac{d}{1+S_1},$$

где величина $S_1 = d/(1 + S_1)$ может быть многократно подставлена в знаменатель второго слагаемого выражения для η (это пример так называемой цепной дроби). Для оценки требуемой точности необходимо провести вычисления значений η для каких-либо двух последовательных выражений, например, для

$$\eta_1 = 1 + \left[\frac{10}{11} \frac{d}{1+d} \right] \text{ и } \eta_2 = \left[1 + \frac{10}{11} \frac{d}{1+d/(1+d)} \right].$$

При близости вычисленных значений η_1 и η_2 для величины η можно использовать их среднее арифметическое $\eta = \frac{1}{2} (\eta_1 + \eta_2)$.

6. Нахождение фокального параметра:

$$\sqrt{p} = \eta r_0 r_1 / \tau^*.$$

7. Определение эксцентриситета и истинных аномалий:

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= p/r_1 - 1; \quad q_2 = p/r_2 - 1; \\ e \sin \vartheta_1 &= (q_1 \cos \Delta\vartheta - q_2)/\sin \Delta\vartheta; \\ e \cos \vartheta_1 &= q_1; \\ \vartheta_2 &= \vartheta_1 + \Delta\vartheta. \end{aligned} \right\}$$

8. Определение большой полуоси:

$$a = \frac{p}{1-e^2}.$$

9. Вычисление эксцентрических аномалий:

$$\operatorname{tg} \frac{E_i}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{\vartheta_i}{2}, \quad i = 1, 2.$$

10. Определение наклона и долготы восходящего узла:

$$\left. \begin{aligned} |r_1 r_2| \sin i \sin \Omega &= y_1 z_2 - y_2 z_1; \\ |r_1 r_2| \sin i \cos \Omega &= x_1 z_2 - x_2 z_1; \\ |r_1 r_2| \cos i &= x_1 y_2 - x_2 y_1; \\ |r_1 r_2| &= r_1 r_2 \sin \Delta\vartheta. \end{aligned} \right\}$$

11. Определение аргумента перицентра:

$$\left. \begin{aligned} \omega &= u_1 - \vartheta_1; \\ r_1 \sin u_1 &= z_1 \operatorname{cosec} i; \\ r_1 \cos u_1 &= x_1 \cos \Omega + y_1 \sin \Omega. \end{aligned} \right\}$$

12. Вычисление средних аномалий:

$$\begin{aligned} M_1 &= E_1 - e \sin E_1; \\ M_2 &= E_2 - e \sin E_2. \end{aligned}$$

13. Определение среднего суточного движения и средней аномалии:

$$n = \frac{M_2 - M_1}{t_2 - t_1}, \quad M_0 = M_1 + n(t_0 - t_1),$$

где t_0 — некоторый выбранный момент времени.

14. Время прохождения через перигеум:

$$\tau = t_0 - \frac{M_0}{n}.$$

5.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРБИТЫ ПО ДВУМ ФИКСИРОВАННЫМ ПОЛОЖЕНИЯМ МЕТОДОМ ЛАМБЕРТА-ЭЙЛЕРА

В основе метода лежит аналитическая зависимость для площади сектора Fp_1dp_2 (рис. 5.1), отражающая геометрические условия задачи [68, 76].

Основным является выражение для удвоенной площади сектора, образованного радиус-векторами r_1 и r_2 :

$$(r_1 r_2) = a^2 \sqrt{1 - e^2} [\epsilon - \sin \epsilon - (\delta - \sin \delta)], \quad (5.6)$$

где a и e — большая полуось и эксцентриситет орбиты; ϵ и δ — вспомогательные углы, определяемые соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} \sin^2 \frac{\epsilon}{2} &= \frac{r_1 + r_2 + s}{4a}; \\ \sin^2 \frac{\delta}{2} &= \frac{r_1 + r_2 - s}{4a}, \end{aligned} \right\} \quad (5.7)$$

где s есть хорда, соединяющая концы радиусов-векторов r_1 и r_2 (см. рис. 5.1).

Для целей уверенного пользования соотношением (5.6) необходимо рассматривать различные случаи взаимного расположения векторов r_1 , r_2 и фокусов F , F' орбиты (рис. 5.2). В зависимости от взаиморасположения точек P_1 , P_2 и фокусов F , F' изменяются значения углов $\epsilon/2$ и $\delta/2$ в (5.7), что должно найти отражение в основном соотношении (5.6).

Рассмотрим каждый из возможных случаев:

1) сегмент рассматриваемого сектора не содержит ни одного фокуса (см. рис. 5.2, а)

$$(r_1 r_2) = a^2 \sqrt{1 - e^2} [\epsilon_0 - \sin \epsilon_0 - (\delta_0 - \sin \delta_0)], \quad (5.8)$$

$$0 < \epsilon_0 < \pi; \quad 0 < \delta_0 < \pi; \quad \epsilon = \epsilon_0, \quad \delta = \delta_0;$$

2) сегмент заключает фокус F , находящийся в вершине сектора (рис. 5.2, в):

$$\epsilon = \epsilon_0, \quad \delta = -\delta_0;$$

$$\sin \frac{\epsilon}{2} > 0, \quad \cos \frac{\epsilon}{2} > 0; \quad \sin \frac{\delta}{2} < 0, \quad \cos \frac{\delta}{2} > 0; \quad (5.9)$$

$$(r_1 r_2) = a^2 \sqrt{1 - e^2} [\epsilon_0 - \sin \epsilon_0 + (\delta_0 - \sin \delta_0)];$$

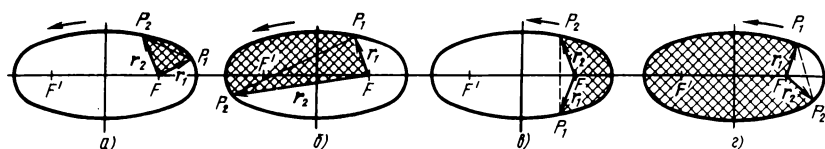


Рис. 5.2. Различные случаи взаимного расположения двух заданных положений КА и фокуса F орбиты

3) сегмент включает второй фокус F' , но не содержит первого фокуса F , являющегося вершиной сектора (рис. 5.2, б) :

$$\sin \frac{\epsilon}{2} > 0, \cos \frac{\epsilon}{2} < 0; \sin \frac{\delta}{2} > 0, \cos \frac{\delta}{2} > 0;$$

$$\frac{1}{2}\epsilon = \pi - \frac{1}{2}\epsilon_0, \frac{1}{2}\delta = \frac{1}{2}\delta_0;$$

$$(r_1 r_2) = a^2 \sqrt{1 - e^2} [2\pi - (\epsilon_0 - \sin \epsilon_0) - (\delta - \sin \delta_0)]; \quad (5.10)$$

4) сегмент содержит оба фокуса (рис. 5.2, г) :

$$\sin \frac{\epsilon}{2} > 0, \cos \frac{\epsilon}{2} < 0; \sin \frac{\delta}{2} < 0, \cos \frac{\delta}{2} > 0;$$

$$\frac{1}{2}\epsilon = \pi - \frac{1}{2}\epsilon_0, \frac{1}{2}\delta = -\frac{1}{2}\delta_0; \quad (5.11)$$

$$(r_1 r_2) = a^2 \sqrt{1 - e^2} [2\pi - (\epsilon_0 - \sin \epsilon_0) + (\delta_0 - \sin \delta_0)].$$

В прикладных исследованиях рассматриваются случаи, когда сегмент не содержит второго фокуса F' , и поэтому в качестве основных используются соотношения (5.8) и (5.9), которые могут быть объединены:

$$(r_1 r_2) = a^2 \sqrt{1 - e^2} [\epsilon - \sin \epsilon \pm (\delta - \sin \delta)], \quad (5.12)$$

где знак "−" берется в случае, когда $\Delta\vartheta < 180^\circ$, а "+" — когда $\Delta\vartheta > 180^\circ$. Величины ϵ и δ однозначно определяются соотношениями:

$$\sin^2 \frac{\epsilon}{2} = \frac{r_1 + r_2 + s}{4a}, \quad 0 < \epsilon < \pi; \quad (5.13)$$

$$\sin^2 \frac{\delta}{2} = \frac{r_1 + r_2 - s}{4a}, \quad 0 < \delta < \pi.$$

На использовании соотношения (5.12) основана так называемая теорема Ламберта, устанавливающая следующую зависимость:

$$\tau^* a^{-3/2} = \epsilon - \sin \epsilon \mp (\delta - \sin \delta). \quad (5.14)$$

Эта зависимость совместно с (5.13) связывает между собой четыре величины: большую полуось орбиты a , время τ^* , в течение которого аппарат переходит из одного положения в другое положение (из P_1 в P_2 — рис. 5.1), сумму радиусов-векторов этих двух положений и хорду, соединяющую их.

На основе использования уравнения Ламберта–Эйлера находятся — большая полуось a и эксцентриситет орбиты, что является более прос-

той вычислительной операцией по сравнению с методом Гаусса (см. разд. 5.4).

Основными этапами вычислений являются:

1. Определение радиусов-векторов и стягивающей их концы хорды:

$$r_1^2 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2,$$

$$r_2^2 = x_2^2 + y_2^2 + z_2^2,$$

$$s^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2.$$

2. Определение времени: $\tau^* = \sqrt{\mu}(t_2 - t_1)$.

3. Нахождение большой полуоси a исходя из совместного решения соотношений (5.14) и (5.13).

Вычисление a осуществляется методом последовательных приближений. Задается некоторое начальное значение $a^{(1)}$, например, $a^{(1)} = \frac{1}{2}(r_1 + r_2)$. Вычисляются углы ϵ и δ в соответствии с (5.13) и время τ_p^* на основании зависимости

$$\tau^* = a^{3/2}[\epsilon - \sin \epsilon \pm (\delta - \sin \delta)], \quad (5.15)$$

полученной из (5.14). Формируется функция невязки:

$$F = \tau_{pi}^* - \tau_{p(i-1)}^*. \quad (5.16)$$

При 1-м вычислении $\tau_{p1}^* = \tau$ согласно (5.15); $\tau_{p0}^* = \sqrt{\mu}(t_2 - t_1)$ — известный параметр.

Если $|F| < \Delta$, где Δ — заданная величина точности вычислений (например, $\Delta = 10^{-7}$), то можно считать, что вычисление большой полуоси a закончено. В противном случае формируется новое значение

$$a^{(2)} = a^{(1)} + \Delta a, \quad (5.17)$$

вычисляется τ_{p2}^* по (5.15) и снова осуществляется проверка условия (5.16).

При выполнении условия $|F| < \Delta$ процесс вычислений заканчивается.

Указанный процесс нахождения элемента a является легко алгоритмируемым и процесс вычислений с использованием современных ЭВМ не представляет затруднений.

4. Определение эксцентриситета и эксцентрических аномалий:

$$e \sin \frac{1}{2}(E_1 + E_2) = \frac{r_2 - r_1}{2a} \operatorname{cosec} \frac{1}{2}(E_2 - E_1);$$

$$e \cos \frac{1}{2}(E_1 + E_2) = 1 - 2R^* \sec \frac{1}{2}(E_2 - E_1),$$

$$\text{где } R^* = \frac{r_1 + r_2}{4a},$$

$$\frac{1}{2}(E_2 - E_1) = \frac{1}{2}(\epsilon - \delta).$$

Углы ϵ и δ определяются из (5.13) для найденного значения элемента a .

5. Вычисление истинных аномалий:

$$\operatorname{tg} \frac{\vartheta_i}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{E_i}{2}, \quad i = 1, 2.$$

Нахождение остальных элементов и вспомогательных величин осуществляется аналогично описанному в разд. 5.4.

ГЛАВА 6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРБИТЫ ПО ВНЕШНЕТРАЕКТОРНЫМ ИЗМЕРЕНИЯМ

В общем случае траекторию движения КА можно получить, используя методы инерциальной навигации, изложенные в [9]. Инерциальные системы обладают рядом существенных достоинств (универсальностью, автономностью, помехозащищенностью). Однако в космической баллистике они получили ограниченное применение по двум основным причинам. Во-первых, для их работы необходимо проведение измерений ускорений, возникающих в результате действия активных сил. В космическом полете КА длительное время летит практически только под действием сил тяготения. Во-вторых, инерциальные системы обладают существенным недостатком, связанным с накоплением ошибок с течением времени. В силу этого их надо периодически корректировать, используя внешнюю информацию, т. е. информацию о траектории движения, полученную неинерциальными способами.

Наибольшее распространение в практике космических полетов получило определение орбит КА с использованием внешнетраекторных измерений. Появление термина "внешнетраекторная" объясняется тем, что эта информация, прямо или косвенно должна быть связана с траекторией движения КА.

6.1. ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Теория определения орбит КА опирается на многолетний опыт небесной механики и астрономии, накопленный в ходе решения задач определения орбит естественных небесных тел. Например, с помощью хорошо выверенных часов и небольшого телескопа астрономы 18 века достаточно точно производили расчеты движения небесных тел, измеряя такие угловые координаты, как высоту и азимут. Схема измерений иллюстрируется рис. 6.1, из которой следует, что наблюдатель измеряет положения движущегося объекта в три последовательных момента времени. Математические методы решения этой задачи, разработанные Гауссом и Лапласом более ста лет назад (для определения орбит малых планет), являются работоспособными и для современных задач. Метод Гаусса [68] используется для решения нескольких классов задач определения орбиты — для определения орбит близких спутников Земли, при определении орбиты по угловым измерениям, проведенным через малые промежутки

времени. Однако при большом промежутке времени между измерениями метод Гаусса является непригодным и используются другие методы обработки.

Изобретение в 40-х годах нашего столетия радиолокатора и использование его в качестве измерительного средства привело к изменению как постановки задачи определения орбиты движущегося объекта, так и математических методов решения. Стало возможным измерять с высокой точностью как наклонную дальность (расстояние между измерительным пунктом и движущимся объектом), так и скорость измерения наклонной дальности (радиальную скорость).

Можно назвать различные методы комбинированных измерений для определения орбиты:

измерения наклонной дальности и угловых координат объекта (для трех последовательных моментов времени);

измерения радиальной скорости и угловых координат объекта (для трех последовательных моментов времени);

измерения наклонной дальности и угла высоты объекта (для шести последовательных моментов времени);

одновременные измерения наклонной дальности и радиальной скорости с трех различных измерительных пунктов (рис. 6.2);

одновременные измерения наклонной дальности (с трех измерительных пунктов) для двух последовательных моментов времени.

Для каждого из указанных методов организации измерений разработаны соответствующие вычислительные алгоритмы, опирающиеся как на известные классические методы решения (например, метод Лапласа), так и на специально разработанные методы [4, 12, 78].

Таким образом, определение фактической орбиты КА связано прежде всего с проведением измерений положения аппарата в процессе его движе-

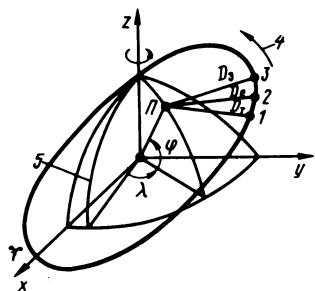


Рис. 6.1. Схема измерений положения КА с наземного измерительного пункта для трех моментов времени:

1 – КА в момент времени t_1 ; 2 – КА в момент времени t_2 ; 3 – КА в момент времени t_3 ; 4 – направление полета КА; 5 – Гринвичский меридиан; П – наземный измерительный пункт

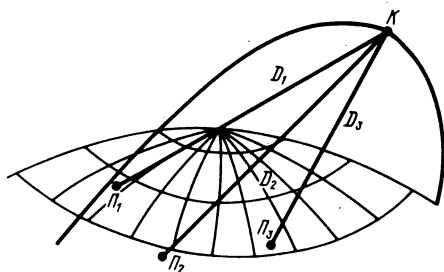


Рис. 6.2. Схема измерений положения КА с трех наземных измерительных пунктов для одного момента времени:

К – космический аппарат; П₁ – наземный измерительный пункт № 1; П₂ – наземный измерительный пункт № 2; П₃ – наземный измерительный пункт № 3

ния с помощью специальных технических средств. Этими техническими средствами являются или наземные радиотехнические комплексы, расположенные на специально оборудованных пунктах наблюдения за КА, или комплексы измерительных средств, находящихся непосредственно на борту КА для целей независимого (автономного) от наземных средств проведения измерений. В результате проведения требуемого числа измерений с помощью любых из указанных средств специалисты, контролирующие и обеспечивающие полет КА, получают в свое распоряжение набор угловых координат аппарата для различных моментов времени. Схематическая картина проведения измерений с одного наземного измерительного пункта (НИП) приведена на рис. 6.1. Схема организации измерений с различных измерительных пунктов показана на рис. 6.2, причем характерной особенностью этого способа является одновременность проведения однотипных измерений на всех участвующих в обеспечении полета НИПах. Имеются и другие способы организации проведения измерений угловых координат КА с наземных пунктов наблюдения [56, 68].

Искомые параметры движения КА определяются в результате математической обработки имеющихся данных по специальным расчетным алгоритмам и, как правило, при использовании современных быстродействующих ЭВМ. В общем случае для нахождения вектора состояния КА в момент времени t_i нужно иметь шесть независимых соотношений, связывающих составляющие скорости и координаты в этот момент с измерениями. Это будет справедливо, если все измерения и формулы связи абсолютно точны. На практике этим условиям удовлетворить весьма сложно. Действительно, измеренные значения параметров являются результатом физического эксперимента с использованием реальных технических средств. Поэтому на получаемые результаты накладываются различные ошибки измерений, которые в процессе математической обработки необходимо выявить и исключить. Другой особенностью является избыточность получаемых измерительных данных, что связано с особенностями реальной работы технических средств. Поэтому при предварительной обработке измерений осуществляются проверка и отбраковка некачественных измерений. Наличие указанных особенностей делает задачу определения орбиты КА недетерминированной, и для ее решения используются различные математические статистические методы.

Подведем некоторые итоги. Общая задача определения орбиты КА требует рассмотрения и решения вопросов по трем основным направлениям, связанным:

- с организацией измерений и их обработкой;
- с составлением аналитических зависимостей, связывающих измерения с параметрами движения КА (уравнения связи);
- с разработкой методов обработки уравнений связи с целью определения орбиты.

При этом следует иметь в виду, что большинство вычислительных алгоритмов являются итерационными и для обеспечения сходимости последовательных приближений требуется понимание физической сущности задачи и определенный вычислительный опыт.

6.2. ВОПРОСЫ ТЕХНИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗУЕМОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ ПОЛОЖЕНИЯ КА РАЗЛИЧНЫМИ СРЕДСТВАМИ

В настоящее время имеются различные типы измерительных систем (радиотехнические, оптические, гравитационные, магнитные, акустические, радиационные, газодинамические), позволяющие реализовать проведение измерений любых требуемых параметров для решения задачи определения положения КА и фактической траектории его движения.

Основными видами измерений являются: радиотехнические, оптические, инерциальные [12]. Последние (см. разд. 6.1) в дальнейшем подробно рассматривать не будем.

Радиотехнические и оптические измерения проводятся измерительными средствами, расположенными в каких-либо пунктах Земли или находящимися на борту КА; инерциальные – средствами, находящимися только на борту КА. Проведение радиотехнических и оптических измерений связано с определением некоторых геометрических и кинематических величин или временных сдвигов, отнесенных к подвижным или неподвижным точкам в пространстве. Такие точки называются базисными или опорными. В общем случае они не совпадают с местонахождением измерительных средств. Базисными точками могут быть, в частности, стационарные (на суше), корабельные или самолетные измерительные пункты, естественные ориентиры, подспутниковые точки, радиомаяки, звезды, центры или точки касания линий визирования видимых дисков планет.

Радиотехнические измерения основаны на использовании свойств изменения характеристик радиосигнала, обусловленного изменением параметров движения аппарата; оптические измерения – на использовании свойств прямолинейности распространения света в однородной среде. Проведение инерциальных измерений связано с определением вектора результирующей силы, приложенной к аппарату. Эти измерения основаны на использовании свойств чувствительных масс специальных датчиков перемещаться относительно корпуса аппарата под действием приложенной силы.

Каждый из указанных видов измерений имеет свои преимущества и недостатки. Радиотехнические измерения могут быть проведены при любых погодных условиях на значительных удалениях КА от базисных точек. Как радиотехнические, так и оптические измерения возможны при условии прямой видимости аппарата из базисной точки, а их проведение вблизи Земли связано также с необходимостью учета явления рефракции [12, 56].

Радиотехнические и оптические измерения, проводимые с Земли или на борту КА, называют **траекторными**. Результаты обработки автономных измерений и данные измерений работы бортовой аппаратуры могут также передаваться на Землю с помощью радиотехнических средств.

Измерение координат КА и скорости его движения осуществляет наземный командно-измерительный комплекс (НКИК) с помощью соответствующих измерительных пунктов (наземных, корабельных, воздушных, стационарных или подвижных). Измерения проводятся с помощью радиотехнических средств, включающих аппаратуру, работающую по принципу

радиолокации, фазометрических систем и доплеровского принципа измерения относительной скорости [56].

Наземными измерительными средствами, расположенными на одном или нескольких измерительных пунктах, могут измеряться:

наклонная дальность от измерительного пункта до КА;

радиальная скорость КА относительно измерительного пункта;

сумма или разность наклонных дальностей до КА с двух измерительных пунктов;

производные от суммы или разности наклонных дальностей до КА;

направляющие косинусы линии визирования КА, а также углы, определяющие ориентацию этой линии относительно направлений, неизменно связанных с поверхностью Земли (в частности, относительно осей пунктовой системы координат);

угловые скорости линии визирования КА относительно указанных направлений;

углы линии визирования КА относительно направлений на звезды или планеты.

Измеряемым параметрам положения КА может быть поставлена в соответствие некоторая поверхность, на которой в момент измерений находится аппарат. Эту поверхность называют поверхностью положения или координатной поверхностью. Наклонной дальности соответствует сфера с центром в базисной точке; разности и сумме наклонных дальностей — поверхностями двухполостного гиперболоида и эллипсоида вращения с фокусами, расположенными в базисных точках; азимуту — вертикальная плоскость, проходящая через базисную точку; углу места и направляющему косинусу — поверхность прямого кругового конуса с вершиной в базисной точке [9, 15, 56].

В зависимости от принципа действия используемые радиотехнические системы разделяются на угломерные, дальномерные, суммарно-дальномерные, разностно-дальномерные [9].

Широкое распространение имеют также смешанные способы измерения координат, когда используют поверхности положения разного вида. Так, при измерении полярных координат КА положение аппарата определяется точкой пересечения сферы (измерение наклонной дальности), конуса (измерение угла места) и вертикальной плоскости (измерение азимута) [56].

Методы радиотехнических измерений, позволяющих определять положение КА в пространстве, основаны на регистрации изменений характеристик радиосигнала (посланного и принятого). К характеристикам радиосигнала, изменение которых можно связать с изменением параметров движения аппарата, относятся: амплитуда, фаза, частота и время распространения сигнала. Соответственно различают амплитудные, фазовые, частотные и импульсно-временные методы радиотехнических измерений.

Каждое конкретное радиотехническое измерительное средство может измерять от одного до шести параметров. Если число измеряемых параметров равно шести, то обычно три из них характеризуют положение центра масс КА, а три других — скорость движения аппарата [12].

Радиотехнические измерения применяются для контроля движения

космического аппарата на различных этапах полета, при этом ограничения в применении имеются лишь для атмосферного участка спуска КА (в диапазоне высот, где плазменные образования вокруг аппарата исключают устойчивую работу измерительных средств).

6.3. СХЕМЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Введем некоторые обозначения. Через y_l ($l = 1, 2, \dots, m$) будем обозначать любой из измеряемых параметров; тогда y есть m -мерный вектор измеряемых параметров $y = [y_1, y_2, \dots, y_m]^T$, характеризующий состав измерений. Параметры движения КА будем обозначать через x , а характеристики моделей движения аппарата — через λ .

Функциональные зависимости вида

$$y_l(t) = u_l(x, \lambda, t), \quad l = 1, 2, \dots, m$$

будем называть **измеряемыми функциями**, которые связывают измеряемые параметры с параметрами движения и характеристиками.

Необходимо также учитывать ряд постоянных параметров, характеризующих модель измерений (например, координаты точек расположения измерительных пунктов, параметры ошибок или шаг дискретности измерений). Поэтому измеряемые функции y_l должны зависеть также от вектора ν , компоненты которого в общем случае могут быть неизвестными и подлежать определению наряду с компонентами векторов x и λ :

$$y_l(t) = u_l(q, t), \quad l = 1, 2, \dots, m, \quad (6.1)$$

где q есть вектор оцениваемых параметров, содержащий r компонентов: $q = [x^T; \lambda^T; \nu^T]^T$.

При решении практических задач могут встретиться две основные схемы измерений [9, 12]:

схема косвенных измерений;

схема прямых (непосредственных) измерений.

Схема измерений называется косвенной, если измеряются не сами оцениваемые параметры q_j ($j = 1, 2, \dots, r$), а параметры y_l ($l = 1, 2, \dots, m$), функционально связанные с ними. В общем случае такая связь является нелинейной. Схеме косвенных нелинейных измерений отвечает функциональная зависимость (6.1). В случае, когда фактическое (возмущенное) движение КА мало отличается от опорного, возможна схема косвенных линейных измерений

$$\tilde{y}_l(t) = u_l(\tilde{q}, t) + \sum_{j=1}^r \frac{\partial u_l(\tilde{q}, t)}{\partial q_j} \Delta q_j, \quad (6.2)$$

получающаяся в результате линеаризации схемы (6.1). Знак " $\sim$ " в (6.2) означает линеаризованные и истинные параметры q и y .

Схема измерений называется прямой (непосредственной), если измеряются оцениваемые параметры q_j ($j = 1, 2, \dots, r$). В этом случае

$$y_l(t) = q_j(t), \quad l = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, r. \quad (6.3)$$

Прямая схема измерений (6.3) является линейной.

Схемы измерений могут быть также непрерывными и дискретными (когда измерения проводятся в дискретные моменты времени). Схема прямых дискретных измерений представляется зависимостью

$$y_l(t_i) = y_{li} = q_j(t_i) = q_{ji}, \quad l = 1, 2, \dots, m; \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (6.4)$$

где индекс i означает момент времени t_i , в который проведены измерения на интервале $[0, T]$ ($0 \leq t_i \leq T$), а N – общее количество моментов измерений на этом интервале.

Помимо указанных основных схем измерений могут применяться также смешанные схемы измерений, состоящие из различных основных схем.

6.4. ОШИБКИ ИЗМЕРЕНИЙ

Процесс измерений непременно связан с наличием тех или иных ошибок измерений, что обусловлено воздействием неучитываемых факторов, имеющих случайный характер. Поэтому реальный результат измерений всегда является реализацией случайной величины. Анализ характера ошибок, возникающих при измерениях, необходим, в итоге, для нахождения оценок параметров движения и параметров модели движения. Различают ошибки трех видов: **систематические, случайные (регулярные) и грубые** [12].

Появление систематической ошибки связано с ошибкой экспериментатора или специального прибора, регистрирующего измерения, а также наличием неучтенных постоянных или медленно меняющихся факторов, характеризующих условия проведения измерений (изменяющиеся условия распространения радиоволн, отклонение от направления отвеса вертикальной оси измерителя, изменение опорной частоты генераторов, смещение нуля при привязке измерений к единому времени и т. д.). Случайные, медленно меняющиеся факторы, от которых зависит систематическая ошибка, изменяются от одного сеанса измерений к другому. Но в конкретном сеансе измерений эти факторы действуют определенным образом.

Случайная ошибка измерений является результатом воздействия факторов, имеющих флуктуационный характер. Эта ошибка физически возникает в результате прохождения некоторого случайного возмущения через измерительную систему. К таким возмущениям относятся, в частности, случайные отклонения условий распространения радиоволн от средних (нормальных) условий, случайные колебания опорной частоты генератора около номинального значения, колебания вертикальной оси измерителя относительно линии отвеса и др.

Грубые ошибки связаны с резким нарушением условий работы измерительных средств при отдельных измерениях. Сюда относятся ошибки, связанные с выходом из строя отдельных узлов или элементов измерительной аппаратуры, с непредвиденным посторонним вмешательством, с грубым просчетом экспериментатора и т. д. Если систематическая ошибка характеризуется, в первую очередь, медленным изменением или даже неизменностью в конкретном сеансе измерений, то грубая ошибка присут-

вует в одном или нескольких измерениях и отличается по величине от других ошибок.

С общей точки зрения ошибки всех трех видов являются случайными. Так, систематическая ошибка случайна в серии сеансов измерений. Случайны по своей природе и грубые ошибки. Принято, что к случайным ошибкам относятся лишь те ошибки, которые имеют нулевое математическое ожидание в данном сеансе измерений.

Систематическую ошибку иногда называют сильно коррелированной (коэффициент корреляции существенно отличен от нуля, а интервал корреляции значительно превосходит время памяти измерительного средства), а случайную ошибку — слабо коррелированной ошибкой (интервал корреляции не превосходит время памяти измерительного средства) [12].

Обозначим суммарную ошибку измерений l -й измеряемой функции через $h_l(t)$. Тогда реальные результаты измерений можно представить как

$$z_l(t) = \omega_l[u_l(q, t), h_l(t), t], \quad l = 1, 2, \dots, m, \quad (6.5)$$

где $u_l(q, t)$ — истинное значение измеряемой функции. Из (6.5) видно, что в общем случае ошибка измерений нелинейным образом связана с измеряемой функцией. Наиболее простым и распространенным способом комбинации ошибок измерений и измеряемой функции является линейная связь. Такая ошибка, называемая аддитивной, складывается с измеряемой функцией:

$$z_l(t) = u_l(q, t) + h_l(t), \quad l = 1, 2, \dots, m. \quad (6.6)$$

Относительно суммарной ошибки $h_l(t)$ также делают допущение об аддитивности ее составляющих, т. е. полагают, что систематическая и случайная составляющие суммарной ошибки связаны друг с другом аддитивно:

$$h_l(t) = \tilde{h}_l(t) + \overset{\circ}{h}_l(t), \quad l = 1, 2, \dots, m, \quad (6.7)$$

где $\tilde{h}_l(t)$ — систематическая ошибка, $\overset{\circ}{h}_l(t)$ — случайная ошибка. Характер изменения этих ошибок во времени иллюстрируется рис. 6.3.

Влияние систематической и случайной составляющих суммарной ошибки на точность решения задачи обработки траекторных измерений различно. Например, измерению подлежит наклонная дальность из подспутниковой точки, находящейся на экваторе, до геосинхронного спутника Земли. При невозмущенном движении такого спутника результаты каждого измерения в моменты времени t_i должны быть равны высоте орбиты спутника ($h = 35800$ км). Если имеет место *систематическая ошибка* (в измерении дальности), математическое ожидание которой не равно нулю, то конечный результат (высота спутника) будет отличаться от истинного на величину этой ошибки. При накоплении достаточно большого объема выборки (N) измерений точного решения задачи получить не удастся (даже в случае постоянной

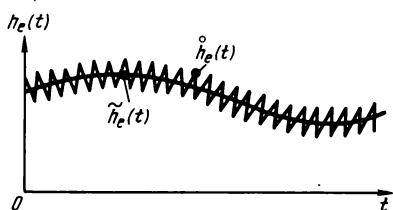


Рис. 6.3. Характер изменения составляющих суммарной ошибки измерений

систематической ошибки). Поэтому если от систематической ошибки не удастся избавиться на этапе предварительной обработки результатов измерений или непосредственно в процессе решения задачи, то она будет вноситься в решение неизвестное систематическое смещение оценок (которое не удастся ликвидировать даже с увеличением объема выборки N).

Случайная ошибка характеризуется нулевым математическим ожиданием в каждом сеансе измерений. Поэтому такая ошибка может привести только к случайному отклонению искомого решения от истинного. Величина этого случайного отклонения может быть уменьшена за счет увеличения объема выборки N .

Наличие в результатах измерений грубых ошибок существенно искажает конечный результат. *Грубые ошибки* не представляется возможным учитывать заранее и с ними приходится бороться в процессе проведения измерений. Если такой способ является нереализуемым, то грубые ошибки исключают на этапе предварительной обработки результатов (путем применения специальных критериев и при известном характере распределения систематических и случайных ошибок).

Для ликвидации или уменьшения *систематического смещения оценок* целесообразно саму систематическую ошибку исключить из результатов измерений. Поскольку систематическая ошибка в конкретном сеансе наблюдения проявляется вполне определенно, то ее можно оценить по данным измерений на любом временном интервале (в пределах интервала измерений $[0, T]$). Чтобы найти систематическую ошибку (или убедиться в ее отсутствии), можно использовать результаты определения измеряемых функций по данным "эталонных" измерительных средств. Эталонные значения измеряемых функций могут быть получены также в результате статистической обработки результатов измерений всех измерительных средств, привлекаемых для слежения за движением КА на заданном интервале времени $[0, T]$.

К числу важнейших факторов, влияющих на условия проведения измерений, относятся — способы комбинации ошибок измерений с измеряемыми функциями; статистические свойства ошибок измерения. Эти сведения могут быть полными (исчерпывающими), неполными или вообще отсутствовать. При неполной информации отсутствуют какие-либо данные об ошибках измерений (например, неизвестны статистические свойства этих ошибок, или неизвестны характеристики корреляции ошибок измерений). При отсутствии таких сведений в распоряжении имеются лишь измеренные значения функций параметров движения [12].

Возможны статистические и нестатистические способы описания ошибок измерений. *Нестатистические способы* применяются в тех случаях, когда об ошибках измерений имеются ограниченные сведения. *Статистические способы* описания ошибок применяются при достаточно высоком уровне знаний структуры ошибок и закономерностей их изменения на интервале наблюдения $[0, T]$.

В подавляющем большинстве случаев ошибки измерений имеют нормальное или достаточно близкое к нему распределение. Поэтому при обработке результатов измерений гипотеза о нормальном распределении ошибок принимается в качестве основной. Это оправдано тем, что источ-

никами ошибок являются многочисленные случайные факторы, действие которых в совокупности приводит к этому распределению.

В ряде задач также может быть известна предварительная информация об оцениваемых параметрах q (см. зависимость 6.1). Эта информация собирается на основе расчетов и результатов стендовых, летных и других испытаний, предшествующих полету КА. Такого типа информация называется **априорной**. Иногда априорную информацию об оцениваемых параметрах целесообразно использовать совместно с информацией, получаемой в процессе полета КА. Это может привести к улучшению оценок параметров, к увеличению интервала времени между последовательными сеансами измерений, к более целесообразному использованию предыдущих определений параметров движения КА, к увеличению длительности прогноза движения КА.

К числу важнейших факторов, влияющих на успешное решение задачи обработки измерений и задачи определения положения КА в процессе полета, относится также априорная математическая модель движения КА.

Из числа факторов, непосредственно влияющих на условия проведения измерений и результаты их обработки, определяющими являются:

- закон распределения ошибок измерений (нормальный, отличный от нормального);

- способ комбинации ошибок с измеряемыми функциями (аддитивный, отличный от аддитивного);

- вид измерения (дискретное, непрерывное).

Комбинируя первые два фактора, можно выделить четыре основные (используемые на практике) схемы измерений: нормальная аддитивная, ненормальная аддитивная, нормальная неаддитивная, ненормальная неаддитивная. Последняя схема измерений является наиболее общей в смысле математического и статистического описания. Но при проведении численных расчетов (особенно, оценочных) чаще используется первая схема, характеризуемая признаками которой являются аддитивность (суммируемость) ошибок измерений с измеряемыми функциями и нормальный закон распределения ошибок.

6.5. МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОРБИТЫ ПО ИЗМЕРЕНИЯМ НАКЛОННОЙ ДАЛЬНОСТИ И СКОРОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ ДАЛЬНОСТИ

В настоящее время разработано много математических методов, позволяющих аналитически решить задачу определения орбиты для различных схем организации измерений (с одного наземного пункта в различные моменты, с нескольких пунктов в один момент времени) и при различном составе измерительных средств (радиотехнических, оптических, инерциальных) [12, 56].

Из множества существующих методов, применяемых к конкретным физическим условиям измерительного эксперимента, рассмотрим метод, использующий измерения дальности и скорости ее изменения. Такой выбор связан с особенностями существующих измерительных средств. Кро-

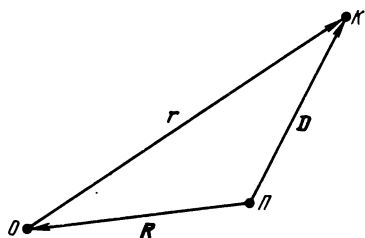


Рис. 6.4. К определению орбиты КА по изменениям наклонной дальности D и ее производной $\dot{D}$:

К — космический аппарат; П — наземный измерительный пункт

ме того, данный метод является строгим, поскольку он использует только геометрические соотношения.

Рассмотрим векторный треугольник (рис. 6.4), связывающий центр притяжения O , КА K и пункт наблюдения P . Из рис. 6.4 видно, что r есть текущий радиус-вектор КА, D есть вектор наклонной дальности (от пункта наблюдения до КА). Эти три вектора связаны векторным соотношением:

$$D = r + R. \quad (6.8)$$

Задача исследования формулируется следующим образом [78]: имеются 3 пункта наблюдения, заданные координатами φ_j , λ_{Ej} , h_j ($j = 1, 2, 3$); имеются результаты измерений дальности D_i и ее производной $\dot{D}_i$ в моменты времени t_i ($i = 0, 1, 2, \dots, q$); требуется получить аналитические зависимости для определения r_i и $\dot{r}_i$ (6.8) для рассматриваемого момента времени t_i . Здесь угол φ есть геодезическая широта пункта наблюдения; h — высота пункта, измеренная вдоль нормали к земной поверхности; λ_E — восточная долгота пункта. Для каждого пункта вычисляется также звездное время T_{zj} ($j = 1, 2, 3$). Задача имеет строгое аналитическое решение [78]. В результате для любого момента времени t_i ($i = 0, 1, 2, \dots, q$) однозначно определяются фактические векторы r_i и $\dot{r}_i$ космического аппарата и, следовательно, фактические элементы орбиты для того же момента.

6.6. ХАРАКТЕРИСТИКА МЕТОДОВ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Измерения, проводимые для определения параметров движения КА, будем называть *навигационными измерениями*, а участки траектории КА, на которых проводятся измерения, — *навигационными участками* [4, 5].

В результате проведения навигационных измерений определяются не искомые параметры движения, а навигационные параметры, функционально связанные с искомыми. При этом погрешности бортовых приборов таковы, что непосредственное использование их показаний для решения задачи навигации (без какой-либо специальной обработки) практически невозможно. Для уменьшения влияния ошибок измерений на точность решения навигационной задачи проводят многократные навигационные измерения. В этом случае применяется статистическая методика решения, позволяющая за счет избыточности исходной информации сглаживать случайные ошибки измерений.

Статистическая обработка требует достаточного запаса измерений и выполнения значительного количества арифметических операций. Поэтому статистические методы приобрели широкое распространение в те-

чение последних десятилетий в связи с развитием ЭВМ (в том числе, бортовых ЭВМ).

Задачи определения параметров движения КА могут ставиться в двух вариантах: в варианте первоначального определения параметров и в варианте уточнения их значений в результате нахождения поправок к ним. Статистический характер решения присущ обоим вариантам, но для второго случая он является наиболее характерным.

Укажем основные положения, лежащие в основе статистического подхода к решению навигационных задач [74]. Считается, что основным источником информации являются измерения (апостериорная информация), причем для некоторой части полученных измерений характерна корреляционная связь. Для анализа имеется также и априорная информация (полученная до проведения текущей серии навигационных измерений) в виде совокупности ожидаемых значений параметров движения КА (или координат КА). Известными являются также соответствующие вероятностные характеристики возможных ошибок. В результате проведения статистической обработки навигационных измерений должна быть найдена такая совокупность искомых величин, которая наилучшим образом согласуется с результатами измерений. Оптимизацию возможно проводить по различным критериям, но наибольшее распространение получил критерий минимума дисперсии определяемых параметров (параметров движения КА).

Удовлетворяющие этому критерию статистические методы разделяются на две группы. Методы 1-й группы – метод максимального правдоподобия и метод наименьших квадратов – требуют для своего применения полного объема информации, которую необходимо собрать (накопить) в течение проводимых сеансов измерений. Методы 2-й группы (к ним относится и метод динамической фильтрации) используют не полный объем информации, а как бы накапливаемый объем (по мере увеличения количества проводимых измерительных сеансов).

Метод максимального правдоподобия представляет собой один из самых эффективных методов в смысле обеспечения минимума дисперсии оцениваемых параметров движения [74]. Метод является строгим в математическом (теоретико-вероятностном) плане и его применение особенно оправдано в том случае, когда в составе обрабатываемой информации имеются как некоррелированные, так и коррелированные измерения.

Обработка измерений по методу наименьших квадратов является частным случаем метода максимального правдоподобия, а его применение является строго обоснованным, когда проводимые измерения являются независимыми и нормально распределенными. При обработке измерительной информации по этому методу для определения оценок требуется предварительно накопить полную выборку измерений и лишь затем начать обработку информации. Естественно, что по времени получение оценок будет осуществляться медленнее, чем поступление измерительной информации в обработку. Кроме того, при выполнении каждого последующего этапа расчета не вся априорная информация будет участвовать в обработке (так как учитываются только приближения параметров движения, относящихся к предыдущим этапам).

Указанных недостатков лишены методы 2-й группы, осуществляющие обработку по нарастающему объему измерений. Важной особенностью этих методов является возможность добавлять измерительную информацию любыми порциями, вплоть до единичных измерений. При этом для проведения расчетов используются рекуррентные зависимости, связывающие оценку на $(i + 1)$ -м этапе расчетов с оценками и параметрами на предыдущем (i) -м этапе. Это обстоятельство позволяет обеспечить получение новых уточненных оценок в любой момент времени с учетом накопившейся к этому моменту совокупности измерений. Наибольшая эффективность применения методов обработки по нарастающему объему измерений проявляется в тех случаях, когда измерения рассредоточены по времени, поступают в равномерном темпе и необходимо оперативное принятие решений (по режиму слежения за КА), когда накопление большого количества информации невыгодно или не представляется возможным.

Для решения задач определения параметров движения КА обычно используются не все измерения, которые навигационная измерительная система обеспечивает на мерном участке орбиты, а некоторая дискретная выборка, получаемая путем осреднения по отдельным интервалам этого участка. Следует указать, что наличие избыточных измерений может привести не к улучшению, а к ухудшению получаемых оценок (что характерно при использовании метода наименьших квадратов).

6.7. МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ И ЕГО ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРИ ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

При математической обработке результатов измерений большое распространение получил метод наименьших квадратов. Кратко изложим существо метода. Пусть y и x связаны функциональной зависимостью и произведено N измерений $y_1, y_2, \dots, y_N$ функции y при соответствующих значениях $x_1, x_2, \dots, x_N$ аргумента x . Задача заключается в аналитическом представлении искомой функциональной зависимости, т. е. в отыскании такого соотношения, которое бы наилучшим образом описывало полученные результаты измерений. Особенностью задачи является то, что наличие случайных ошибок измерений делает нецелесообразным нахождение "строгой" зависимости, которая бы включала все опытные значения. Другими словами, график искомой функции не должен обязательно проходить через все имеющиеся точки $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)$.

В основе метода лежит принцип наименьших квадратов: "наивероятнейшим" значением, которое можно получить из ряда измерений одинаковой точности, является такое значение, для которого сумма квадратов разностей этого значения и результатов измерений является наименьшей.

Для целей практического использования данного метода необходимо заранее выбрать некоторый тип функциональной зависимости $y = f(x)$, например, $y = ax + b$, $y = ae^{bx} + c$ и т. д., но таким образом, чтобы в выбранной зависимости в явном виде присутствовали некоторые параметры $a, b, c, \dots$, которые и должны быть найдены.

Обозначим выбранную функциональную зависимость через

$$y = f(x, a_1, \dots, a_r), \quad (6.9)$$

где в явном виде указываются подлежащие нахождению параметры $a_1, a_2, \dots, a_r$. Эти параметры нельзя определить точно по эмпирическим значениям $y_1, y_2, \dots, y_N$, так как последние содержат случайные ошибки. Поэтому говорят только о получении "достаточно хороших" оценок искоемых параметров. Метод наименьших квадратов позволяет получить несмещенные и состоятельные оценки всех искоемых параметров $a_1, a_2, \dots, a_r$, причем для линейного случая (когда $a_1, a_2, \dots, a_r$ входят в (6.9) линейно) оценки являются также и эффективными. Эти результаты справедливы, когда измерения $y_1, y_2, \dots, y_N$ проведены независимо друг от друга (являются независимыми) и когда ошибки измерений подчиняются нормальному закону распределения вероятностей.

Если все измерения $y_1, y_2, \dots, y_N$ проведены с одинаковой точностью, то в соответствии с принципом наименьших квадратов оценки параметров $a_1, a_2, \dots, a_r$ должны определяться из условия:

$$\Phi = \sum_{j=1}^N [y_j - f(x_j, a_1, a_2, \dots, a_r)]^2 = \min. \quad (6.10)$$

Отыскание параметров $a_1, a_2, \dots, a_r$ сводится к решению системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial a_1} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial a_2} = 0, \dots, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial a_k} = 0 \end{aligned} \right\}, \quad (6.11)$$

в которой $\frac{\partial \Phi}{\partial a_k}$ ($k = 1, 2, \dots, r$) — частная производная функции Φ по соответствующему параметру a_k ($k = 1, 2, \dots, r$).

Решение системы уравнений (6.11) является наиболее простым, когда параметры a_k входят в выбранную функциональную зависимость (6.9) линейно. В таком случае система (6.11) оказывается также линейной, причем решение линейной системы является простой операцией с использованием конечного аналитического представления.

Если измерения $y_1, y_2, \dots, y_N$ проведены неравномерно (т. е. с различными ошибками и с различными дисперсиями), то необходимо в основную зависимость (6.10) ввести соответствующие веса измерений (обычно обратно пропорциональные дисперсиям):

$$\omega_1 : \omega_2 : \dots : \omega_N = \frac{1}{\sigma_1^2} : \frac{1}{\sigma_2^2} : \dots : \frac{1}{\sigma_N^2}.$$

В таком случае минимизируемая функция имеет вид

$$\Phi = \sum_{j=1}^N [y_j - f(x_j, a_1, a_2, \dots, a_r)]^2 \omega_j. \quad (6.12)$$

Возможен еще один случай. Если все измерения проводятся с одинаковой точностью, но при каждом значении аргумента x_j проводится серия P_j измерений, а в качестве y_j берется среднее арифметическое результа-

тов измерений в серии, то в качестве весов могут приниматься количества измерений в сериях:

$$\omega_j = P_j \quad (j = 1, 2, \dots, N).$$

Производные (6.11) в развернутом аналитическом виде получаются в результате применения известных из высшей математики правил дифференцирования сложной функции.

Система уравнений (6.11), содержащая r уравнений относительно r неизвестных, называется системой нормальных уравнений. Возможность составления такой системы определяется только свойством дифференцируемости функции $f(x, a_1, a_2, \dots, a_r)$. Однако в том случае, когда эта функция нелинейна, решение системы (6.11) в общем случае неоднозначно, причем для получения решения необходимо также преодолеть большие вычислительные трудности. Поэтому желательно, чтобы при выборе типа аналитической зависимости функция $f(x, a_1, a_2, \dots, a_r)$ была бы линейной.

Запишем условия метода наименьших квадратов в рамках изучаемой задачи определения орбиты и параметров движения КА (с использованием записей соотношений в матричном виде) [12].

Основным соотношением является

$$y = u(q, t), \quad (6.13)$$

где u есть m -мерный вектор измеряемых параметров, а q есть r -мерный вектор оцениваемых параметров, включающий в себя параметры движения КА, характеристики модели движения и собственно измерения.

Измерительная информация определяется m -мерным вектором результатов измерений $z(t)$, который может быть как непрерывным, так и дискретным по времени (по уровню измерений $z(t)$ является непрерывным). Считаем, что на интервале $[0, T]$ измерения проводятся в дискретные моменты времени t_i :

$$z_i = y_i + h_i, \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad (6.14)$$

где h_i есть m -мерный вектор ошибок измерений в момент t_i . Относительно ошибок измерений делается допущение, что их математические ожидания равны нулю:

$$M[h_i^*] = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, N). \quad (6.15)$$

Таким образом, в условиях заданной модели измерений необходимо оптимальным образом определить оценки $\hat{q}$ неизвестных параметров (см. (6.13)). Поскольку ошибки измерений имеют нулевое математическое ожидание, то вектор $\hat{q}$ необходимо определить таким образом, чтобы оценки ошибок измерений были бы наименьшими и близкими к нулю. Поэтому в качестве критерия решаемой задачи принимается квадрат длины вектора ошибок:

$$h^T h = \sum_{\eta=1}^{mN} h_{\eta}^2, \quad (6.16)$$

и необходимо добиться его минимальности. В соотношении (6.16) верхнее значение mN суммы определяет совокупность произведенных измерений

(измерений m параметров z в N моментов времени) и называется *мощностью выборки*.

В развернутом виде критерий (6.16) решения задачи записывается (в матричном представлении) следующим образом:

$$\Phi(q) = [z - u(q, t)]^T [z - u(q, t)], \quad (6.17)$$

где

$$u(q, t) = [u^T(q, t_1) : u^T(q, t_2) : \dots : u^T(q, t_N)]^T;$$

$$z = [z_1^T : z_2^T : \dots : z_N^T]^T;$$

$$h = [h_1^T : h_2^T : \dots : h_N^T]^T - \text{совокупный вектор ошибок измерений.}$$

Производная критерия Φ по векторному параметру q : *

$$\frac{d\Phi}{dq} = -2 \frac{du(q, t)}{dq} [z - u(q, t)],$$

поэтому необходимые условия экстремума критерия (6.17) записываются в виде матричного уравнения:

$$\frac{du(q, t)}{dq} [z - u(q, t)] = 0. \quad (6.18)$$

Уравнение (6.18) представляет, как и раньше (см. (6.11)), систему r уравнений с r неизвестными q_j ($j = 1, 2, \dots, r$).

В случае неравноточных ошибок измерений необходимо во все зависимости ввести диагональную весовую матрицу P ошибок измерений. В таком случае

$$h^T P h = \sum_{\eta=1}^{mN} p_{\eta} h_{\eta}^2, \quad (6.19)$$

а система уравнений для определения оценок неизвестных параметров q_j ($j = 1, 2, \dots, r$) принимает вид

$$\frac{du(q, t)}{dq} P [z - u(q, t)] = 0. \quad (6.20)$$

Следует отметить, что необходимым условием существования какого-либо решения системы (6.18) или (6.20) является математическое условие равенства величины r рангу функциональной матрицы частных производных от измеряемых функций по оцениваемым параметрам [12]. Однако и при выполнении этого требования может быть несколько решений, так как в общем случае (6.18) или (6.20) представляют собой системы нелинейных уравнений. Если же (6.18) или (6.20) есть системы линейных алгебраических уравнений, то обработка измерений по методу наименьших квадратов является достаточно простой вычислительной процедурой.

Приведенные матричные зависимости (6.18) или (6.20), позволяющие находить оптимальные оценки неизвестных параметров q_j ($j = 1, 2, \dots, r$) при минимальных ошибках h_i ($i = 1, 2, \dots, N$) измерений, для целей

ненно, отличаться от расчетных значений. Запишем следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} z_1 - z_{01} &= F_1(q_{01} + \delta_1, \dots, q_{06} + \delta_6; Q_{11}, \dots, Q_{k1}; t_1) - \\ &- F_1(q_{01}, \dots, q_{06}; Q_{11}, \dots, Q_{k1}; t_1), \\ z_2 - z_{02} &= F_2(q_{01} + \delta_1, \dots, q_{06} + \delta_6; Q_{12}, \dots, Q_{k2}; t_2) - \\ &- F_2(q_{01}, \dots, q_{06}; Q_{12}, \dots, Q_{k2}; t_2), \\ &\dots \dots \dots \\ z_N - z_{0N} &= F_N(q_{01} + \delta_1, \dots, q_{06} + \delta_6; Q_{1N}, \dots, Q_{kN}; t_N) - \\ &- F_N(q_{01}, \dots, q_{06}; Q_{1N}, \dots, Q_{kN}; t_N). \end{aligned} \right\} \quad (6.23)$$

Здесь δ_j есть неизвестные поправки к q_{0j} .

В общем случае зависимости (6.23) являются нелинейными. Поэтому поступают следующим образом: осуществляют разложение по степеням поправок δ_j правых частей каждого из соотношений (6.23) в ряд Тейлора и ограничиваются первым (линейным) членом разложения. Получается новая система уравнений:

$$\left. \begin{aligned} z_1 - z_{01} &= \left(\frac{\partial F_1}{\partial q_{01}}\right)\delta_1 + \left(\frac{\partial F_1}{\partial q_{02}}\right)\delta_2 + \dots + \left(\frac{\partial F_1}{\partial q_{06}}\right)\delta_6, \\ z_2 - z_{02} &= \left(\frac{\partial F_2}{\partial q_{01}}\right)\delta_1 + \left(\frac{\partial F_2}{\partial q_{02}}\right)\delta_2 + \dots + \left(\frac{\partial F_2}{\partial q_{06}}\right)\delta_6, \\ &\dots \dots \dots \\ z_N - z_{0N} &= \left(\frac{\partial F_N}{\partial q_{01}}\right)\delta_1 + \left(\frac{\partial F_N}{\partial q_{02}}\right)\delta_2 + \dots + \left(\frac{\partial F_N}{\partial q_{06}}\right)\delta_6. \end{aligned} \right\} \quad (6.24)$$

Частные производные от навигационных функций F_i по начальным параметрам q_{0j} являются постоянными как для конкретного типа и размещения навигационных средств и КА, так и для заданных начальных условий. Поэтому эти производные вычисляются заранее, перед каждым сеансом обработки информации.

В случае неравноточных измерений каждому измерению необходимо придать свой вес. Поэтому левые и правые части уравнений системы (6.24) необходимо умножить на весовые коэффициенты p_i :

$$p_i = h_i / \sigma_{zi}, \quad (6.25)$$

где h_i — некоторый масштабирующий коэффициент; σ_{zi}^2 — дисперсия ошибок измерения навигационного параметра.

Введем некоторые упрощающие обозначения

$$\frac{\partial F_i}{\partial q_{0j}} = c_{ij}, \quad (z_i - z_{0i}) = z_{\Delta i}. \quad (6.26)$$

дуру вычислений — для нахождения нового приближения $\delta_j^{(\eta+1)}$ на следующем $(\eta + 1)$ -м шаге. Такие циклы последовательного приближения должны повторяться до тех пор, пока отличие последующих уточненных значений параметров движения от их предшествующих значений не окажется меньше заданных погрешностей решения навигационной задачи.

Необходимо отметить, что описанный итерационный процесс решения является сходящимся не для всех реальных ситуаций измерений, а сходимость процесса решения обеспечивается лишь в некоторой области отличия априорных значений параметров движения от их действительных значений. Поэтому на этапе отработки вычислительной методики необходимо выявить те предельные ошибки в начальных условиях (погрешности априорной информации), при которых процесс решения еще остается сходящимся.

Запишем систему нормальных уравнений (6.34) в матричной форме:

$$\mathbf{A}\Delta = \mathbf{B}, \quad (6.36)$$

где $\mathbf{A}$ — квадратная матрица порядка $[r \times r]$ (где r — число параметров q_j , $j = 1, 2, \dots, r$), составленная из коэффициентов a_{kj} (см. (6.35)):

$$\mathbf{A} = [a_{kj}];$$

Δ — вектор-столбец размерности $[r \times 1]$ поправок к параметрам орбиты:

$$\Delta = [\delta_j];$$

$\mathbf{B}$ — вектор-столбец размерности $[r \times 1]$ правых частей нормальных уравнений:

$$\mathbf{B} = [b_k],$$

где b_k определяется согласно (6.35).

Решение матричного уравнения (6.36) ищется в виде:

$$\Delta = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}, \quad (6.37)$$

где $\mathbf{A}^{-1}$ — обратная матрица (точнее — матрица $\mathbf{A}^{-1}$ есть матрица, обратная к $\mathbf{A}$). Элементы a_{gf}^0 этой матрицы вычисляются по формуле:

$$a_{gf}^0 = \frac{A_{gf}}{\det \mathbf{A}}, \quad (6.38)$$

где $\det \mathbf{A}$ есть величина определителя, составленного из элементов матрицы $\mathbf{A}$; A_{gf} — минор элемента a_{gf} матрицы (вычисляемый как определитель матрицы $(r - 1)$ порядка, получаемый из исходной матрицы $\mathbf{A}$ вычеркиванием g -й строки и f -го столбца).

В основном матричном уравнении (6.36) матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ можно записать и в развернутом виде, что позволяет выявить общность этого метода решения с другими используемыми на практике методами математической обработки результатов измерений.

Элементами матриц $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ являются суммы вида:

$$\sum_{j=1}^N p_i^2 \frac{\partial F_i}{\partial q_{0k}} \frac{\partial F_i}{\partial q_{0j}}; \quad \sum_{i=1}^N p_i^2 z_{\Delta i} \frac{\partial F_i}{\partial q_{0k}}.$$

Используя обозначение (6.26) для производной $\partial F_i / \partial q_{0j}$, можно записать:

$$\mathbf{A} = \mathbf{C}^T \mathbf{P} \mathbf{C}, \quad (6.39)$$

где $\mathbf{C}$ — матрица коэффициентов линеаризованной фундаментальной системы (размерность матрицы $\mathbf{C}$ есть $[N \times r]$); $\mathbf{P}$ — диагональная матрица весовых коэффициентов (размерности $[N \times N]$).

Матрица $\mathbf{B}$ запишется в виде

$$\mathbf{B} = \mathbf{C}^T \mathbf{P} \mathbf{z}_\Delta, \quad (6.40)$$

где $\mathbf{z}_\Delta$ — вектор-столбец размерности $[N \times 1]$, компонентами которого являются $z_{\Delta i} = (z_i - z_{0i})$, $i = 1, \dots, N$.

С учетом матричных соотношений (6.39) и (6.40) основное уравнение для нахождения оценок δ_j ($j = 1, 2, \dots, r$) записывается следующим образом:

$$\Delta = (\mathbf{C}^T \mathbf{P} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{P} \mathbf{z}_\Delta$$

или

$$\Delta = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{P} \mathbf{z}_\Delta,$$

где Δ — вектор-столбец размерности $[r \times 1]$ искомых оценок δ_j ($j = 1, 2, \dots, r$); $\Delta = [\delta_1 \delta_2 \dots \delta_r]^T$.

6.8. МЕТОД МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ

Данный метод дает теоретико-вероятностное обоснование метода наименьших квадратов и в этом заключается его практическая ценность.

Будем считать, что вектор ошибок измерений $\mathbf{h}$ в основном уравнении

$$z_i = u(\mathbf{q}, t_i) + h_i \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$

характеризуется математическим ожиданием $M[h]$ и функцией плотности вероятностей $p(\mathbf{h})$: $p(\mathbf{h}) = p(\mathbf{z} - \mathbf{u}(\mathbf{q}, t))$.

Функция плотности вероятностей ошибок измерений, записанная с учетом произведенных измерений и содержащая в явном виде вектор оцениваемых параметров $\mathbf{q}$, в математической статистике называется **функцией правдоподобия** и обозначается как

$$L(\mathbf{z}, \mathbf{q}) = p(\mathbf{z} - \mathbf{u}(\mathbf{q}, t)). \quad (6.41)$$

Функция $L(\mathbf{z}, \mathbf{q})$ обладает свойствами плотности вероятностей по отношению к выборке $\mathbf{z}$. Вектор оцениваемых параметров $\mathbf{q}$ является для этой функции вектором параметров распределения.

В итоге, необходимо таким образом определить вектор $\mathbf{q}$ параметров распределения, чтобы соответствующая ему выборка измерений $\mathbf{z}$ была наиболее вероятной. Методом максимального правдоподобия называется метод обработки результатов измерений, обеспечивающий выполнение условия:

$$L(\mathbf{z}, \mathbf{q}) = \max_{(\mathbf{q})} L(\mathbf{z}, \mathbf{q}). \quad (6.42)$$

Здесь в качестве критерия решения исходной задачи рассматривается максимальная величина плотности вероятности ошибок измерений. Необходимые условия экстремума функции (6.41) записываются в виде матричного уравнения

$$\frac{dL}{dq} = 0. \quad (6.43)$$

В результате получается система r уравнений с r неизвестными параметрами q_j ($j = 1, 2, \dots, r$). Эти уравнения обычно называются **уравнениями правдоподобия**.

Рассмотрим наиболее распространенный в практике обработки измерений случай, когда вектор ошибок измерений $\mathbf{h}$ имеет нулевой вектор математических ожиданий и характеризуется нормальным законом распределения. При этом весовой матрицей измерений является соответствующая корреляционная матрица $\sigma_0^2 \mathbf{P}^{-1}$, где σ_0^2 — дисперсия эталонного измерения, а $\mathbf{P}$ — диагональная весовая матрица ошибок измерений. В этом случае плотность вероятностей вектора $\mathbf{h}$ запишется в виде [12]:

$$p(\mathbf{h}) = (2\pi\sigma_0^2)^{-\frac{rN}{2}} \det(\mathbf{P})^{\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_0^2} \mathbf{h}^T \mathbf{P} \mathbf{h} \right\}. \quad (6.44)$$

Функция правдоподобия запишется следующим образом:

$$L(\mathbf{z}, \mathbf{q}) = (2\pi\sigma_0^2)^{-\frac{rN}{2}} \det(\mathbf{P})^{1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_0^2} [\mathbf{z} - \mathbf{u}(\mathbf{q}, t)]^T \mathbf{P} \times \right. \\ \left. \times [\mathbf{z} - \mathbf{u}(\mathbf{q}, t)] \right\}. \quad (6.45)$$

Из анализа функции правдоподобия (6.45) на максимум следует, что независимо от значения дисперсии эталонного измерения σ_0^2 максимум достигается при таком векторе $\mathbf{q}$, которому отвечает минимум выражения:

$$S(\mathbf{q}) = [\mathbf{z} - \mathbf{u}(\mathbf{q}, t)]^T \mathbf{P} [\mathbf{z} - \mathbf{u}(\mathbf{q}, t)]. \quad (6.46)$$

Необходимое условие экстремума функции правдоподобия $L(\mathbf{z}, \mathbf{q})$ запишется в виде матричного уравнения правдоподобия:

$$\frac{d\mathbf{u}(\mathbf{q}, t)}{dq} \mathbf{P} [\mathbf{z} - \mathbf{u}(\mathbf{q}, t)] = 0. \quad (6.47)$$

Следует обратить внимание на то, что уравнение правдоподобия (6.47) совпадает с уравнением (6.20) метода наименьших квадратов.

Метод наименьших квадратов является частным случаем метода максимального правдоподобия. Если выполняются условия, когда ошибки измерений подчиняются нормальному закону и весовые характеристики назначены правильно, то оценки неизвестных параметров, полученные по методу наименьших квадратов, являются оценками максимального правдоподобия и обладают наименьшей дисперсией на конечных мерных интервалах (когда число N точек измерений конечно и не стремится к бесконечности).

Если же ошибки измерений не подчиняются нормальному закону, то полученные оценки не обладают экстремальными свойствами. В этом слу-

чае наилучшими (в асимптотическом смысле – при $N \rightarrow \infty$) оценками параметров будут оценки максимального правдоподобия, учитывающие закон распределения ошибок измерения.

Уравнение правдоподобия (6.47) после соответствующих преобразований записывается как матричное уравнение (6.36) метода наименьших квадратов:

$$A\Delta = B. \quad (6.48)$$

Основное уравнение для нахождения оценок δ_j ($j = 1, 2, \dots, r$):

$$\Delta = A^{-1} C^T P z_{\Delta}, \quad (6.49)$$

где смысл обозначений остается прежним (как и в разд. 6.7). Составление элементов матриц A , B и C (в случае независимых измерений) при использовании метода максимального правдоподобия проводится в соответствии с правилами формирования расширенной матрицы системы нормальных уравнений по методу наименьших квадратов [12, 74].

Непосредственно алгоритм вычислений по методу максимального правдоподобия (после составления требуемых при расчете матриц) остается прежним (см. разд. 6.7) и также носит итерационный характер.

Можно записать итерационный процесс уточнения параметров q_j в виде

$$q_j = q_{0j} + \sum_{\nu=1}^s \delta_j^{(\nu)}, \quad (j = 1, 2, \dots, r)$$

где s – количество приближений, необходимое для выполнения условий $|\delta_j| \leq \epsilon_j$, где ϵ_j – заданные критерии сходимости.

Число необходимых приближений зависит от точности задания начального приближения (t_0, q_{0j}), состава и качества траекторных измерений. От состава и качества траекторных измерений зависит также область сходимости решения, характеризуемая обычно максимально допустимыми значениями суммарных поправок к начальным условиям. Например, при использовании выборки, в состав которой входят измерения наклонных дальностей, азимутов и углов места (с одного или нескольких измерительных пунктов) на 2–3 витках орбиты ИСЗ, решение надежно сходится при суммарных поправках в несколько сот километров (по координатам) и в несколько сот метров в секунду (по составляющим вектора скорости) [48].

Подробный алгоритм вычислений по определению параметров движения КА при использовании метода максимального правдоподобия приведен в [48].

При необходимости для определения орбит КА может использоваться информация о траектории, полученная каким-либо иным (кроме измерений) образом. Это так называемая априорная информация. Такая информация представляет собой совокупность ожидаемых значений параметров траектории с вероятностными характеристиками возможных ошибок этих значений. Эта информация рассматривается как выборка коррелированных измерений с известной корреляционной матрицей ошибок.

В заключение отметим, что описанные методы обработки информации (метод наименьших квадратов и метод максимального правдоподобия)

относятся к группе методов, использующих полный объем измерений. Поэтому получаемые оценки параметров по точности являются наилучшими. Однако необходимость накопления, хранения и обработки всей измерительной информации, а также суммарное время на получение искомых оценок параметров ограничивает область применения рассмотренных методов.

6.9. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ КА ПО ВЫБОРКЕ ИЗМЕРЕНИЙ НАРАСТАЮЩЕГО ОБЪЕМА

Методы данной группы используют не полный объем измерительной информации (как это необходимо для метода максимального правдоподобия и метода наименьших квадратов), а только некоторую его часть при непрерывной обработке используемой информации.

Последовательные оценки параметров, находимые с использованием части измерений (по отношению к полному объему измерений), будут менее точными, чем самая последняя оценка, найденная с учетом всех проведенных измерений. Эта последняя оценка по точности должна быть сравнима с той оценкой, которую можно получить в результате обработки полной выборки измерений (например, методом максимального правдоподобия). Следует отметить, что некоторое снижение точности искомых оценок может компенсироваться более существенными достоинствами, такими как оперативность получения результатов, удобства вычислительного характера и возможность реализации в бортовых вычислителях КА.

Сущность рассматриваемых методов обработки информации (называемых также рекуррентными методами) заключается в том, что каждое вновь произведенное измерение включается в текущую выборку измерений и используется для улучшения имеющихся оценок искомых параметров и корректировки соответствующей корреляционной матрицы оценок.

Приведем аналитические зависимости, характеризующие рассматриваемые методы [74]. Общее математическое решение дается, как и раньше, системой алгебраических уравнений вида:

$$l_{11}\delta_1 + l_{12}\delta_2 + \dots + l_{1r}\delta_r = b_1;$$

$$l_{21}\delta_1 + l_{22}\delta_2 + \dots + l_{2r}\delta_r = b_2;$$

.....

$$l_{r1}\delta_1 + l_{r2}\delta_2 + \dots + l_{rr}\delta_r = b_r,$$

где коэффициент

$$l_{jk} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial F_i}{\partial q_{0j}} \frac{\partial F_i}{\partial q_{0k}} - \sum_{i=1}^N z_{\Delta i} \frac{\partial^2 F_i}{\partial q_{0j} \partial q_{0k}}.$$

Рассматриваем случай равноточных измерений, поэтому веса $p_i = 1$ и во всех формулах p_i отсутствуют. $z_{\Delta i}$ — разность расчетных и измеренных значений. Вводя обозначение

$$m_{jk} = \sum_{i=1}^N z_{\Delta i} \frac{\partial F_i}{\partial q_{0j} \partial q_{0k}},$$

можно записать

$$l_{jk} = a_{jk} - m_{jk}. \quad (6.50)$$

Матрица L , элементами которой являются l_{jk} согласно (6.50), характеризуется наличием вторых частных производных от навигационной функции по начальным параметрам движения (см. вычитаемое m_{jk} в (6.50)). Обозначая $M = [m_{jk}]$ и с учетом представления матрицы A в виде $A = C^T C$, основное матричное уравнение для нахождения оценок параметров запишем как

$$\Delta = (C^T C - M)^{-1} C^T z_{\Delta} \quad (6.51)$$

или
$$\Delta = (A - M)^{-1} C^T z_{\Delta}. \quad (6.52)$$

Сравнение уравнения (6.51) с аналогичным уравнением метода наименьших квадратов (при использовании полной выборки измерений) показывает, что отличие заключается в структуре матрицы, стоящей под знаком обращения. В том случае, когда матрица $A = C^T C$ является особенной, решение задачи еще возможно, так как при отсутствии первого члена составной матрицы $(C^T C - M)$ второй член может иметь конечную величину.

Использование уравнения (6.52) для оценки искомых параметров позволяет проводить обработку по нарастающему объему измерений. Действительно, для одного измерения одночленная матрица $(C^T C)$ является особенной из-за линейной зависимости элементов ее строк (или столбцов). Поэтому для вычислений нельзя использовать уравнение вида (6.36), так как подобное уравнение оказывается неразрешимым. В данном же случае наличие матрицы M превращает составную матрицу $(C^T C - M)$ в неособенную, что делает возможным включать в обработку каждое единичное измерение.

Для целей практического использования представляется желательным сохранить двучленность составной матрицы в (6.52), но обойтись без вычисления вторых частных производных. Такими возможностями обладает метод динамической фильтрации.

Неособенность матрицы коэффициентов решаемой системы уравнений обеспечивается тем, что составная матрица формируется в виде суммы двух матриц типа $(C^T C + D)$. В качестве матрицы D используют корреляционную матрицу ошибок определения параметров движения, найденную по результатам предыдущего шага вычислений.

Физический процесс измерений и их обработка осуществляются следующим образом. Мерный участок траектории КА (т. е. участок траектории, подлежащий измерениям) условно разбивается на ряд последовательных интервалов, на каждом из которых осуществляется независимая обработка измерений. При обработке i -го измерения матрица D формируется в результате оценки точности вычисления поправок δ_j ($j = 1, 2, \dots, r$) к параметрам движения на $(i - 1)$ -м интервале. Для первого шага вычислений (когда $i = 1$), матрицу D образуют на основе априорных оценок точности прогноза движения, а при их отсутствии используют предполагаемые оценки точности прогноза.

Алгоритм вычислений по методу динамической фильтрации проиллюстрируем с использованием рассматривавшихся выше матриц, входящих в основное соотношение метода динамической фильтрации (аналог (6.52)):

$$(A + D)\Delta = B, \quad (6.53)$$

где
$$\left. \begin{aligned} A &= C^T P C, \\ B &= C^T P z_{\Delta} \end{aligned} \right\} \quad (6.54)$$

Для первого этапа расчетов матрица A формируется из частных производных от навигационных функций по начальным параметрам, а матрица B — из разностей измеренных и расчетных величин. В соотношениях (6.54) матрица P является весовой матрицей неравноточных измерений, причем в случае коррелированных ошибок измерений матрицей P является соответствующая корреляционная матрица.

Решением уравнения (6.53) для вектора поправок Δ является:

$$\Delta = (A + D)^{-1} B. \quad (6.55)$$

В соответствии с основным принципом, лежащим в основе метода обработки информации по выборке измерений нарастающего объема, решение уравнения (6.53) осуществляется поэтапно, с последовательным уточнением вектора поправок Δ после проведения нового сеанса измерений по определению положения КА.

Последовательная оценка вектора Δ осуществляется по следующему рекуррентному соотношению [74]:

$$\Delta^{(i)} = (A^{(i)} + D^{(i-1)})^{-1} B^{(i)}, \quad (6.56)$$

где i – номер текущего сеанса измерений (или текущего этапа вычислений). Входящие в (6.56) матрицы $A^{(i)}$ и $B^{(i)}$ определяются на i -м шаге расчетов и используют результаты измерений i -го сеанса:

$$\begin{aligned} A^{(i)} &= (C^{(i)})^T P^{(i)} C^{(i)}, \\ B^{(i)} &= (C^{(i)})^T P^{(i)} z_{\Delta}^{(i)}. \end{aligned} \quad (6.57)$$

Матрица $D^{(i-1)}$ в соотношении (6.56) представляет собой корреляционную матрицу K_q^{i-1} ошибок уточнения параметров q_j ($j = 1, 2, \dots, r$) на предыдущем $(i-1)$ -м этапе вычислений и вычисляется следующим образом:

$$D^{(i-1)} = (A^{(i-1)} + D^{(i-2)})^{-1}, \quad (6.58)$$

причем на 1-м этапе вычислений в качестве матрицы $D^{(0)}$ принимается обратная корреляционная матрица $K_q^{(0)}$ априорных ошибок параметров q_j ($j = 1, 2, \dots, r$) движения КА:

$$D^{(0)} = (K_q^{(0)})^{-1}. \quad (6.59)$$

Число требуемых последовательных приближений при решении по методу динамической фильтрации в форме (6.56) зависит в большой степени от заданных требований к апостериорной дисперсии оцениваемых параметров движения.

Следует обратить внимание на то обстоятельство, что решение в форме (6.56) принципиально не требует вычисления вторых частных производных от навигационных функций по параметрам движения. В сравнении со способом решения в форме (6.52), где необходимо вычислять вторые частные производные, в данном способе необходимо на каждом этапе решения учитывать статистические свойства ошибок оцениваемых значений параметров движения КА. Поэтому выбор конкретного способа решения зависит от тех требований, которые предъявляются к решению задачи определения движения КА в целом – требований по точности, по оперативности, по реализуемости на борту КА и т. д.

Давая общую характеристику рассмотренным методам, следует отметить, что метод динамической фильтрации отличается от методов обработки по полной выборке (метода максимального правдоподобия, метода наименьших квадратов) более эффективным использованием вычислений, проведенных на предыдущих этапах расчетов. Действительно, по методу наименьших квадратов в каждой последующей итерации учитываются лишь поправки, полученные на предшествующем этапе вычислений, но не используется корреляционная матрица точности оценок параметров. Методы обработки по выборке измерений нарастающего объема учитывают как поправки параметров (от предыдущих этапов расчета), так и статистические характеристики предшествующего уточнения параметров движения КА.

Недостатки рассматриваемых методов проявляются при отбраковке грубых (аномальных) измерений. Существует повышенная опасность того, что одно ложное или грубое измерение может значительно исказить

апостериорную оценку параметров движения и повлечет за собой потерю КА из "поля зрения" измерительных пунктов, т. е. сделает невозможным дальнейшее взаимодействие наземных служб с КА в штатном режиме работы.

Другой недостаток, с которым сталкиваются на практике, заключается в вырождении корреляционной матрицы ошибок. В этом случае вычислительная процедура нарушается и процесс слежения за КА (т. е. определение параметров его движения) прекращается. Для предупреждения такого явления необходимо увеличивать значения элементов корреляционной матрицы априорной оценки параметров. При использовании метода наименьших квадратов данную проблему решают за счет отбраковки тех измерений, которые были получены в моменты времени, удаленные от текущего момента на величину, превышающую допустимый интервал измерений.

При обработке измерений по нарастающему объему нельзя добиться большей точности оценок, чем при обработке по полной выборке такого же объема. Только последняя оценка (на заданном интервале измерений) сравняется по точности с той, которая может быть получена при обработке измерений по полной выборке.

ГЛАВА 7. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Прогнозирование движения КА является неотъемлемой составной частью любых баллистико-навигационных расчетов как на этапе проектно-баллистического обоснования, так и в процессе осуществления полета. В результате прогнозирования определяются параметры траектории движения КА, делается оценка успешности осуществления полета, принимаются решения о необходимости каких-либо срочных действий (проведение незапланированного маневра объекта, изменение времени проведения коррекции, преждевременное прекращение полета ИСЗ и т. д.). Можно сказать, что прогнозирование движения КА является основным звеном всего баллистико-навигационного обеспечения, особенно при управлении движущимися (функционирующими на своих орбитах) космическими объектами-спутниками, космическими аппаратами.

Успешное решение практических задач ракетно-космической техники зависит от правильности выбора, от точности и строгости используемых методов прогнозирования движения. Эффективность наиболее наглядно отражается в процессе управления функционирующими КА, когда на основе результатов прогнозирования движения обеспечивается:

успешное выполнение программы полета (проведение различных экспериментов, например, связанных с наблюдением и фотографированием определенных участков земной поверхности в заранее назначенное время);

координация и планирование наземных служб обеспечения полета

(долгосрочное и текущее планирование суточной работы измерительных наземных средств) ;

успешное выполнение конечной цели полета КА (для пилотируемых объектов — обеспечение множества условий для схода с орбиты с целью посадки на территории СССР, определение района посадки и мест расположения средств поисково-спасательной службы и т. д.) .

Задача определения параметров движения КА по результатам измерений, методы решения которой рассматривались в гл. 6, существенным образом влияет на итоговые результаты прогнозирования. На основе проводимых измерений положения КА на орбите (в течение некоторого интервала наблюдения и последующего решения задачи обработки измерений) уточняются вектор фазового состояния КА и параметры орбиты, которые затем используются для осуществления долгосрочного и текущего прогноза.

Наглядным примером эффективности и значимости прогнозирования в процессе баллистико-навигационного обеспечения полета КА является задача определения времени существования ИСЗ на орбите. Большое прикладное значение имеет задача оперативного определения времени существования (за минимальное время, прошедшее после старта, и на основе минимального количества измерений наземными средствами) .

Для целей точного прогноза используется численный способ и исследуется наиболее полная модель движения КА с учетом полного состава возмущающих факторов. Решение такой задачи в полной постановке аналитическим способом в настоящее время не представляется возможным. Поэтому полученные аналитические решения отвечают задачам движения КА в неполной или упрощенной постановке и с учетом определенных допущений о составе действующих возмущений.

Результаты приближенных решений находят большое применение при проведении различного рода оценочных и проверочных расчетов в процессе баллистико-навигационного обеспечения полета КА, а также используются в качестве экспресс-оценок для оперативного анализа результатов самостоятельных инженерных исследований.

7.1. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ИСЗ МЕТОДОМ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ

Движение ИСЗ может быть описано в различных системах координат. От выбора конкретной системы координат, используемой для математического описания движения ИСЗ, зависит как сложность алгоритма вычисления правых частей дифференциальных уравнений движения, так и удобство расчетных формул для определения параметров орбит. В итоге выбор системы координат определяет быстродействие используемого метода точного расчета элементов орбиты ИСЗ.

Для ИСЗ, движение которого можно рассматривать без учета влияния Луны и Солнца, наибольшее применение имеет относительная гринвичская система прямоугольных координат [48]. К основным преимуществам этой системы относятся: несложный алгоритм вычисления правых

частей дифференциальных уравнений и простота формул для расчета различных параметров орбиты. Однако для обеспечения требуемой точности расчета необходимо выбирать небольшой шаг интегрирования (для численного интегрирования дифференциальных уравнений), что ограничивает возможность значительного повышения оперативности получения конечных результатов.

Увеличение шага численного интегрирования возможно при использовании другой системы координат, в частности, когда используется система уравнений в оскулирующих элементах. Однако из-за большей сложности вычисления правых частей суммарного выигрыша в быстродействии не происходит. Заметный выигрыш в быстродействии обеспечивается [48] при использовании системы цилиндрических координат для широкого класса орбит ИСЗ с малым эксцентриситетом ($e \leq 0,1$).

Для высоких орбит ИСЗ (с высотой более 3000 км) основной особенностью методов расчета является необходимость учета возмущающего действия Луны и Солнца. В связи с этим обстоятельством наиболее целесообразно для расчета элементов орбит использовать систему уравнений в инерциальной геоцентрической системе координат.

Практический смысл проводимого анализа использования различных систем координат и методов численного интегрирования можно продемонстрировать данными численных расчетов, приведенных в [11].

Элементы орбиты, полученные интегрированием в цилиндрической системе координат, сравниваются с элементами, полученными также численным интегрированием в прямоугольных координатах. Для орбит с параметрами $P = 89,958 \dots 102,124$ мин, $e = 0,008 \dots 0,091$, $H = 230 \dots 1530$ км увеличение быстродействия при использовании цилиндрической системы координат достигает величины 1,8 при одновременном повышении точности расчетов. Вместе с тем при интегрировании на большие интервалы времени (например, при длительном полете КА) преимущества использования цилиндрической системы координат не являются такими заметными.

Существует большое количество различных методов численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений, к которым относятся и уравнения движения КА [11, 48, 58, 72].

Численные методы интегрирования дифференциальных уравнений разделяются на две группы. Методы первой группы основаны на разложении функции, определяющей характер движения, в ряд с последующей записью аналитического выражения для переменной на следующем шаге вычислений (при этом в выражении сохраняют производные высших порядков). Эти производные определяются или аналитически, или численным дифференцированием исходного уравнения. К данной группе относятся методы Адамса, Коуэлла, Штермера. Методы второй группы также основаны на разложении в ряды. Но конструкция выражения для переменной на следующем шаге вычислений является принципиально иной — производные высших порядков отсутствуют. Зато меняется схема вычислений — четырежды на каждом шаге интегрирования определяются первые производные, т. е. осуществляется последовательное улучшение искомой переменной (метод Рунге—Кутты или его различные модификации).

Получили значительное развитие также специализированные методы численного интегрирования — для систем дифференциальных уравнений специального вида, для больших интервалов прогнозирования и т.д. К таким методам можно отнести метод Энке, методы Стеффенсона, Милна, Адамса—Башфорта и др. [58, 72].

Точность и быстродействие методов расчета орбит спутников методами численного интегрирования в значительной степени зависит от характеристик орбит и, в первую очередь, от значения эксцентриситета e . При $e \leq 0,2$ целесообразно применять метод интегрирования Адамса с постоянным шагом интегрирования [48]. Достаточно высокая точность вычислений в этом случае обеспечивается даже для прогноза движения ИСЗ на 15 ... 20 сут. вперед (при шаге интегрирования 90 ... 120 с и при использовании мощных ЭВМ с высокой разрядностью представления чисел в двоичном коде).

Для орбит с эксцентриситетом $e > 0,2$ целесообразным считается применение метода интегрирования Адамса с автоматическим выбором шага. Использование этого метода позволяет при эквивалентной точности оценок обеспечить значительное повышение быстродействия расчета элементов орбиты (по сравнению с использованием того же метода, но при постоянном шаге интегрирования).

При решении таких задач, как определение времени существования ИСЗ, определение эволюции орбиты спутника за время его существования и других важных для практики задач возникает необходимость расчета элементов орбиты для больших интервалов времени полета (порядка сотен и тысяч оборотов спутника вокруг Земли).

Во всех таких случаях при использовании указанных методов численного интегрирования требуются значительные затраты времени для расчета на ЭВМ параметров орбиты. Это объясняется тем, что из-за колебательного характера изменения, например, оскулирующих элементов орбиты в пределах одного периода, нельзя при численном интегрировании применять большой шаг. Если же рассматривать некоторые элементы орбиты в начале витка как функции номера витка, то их изменения носят монотонный характер [48]. Это обстоятельство лежит в основе специального метода численного решения уравнений в конечных разностях для расчета орбит ИСЗ на больших интервалах времени полета.

Для типичных орбит спутников в начале полета величина шага выбирается достаточно большой, но по мере увеличения длительности полета (когда высота полета уменьшается и элементы орбиты начинают заметно изменяться) требуемый шаг уменьшается.

7.2. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ ИСЗ

В общем случае система дифференциальных уравнений движения ИСЗ в конечном виде не интегрируется. Поэтому при разработке аналитических методов прогнозирования применяют различные способы получения приближенных решений. Для этих целей обычно используют методы при-

ближенного интегрирования уравнений Лагранжа или стремятся найти такой вид потенциальной функции (потенциала тяготения), аппроксимирующей гравитационное поле Земли, которая допускала бы решение дифференциальных уравнений в квадратурах (через конечные аналитические зависимости). Получить решение в квадратурах удалось пока только в некоторых частных случаях — для потенциалов тяготения, довольно полно учитывающих полярное сжатие Земли и частично аномалии поля сил притяжения [48].

При решении многих практических задач точность аналитических методов, построенных с использованием потенциала, оказывается недостаточной. В таких случаях найденные решения можно рассматривать как модели новых (некеплеровых) промежуточных орбит и на их основе отыскивать новые решения, которые учитывали бы высшие гармоники потенциала Земли и другие возмущающие силы (сопротивление атмосферы, гравитационные влияния Луны, Солнца и др.) .

Наибольшее распространение при аналитическом расчете орбит нашли методы, основанные на приближенном интегрировании уравнений Лагранжа. К числу известных способов решения относятся [48]:

разложение решения в ряды, расположенные по степеням приращений независимой переменной;

разложение решения в ряды по степеням малого параметра;

повитковое суммирование приращений элементов в узлах орбиты;

решение уравнений возмущенного движения с использованием метода усреднения.

Каждый из указанных способов имеет свою область применения, в которой наилучшим образом решаются задачи определенного класса.

Аналитические выражения, полученные в результате разложения решений по степеням независимой переменной, используются лишь для непродолжительных прогнозов, в частности, при необходимости расчета на ограниченном участке орбиты в пределах одного витка.

Эти выражения имеют вид:

$$\mathcal{E}(v) = \mathcal{E}_0 + \mathcal{E}_0^{(1)}(v - v_0) + \mathcal{E}_0^{(2)} \frac{(v - v_0)^2}{2!} + \dots + \mathcal{E}_0^{(n)} \frac{(v - v_0)^n}{n!}, \quad (7.1)$$

где $\mathcal{E}(v)$ — элемент орбиты; v — независимая переменная (время, средняя аномалия и т. д.); $\mathcal{E}_0$ — начальное значение элемента $\mathcal{E}$ для начального значения v_0 ; $\mathcal{E}_0^{(n)}$ — производная n -го порядка от $\mathcal{E}(v)$ по переменной v в точке $v = v_0$. Выражения для производных $\mathcal{E}_0^{(n)}(v)$ получаются в результате дифференцирования уравнения Лагранжа. Выбор степени n (т. е. числа слагаемых в разложении (7.1)) зависит от продолжительности и требуемой точности прогноза. Для этой же цели необходимо провести сравнительный анализ расчетных данных (в соответствии с (7.1)) с результатами численного интегрирования уравнений движения.

Для прогнозирования на более длительные интервалы используются приближенные решения уравнений Лагранжа, получаемые с помощью разложения в ряды по степеням малого параметра:

$$\mathcal{E}(v) = \mathcal{E}_0 + \sum_{i=1}^k \epsilon_i f_i(v) + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \epsilon_i \epsilon_j f_{ij}(v) + \dots, \quad (7.2)$$

где ϵ_i — малый параметр, соответствующий некоторому возмущающему фактору; k — число учитываемых возмущающих факторов; $f_i(v)$ и $f_{ij}(v)$ — известные функции начальных элементов орбиты и независимой переменной v (в качестве которой часто используется аргумент широты u).

Величина $\delta^{(1)} \mathcal{E}(v) = \epsilon_i f_i(v)$ характеризует возмущение 1-го порядка, $\delta^{(2)} \mathcal{E}(v) = \epsilon_i \epsilon_j f_{ij}(v)$ — возмущения 2-го порядка и т. д., причем каждое из этих возмущений включает в себя коротко-, долгопериодическую и вековую составляющие. Для каждой конкретной комбинации учитываемых при прогнозировании возмущающих факторов в выражении (7.2) сохраняют члены одного порядка малости. Указанный способ решения нашел применение при прогнозировании движения ИСЗ на интервалы в несколько десятков витков.

Для прогнозирования на большие интервалы времени используется также метод повиткового суммирования возмущений. Аналитические выражения для возмущений за виток — $\delta \mathcal{E}(2\pi)$ — представляются в виде разложения решения в ряды по степеням малого параметра. Любой элемент орбиты в узле p -го витка записывается как:

$$\mathcal{E}_p = \mathcal{E}_0 + \sum_{j=1}^p (\mathcal{E}_j - \mathcal{E}_{j-1}), \quad (7.3)$$

где $\mathcal{E}_j$ — значение элемента в узле j -го витка; $(\mathcal{E}_j - \mathcal{E}_{j-1})$ — фактическое изменение элемента на $(j-1)$ -м витке.

Для тех же целей применяется метод усредненных уравнений движения, которые получаются из уравнений Лагранжа с помощью метода усреднения, причем правые части уравнений усредненной системы выражаются через возмущения оскулирующих элементов за виток:

$$\frac{d\bar{\mathcal{E}}}{dN} = \delta \mathcal{E}_1(2\pi) + \delta \mathcal{E}_2(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \frac{\partial \delta \mathcal{E}_{1i}(2\pi)}{\partial \mathcal{E}} \delta \mathcal{E}_{1j}(2\pi) + O(\epsilon^3), \quad (7.4)$$

где $\bar{\mathcal{E}}$ — вектор-столбец средних элементов (выбираемых таким образом, чтобы в узлах орбиты они совпадали с оскулирующими элементами); N — независимая переменная (число витков); $\delta \mathcal{E}_1(2\pi)$ и $\delta \mathcal{E}_2(2\pi)$ — возмущения первого и второго порядка (за виток).

Переход к оскулирующим элементам $\mathcal{E}$ от средних элементов $\bar{\mathcal{E}}$ осуществляется с помощью соотношения:

$$\mathcal{E}(v) = \bar{\mathcal{E}} + \sum_{i=1}^k [\delta \mathcal{E}_{1i}(\bar{\mathcal{E}}, N) - \delta \mathcal{E}_{1i}(2\pi) \frac{v}{2\pi}] + O(\epsilon^2), \quad (7.5)$$

где независимая переменная $v = 2\pi N$. Решение системы уравнений (7.4) в общем виде не представляется возможным. Поэтому для нахождения аналитических зависимостей $\bar{\mathcal{E}} = \bar{\mathcal{E}}(N)$ используются различные способы приближенного решения системы (7.4), в частности, способы решения на ЭВМ с помощью методов численного интегрирования.

7.3. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МЕЖПЛАНЕТНЫХ КА

Для прогнозирования траекторий движения межпланетных КА используются оба типа методов, описанных в 7.1, 7.2: аналитические и численные. С учетом специфики задач исследования межпланетных участков полета КА разработаны и используются специализированные методы решения [48]:

- численное интегрирование уравнений движения КА в прямоугольной системе координат;

- численное интегрирование уравнений движения КА в оскулирующих элементах;

- расчет параметров траектории методом малых вариаций уравнений кеплерового движения.

Траектория полета КА разбивается на ряд характерных участков (в соответствии с методикой сфер действия, описанной в гл. 4 разд. I). Расчет производится последовательно для геоцентрического (в поле тяготения Земли), гелиоцентрического (в центральном поле тяготения Солнца) и планетоцентрического (в поле тяготения планеты) участков движения КА. При этом на геоцентрическом участке необходимо рассчитывать возмущающие ускорения как за счет влияния Земли, так и притяжения Луны, Солнца; на гелиоцентрическом участке возмущающие ускорения должны рассчитываться от системы Земля–Луна и планета; на планетоцентрическом участке – за счет влияния Солнца и собственно планеты назначения.

При использовании метода малых вариаций движение КА на каждом из перечисленных участков рассчитывается с помощью линейных поправок к элементам невозмущенного кеплерового движения. Вместе с тем в силу существенной нелинейности поправок в районах границ сфер действия Земли и планеты назначения расчет траекторий движения КА должен вестись методом численного интегрирования с использованием ЭВМ.

Сравнение различных методов решения задачи прогнозирования движения КА показывает [48], что метод численного интегрирования уравнений движения в прямоугольных координатах является наиболее простым. Его недостаток связан с большими затратами машинного времени (времени расчета на ЭВМ) по сравнению с двумя другими методами. Необходимость использования численного интегрирования для расчета траектории движения КА на переходных участках (на границах сфер действия) является существенным недостатком метода малых вариаций уравнений кеплерового движения.

РАЗДЕЛ III. БАЛЛИСТИКА И НАВИГАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ МЕЖОРБИТАЛЬНЫХ И ЛОКАЛЬНЫХ МАНЕВРОВ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Решение практически любой задачи космического полета в той или иной степени сопряжено с необходимостью выполнения некоторой совокупности орбитальных маневров.

Под маневром принято понимать управляемое движение центра масс КА, в результате которого происходит целенаправленное изменение его движения. В зависимости от функционального назначения выполняемого в космосе маневра различают маневры орбитального перехода, корректирующие маневры и маневры сближения.

Маневром орбитального перехода (орбитальным маневром) называют такое изменение параметров движения, при котором КА переходит с заданной начальной на требуемую промежуточную или конечную орбиту. Частными случаями маневров орбитального перехода являются маневр, ставящий целью выведение КА в заданную точку пространства и маневр схода аппарата с орбиты для осуществления последующего спуска на поверхность Земли или иной планеты.

Целью корректирующего маневра или коррекции является "исправление" движения. В отличие от маневра орбитального перехода, коррекция не предполагает изменения направления полета. Задача коррекции ограничивается исправлением ошибок реальной траектории движения КА по отношению к расчетной (номинальной) траектории. В этом случае, когда природа возникновения ошибок достаточно хорошо изучена, а их величину удастся определить с высокой степенью точности, процесс коррекции оправдано рассматривать как детерминированный. Особенностью подавляющего большинства корректирующих маневров все же является их вероятностный характер, обусловленный природой возникающих ошибок и статистическим методом обработки результатов измерений.

Маневр сближения определим как процесс, при котором осуществляется встреча КА с другим аппаратом или выведение его в некоторую окрестность объекта встречи с заданными характеристиками относительного движения. Сближение, завершающееся встречей аппаратов на орбите, относится к числу наиболее сложных научно-технических проблем космонавтики, имеющих важное значение для успешного освоения космического пространства. Для современных и перспективных КА маневр сближения не ограничивается обязательно последующим непосредственным контактом двух аппаратов. При сборке, профилактическом обслуживании, транспортировке строительных модулей орбитальной станции, выполнении спасательных операций и ряда других маневрирование может осуществляться не только для целей встречи, но и для удаления на требуемое расстояние, обеспечения совместного полета и облета КА. Отмеченные обстоятельства дают основание [70] выделить все маневры КА, осуществляемые в окрестности другого аппарата в отдельный класс *локальных маневров*. В отличие от локальных маневров, орбитальные и корректирующие маневры, обладающие общностью, обусловленной единым характером граничных условий движения, отнесем к классу *межорбитальных маневров*.

Задача выполнения любого из рассмотренных типов маневров как управляемого движения КА может быть сформулирована в следующей общей постановке.

Определить величину и направление управляющего воздействия, приводящего КА из фиксированного начального в заданное конечное состоя-

ние. Выполнение любого из маневров КА предполагает реализацию навигационного обеспечения полета.

Термин "навигационное обеспечение полета", применительно к решению задач маневрирования КА, наиболее часто используют по отношению к неавтономной навигации, т. е. к процессу навигации, осуществляемому с помощью наземного командно-измерительного комплекса (КИК). Реализуемое с его помощью командное телеуправление позволяет решать как задачи межорбитального маневрирования (орбитальные переходы, "поддержание" орбиты, дальнейшее наведение при сближении аппаратов, коррекция полета лунных и межпланетных КА и т. д.), так и задачи локальных маневров.

При обеспечении навигации бортовыми средствами КА, работающими независимо от наземных систем и средств связи, обычно используют понятие "автономная навигация". Наличие автономной навигации не исключает возможности использования КИК для получения первичной информации.

В любом случае технической реализации процесса навигации точность выполнения маневра будет непосредственно определяться точностью воспроизведения (физического или математического для бесплатформенных систем моделирования) на борту КА выбранных базисных направлений [9]. В качестве сопровождающей системы координат при этом могут использоваться различные координатные трехгранники осей, задаваемые на борту, как правило, с помощью ориентированной (выставленной) платформы, изолированной от углового движения корпуса КА с помощью карданова подвеса. Физическое моделирование координатных осей используется не только в задачах инерциальной навигации, но также и при ориентации "развязанного" координатора, предназначенного для определения параметров относительного движения аппаратов в процессе сближения, наведении различного рода оптических систем: телескопов, секстантов, астропеленгаторов на выбранные светила в процессе астронавигации и т. д.

Воспроизведение на борту КА выбранной системы отсчета предполагает не только придание платформе соответствующей ориентации, но и высокоточное поддержание ее в течение цикла навигации. Это делает необходимым определение текущей ориентации платформы на основе обработки измерительной информации, коррекцию и управление поддержанием ее ориентации с помощью специальной, часто весьма сложной, системы автоматического регулирования. Уровень конкретизации при изложении перечисленных выше вопросов будет определяться ориентированностью рассмотрения материала либо на задачи проектной, либо оперативной (исполнительной) баллистики [9], ставящей целью баллистическое обеспечение реального полета. Последнее потребовало бы привлечения высокоточных и достаточно громоздких математических моделей движения, отвечающих условию достижения требуемой точности полета современных КА, но в значительной степени усложняющих понимание физической сущности рассматриваемых процессов. Задачи проектной баллистики, на которые, главным образом, рассчитан последующий анализ, не требуют столь высокой степени детализации и могут быть обсуждены в рамках подхода, отвечающего "задаче двух тел" (см. гл. 2).

ГЛАВА 8. ВИДЫ И ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МАНЕВРОВ ОРБИТАЛЬНОГО ПЕРЕХОДА

В зависимости от взаимного расположения и видов (геометрических характеристик) начальной и конечной орбит различают следующие типы маневров орбитального перехода;

компланарные и некомпланарные перелеты;

маневры перехода между круговыми (квазикруговыми), эллиптическими, гиперболическими орбитами и их комбинации.

В зависимости от физической природы ускорений, используемых для изменения направления движения КА, маневры подразделяют на активные, пассивные и смешанные. **Активные или ракетодинамические маневры** реализуются за счет ускорения, создаваемого двигателем установки КА. Указанный тип маневров является основным видом маневра орбитального перехода. **Пассивные маневры** осуществляются за счет формирования ускорений, обусловленных действием внешних сил (гравитационных, аэродинамических). Примером аэродинамического пассивного маневра может служить спуск в атмосфере планеты КА с аэродинамическим качеством. Выполнение **гравитационного пассивного маневра** основывается на использовании рассмотренного ранее (см. разд. 3.1) **пертурбационного эффекта**.

Область применимости пассивных маневров весьма ограничена. Более эффективными являются **смешанные (или комбинированные) маневры**: **ракетоаэродинамический маневр** и маневр на основе пертурбационного эффекта с импульсной коррекцией. Данный тип маневров позволяет существенно улучшить многие баллистические характеристики траектории КА [26].

В свою очередь, активные маневры, рассмотрению которых, как основному типу маневра в космосе в дальнейшем отдается предпочтение, в зависимости от величины управляющего ускорения и продолжительности работы двигательной установки делят на:

— маневры под действием импульсной тяги или, иначе, импульсные маневры;

— маневры под действием непрерывной тяги.

Выделенные типы маневров, как правило, связывают с энергетическими возможностями и принципом действия используемых маршевых двигательных установок КА. Последние подразделяют на двигатели большой (на химическом и ядерном топливах) и малой (электроракетные двигатели) тяг [62]. Следует иметь в виду, что "импульсные маневры" представляют собой не более как удобную для анализа математическую абстракцию, более или менее адекватно отражающую в ряде случаев реальный физический процесс. При импульсной аппроксимации действие силы тяги сводится к скачкообразному изменению скорости полета без изменения координат КА за время работы двигателя. Учитывая то обстоятельство, что это время обычно значительно меньше времени орбитального перехода, такое допущение оказывается оправданным. Поскольку при этом гравитационные потери не учитываются, удовлетворительная оценка необходимых энергетических затрат на маневрирование может быть выражена через требуемый запас характеристической скорости. Именно это

обстоятельство приводит к широкому использованию допущения об импульсном изменении скорости КА при выполнении маневра под действием двигателя большой тяги в рамках решения задач проектной баллистики. Характерной особенностью выполнения маневров при применении двигателей малой тяги является то, что создаваемое ими управляющее ускорение мало по сравнению с местным гравитационным ускорением. Это исключает возможность использования импульсной аппроксимации.

8.1. ХАРАКТЕРИСТИКИ МАНЕВРОВ, ВЫПОЛНЯЕМЫХ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ИМПУЛЬСНОЙ ТЯГИ

Итак, при использовании импульсной аппроксимации действие тяги P , возникающей при включении двигательной установки КА, имеющего массу m , сводится к скачкообразному изменению скорости полета V на постоянную величину ΔV . Вектор ΔV может быть задан относительно осей системы координат, совпадающей с осями естественного треугольника [9], связанного с радиусом-вектором орбиты невозмущенного движения до приложения импульса через его модуль

$$\Delta V = \int_0^{t_K} \frac{P_\tau}{m} dt = J_\tau \quad (8.1)$$

и углы, определяющие ориентацию вектора скорости в плоскости первоначальной орбиты ($\Delta\theta_V$) и в нормальной к ней плоскости ($\Delta\sigma_V$):

$$-\Delta\theta_V = \frac{1}{V} \int_0^{t_K} \frac{P_n}{m} dt = J_n V^{-1}; \quad (8.2)$$

$$\Delta\sigma_V = \frac{1}{V} \int_0^{t_K} \frac{P_w}{m} dt = J_w V^{-1}, \quad (8.3)$$

где P_τ , P_n и P_w — проекции вектора тяги на касательную, нормаль и бинормаль соответственно. Учитывая независимость уравнений (8.1), (8.2) и (8.3), представляется возможным отдельно рассмотреть [2] действие на КА указанных составляющих вектора тяги.

Начнем рассмотрение с анализа действия на движение КА тангенциальной (касательной) управляющей силы. Поскольку вектор данной силы лежит в плоскости орбиты невозмущенного движения, первоначальное положение плоскости орбиты под ее воздействием не изменится. Воспользовавшись выражением скорости полета КА по эллиптической орбите

$$V = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)}, \quad (8.4)$$

где a — большая полуось эллипса, найдем, учитывая известное соотношение для круговой скорости $\sqrt{\mu r^{-1}} = \sqrt{g_0 R^2 r^{-1}}$, что изменение скорости V на величину ΔV повлечет за собой и изменение большой полуоси эллиптической орбиты

$$(V + \Delta V) = g_0 R^2 \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a + \Delta a_\tau} \right). \quad (8.5)$$

Отсюда следует, что

$$\Delta a_T = \frac{V_1^2 R r}{2V_1^2 R - (V + J_T)} - a, \quad (8.6)$$

где V_1 — первая космическая скорость. Полученное соотношение можно существенно упростить, если учесть, что $\Delta a_T \ll a$ и $J_T = \Delta V \ll V$. Тогда

$$\Delta a_T \approx \frac{2a^2 V}{V_1^2 R} J_T. \quad (8.7)$$

Изменение большой полуоси одновременно сопровождается изменением суммы расстояний от любой точки эллипса (в том числе, от точки приложения импульса) до его фокусов. Поскольку предполагается, что за время действия импульса радиус-вектор r остается постоянным, будем считать рассматриваемое изменение обусловленным смещением второго фокуса орбиты. Как следствие, произойдет изменение межфокального расстояния $2d$ на величину $2\Delta d$ и линия апсид повернется на угол $\Delta\omega$, что, в свою очередь, приведет к изменению аргумента перигея.

Дифференцируя выражение эксцентриситета эллипса $e = d/a$ и переходя от бесконечно малых к конечным приращениям, запишем

$$\Delta e = \frac{a \Delta d - d \Delta a}{a^2}, \quad (8.8)$$

откуда окончательно получим

$$\Delta e = e \left[\frac{\Delta d}{d} - \frac{\Delta a}{a} \right]. \quad (8.9)$$

Подставляя в (8.9) значение Δd_T , обусловленное действием тангенциальной силы, представленное в виде

$$\Delta d_T = (2d + r \cos \vartheta) \frac{\Delta a_T}{2a - r}, \quad (8.10)$$

после несложных преобразований найдем окончательно

$$\Delta e_T = \frac{r(e + \cos \vartheta) \Delta a_T}{a(2a - r)}. \quad (8.11)$$

Изменение аргумента перигея при этом будет определяться следующей приближенной зависимостью

$$\Delta \omega_T \approx \frac{r \sin \vartheta}{ea(2a - r)} \Delta a_T. \quad (8.12)$$

Если принять точку исходной орбиты, характеризуемую приложением к КА управляющего импульса, за начальную точку новой эллиптической орбиты, то изменение начального значения истинной аномалии, которое может рассматриваться в качестве шестого элемента орбиты вместо времени прохождения КА перицентра τ_π , будет определяться равенством

$$\Delta \vartheta_0 = -\Delta \omega_T. \quad (8.13)$$

При анализе влияния на движение КА нормальной управляющей силы следует исходить из того, что под ее действием вектор скорости поворачивается в плоскости первоначальной орбиты на угол $\Delta\theta_V$, а модуль скорости остается неизменным ($\Delta V = 0$). Нормальный управляющий импульс так же, как и тангенциальный (касательный), действует в плоскости исходной орбиты. Поэтому положение плоскости орбиты относительно инерциального пространства остается неизменным. Равенство $\Delta V = 0$ при действии нормального импульса дает основание считать, имея в виду (8.4), что и $\Delta a_n = 0$. Поскольку под действием нормального импульса J_n вектор скорости повернется на отрицательный угол $-\Delta\theta_V$, КА перейдет на новую орбиту, лежащую в той же плоскости, что и первоначальная. Соответствующие изменения межфокального расстояния и аргумента перигея новой орбиты по отношению к исходной будут определяться следующими соотношениями.

$$\Delta d_n = -r \Delta\theta_V \sin \vartheta; \quad (8.14)$$

$$\operatorname{tg} \Delta \omega_n = - \frac{(2e + ra^{-1} \cos \vartheta) \Delta\theta_V}{e - ra^{-1} \Delta\theta_V \sin \vartheta}. \quad (8.15)$$

Подставляя (8.14) в (8.9); имея в виду при этом, что $\Delta a_n = 0$, найдем изменение эксцентриситета орбиты под действием нормального импульса

$$\Delta e_n = -ra^{-1} \Delta\theta_V \sin \vartheta. \quad (8.16)$$

Для орбит, применительно к которым справедливо условие $e \gg \Delta\theta_V$, формула (8.15) упрощается и приобретает вид

$$\Delta \omega_n \approx (2 + ra^{-1} e^{-1} \cos \vartheta) J_n V^{-1}. \quad (8.17)$$

Итак, подводя некоторые промежуточные итоги, еще раз подчеркнем, что маневры, осуществляемые под действием импульсов тангенциальной и нормальной сил, не приводят к изменению положения плоскости орбиты в пространстве. Эти маневры принято называть **компланарными** или **продольными маневрами** в отличие от **боковых маневров**, связанных с изменением положения плоскости орбиты в пространстве. В результате выполнения продольных маневров изменяются такие элементы орбиты, как большая полуось, эксцентриситет и аргумент перигея.

В результате приложения к КА импульса **бинормальной управляющей силы** аппарат переходит на орбиту, плоскость которой будет проходить через центр тяготения и новый вектор скорости, полученный суммированием первоначального вектора и дополнительно сообщаемого в результате включения двигательной установки. Таким образом, при наличии бинормальной управляющей силы плоскость орбиты повернется относительно своего первоначального положения вокруг радиуса-вектора r точки приложения импульса на угол $\Delta\sigma$, связанной с углом $\Delta\sigma_V$, задаваемым выражением (8.3), следующим соотношением

$$\sin \frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{1}{\cos \theta_V} \sin \frac{\Delta\sigma_V}{2}. \quad (8.18)$$

Приведенное соотношение вытекает из рассмотрения рис. 8.1. Действительно,

$$J_w = \Delta V_w = 2V \sin \frac{\Delta \sigma_V}{2}, \quad (8.19)$$

но, с другой стороны,

$$\Delta V_w = 2V \cos \theta_V \sin \frac{\Delta \sigma}{2}. \quad (8.20)$$

Приравнявая (8.19) и (8.20) и разрешая равенство относительно искомой величины $\sin \frac{\Delta \sigma}{2}$, приходим к выражению (8.18). При малых $\Delta \sigma_V$, что обычно имеет место в реальном полете, имеем

$$\Delta \sigma = \Delta \sigma_V (\cos \theta_V)^{-1}. \quad (8.21)$$

Подставив в (8.21) выражение $\Delta \sigma_V$ из (8.3), получим

$$\Delta \sigma = J_w (V \cos \theta_V)^{-1}. \quad (8.22)$$

Дифференцируя (8.22) по времени с учетом равенства $J_w = \int_0^t \frac{P_w}{m} dt$, т. е. рассматривая действие бинормального управляющего ускорения во времени, найдем

$$\frac{d\Delta \sigma}{dt} = P_w (m V \cos \theta_V)^{-1}. \quad (8.23)$$

Домножим числитель и знаменатель (8.23) на r и учтем, что $mrV \cos \theta_V = K = \text{const}$, есть не что иное, как кинетический момент орбитального движения, перпендикулярный моменту rP_w , т. е.

$$\frac{d\Delta \sigma}{dt} = \frac{rP_w}{K}. \quad (8.24)$$

Из (8.24) следует, что действие боковой (бинормальной) управляющей силы приводит не просто к повороту плоскости орбиты, как это было отмечено применительно к случаю импульсной аппроксимации, а к прецессии плоскости орбиты КА относительно центра тяготения под действием момента этой силы $M_w = rP_w$. Значение $\frac{d\Delta \sigma}{dt}$, как характеризующее скорость изменения соответствующего угла, является векторной величиной, направленной перпендикулярно плоскости угла $\Delta \sigma$. Данный вектор может быть разложен на составляющие по направлениям линии апсид (линии, соединяющей перигей и апогей орбиты) и линии узлов.

Тогда проекция $d\Delta \sigma/dt$ на линию узлов будет представлять собой скорость изменения угла наклона орбиты

$$\frac{di}{dt} = \frac{d\Delta \sigma}{dt} \cos u = \frac{P_w \cos u}{m V \cos \theta_V}, \quad (8.25)$$

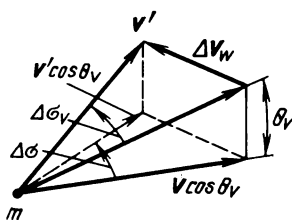


Рис. 8.1. К определению следствия действия бокового импульса

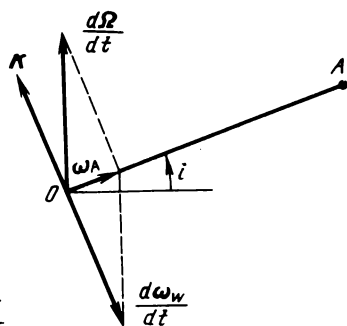


Рис. 8.2. Составляющие проекции вектора $\frac{d\Omega}{dt}$ на линию апсид

а на линию апсид – угловую скорость, характеризующую изменение долготы восходящего узла и аргумента перигея (рис. 8.2):

$$\omega_A = \frac{d\Delta\sigma}{dt} \sin u. \quad (8.26)$$

Согласно приведенному рис. 8.2, имеем

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{\omega_A}{\sin i} = \frac{d\Delta\sigma}{dt} \frac{\sin u}{\sin i}; \quad (8.27)$$

$$\frac{d\omega_w}{dt} = - \frac{\omega_A}{\operatorname{tg} i} = - \frac{d\Delta\sigma}{dt} \frac{\sin u}{\operatorname{tg} i}. \quad (8.28)$$

Замена в соотношениях (8.27), (8.28) производной $\frac{d\Delta\sigma}{dt}$ ее выражением, данным зависимостью (8.23), приводит к формулам

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{P_w \sin u}{m V \cos \theta_V \sin i}; \quad (8.29)$$

$$\frac{d\omega_w}{dt} = - \frac{P_w \sin u}{m V \cos \theta_V \operatorname{tg} i}. \quad (8.30)$$

В результате их интегрирования, а также интегрирования зависимости (8.25) могут быть получены [2] следующие выражения для определения изменения элементов орбиты под действием бинормального импульса:

$$\Delta i = \frac{\cos u}{V \cos \theta_V} J_w; \quad \Delta \Omega = \frac{\sin u}{V \cos \theta_V \sin i} J_w; \quad (8.31)$$

$$\Delta \omega_w = - \frac{\sin u}{V \cos \theta_V \operatorname{tg} i} J_w.$$

8.2. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ЗАТРАТЫ НА ИМПУЛЬСНОЕ ИЗМЕНЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ОРБИТЫ И УСЛОВИЯ ИХ МИНИМИЗАЦИИ

Величина управляющего импульса, прикладываемого к аппарату в космическом пространстве, равна **характеристической скорости**, требуемой на создание тяги P при выполнении маневра. Действительно, уравнение движения КА на малом временном участке полета с работающим двигателем имеет вид

$$m \frac{dV}{dt} = P. \quad (8.32)$$

Решение этого уравнения приводит к известной формуле К.Э. Циолковского

$$\Delta V_{\text{хар}} = U_e \ln(1 + \bar{Q}_T), \quad (8.33)$$

где U_e — эффективная скорость истечения продуктов сгорания из сопла двигателя; $\bar{Q}_T$ — относительный запас топлива, равный отношению массы топлива к массе КА без топлива ("сухой массе КА"). Графики изменения $\Delta V_{\text{хар}}$ в зависимости от относительного запаса топлива и величины эффективной скорости истечения приведены на рис. 8.3.

Как видим, величина характеристической скорости однозначно связана с расходом топлива. В целях его экономии на выполнение маневра желательно, чтобы управляющий импульс был бы минимальным.

Приведенные выше соотношения в принципе позволяют определить условия, при которых для изменения того или иного элемента эллиптической орбиты в результате продольного либо бокового маневра требуется минимальный импульс.

В случае продольного маневра это достигается выбором точки приложения импульса:

а) из выражения (8.7) непосредственно следует, что изменение большой полуоси потребует минимальных энергетических затрат при приложении тангенциального импульса в перигее орбиты, где скорость V максимальна;

б) исследование на экстремум выражения (8.11) (после подстановки в него (8.7)) также показывает, что для изменения эксцентриситета при минимальных энергетических затратах необходимо прикладывать тангенциальный импульс в перигее орбиты;

при этом потребная величина минимального импульса определяется формулой

$$J_{T \min} = \frac{\pi a}{P} \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \Delta e,$$

где P — период обращения;

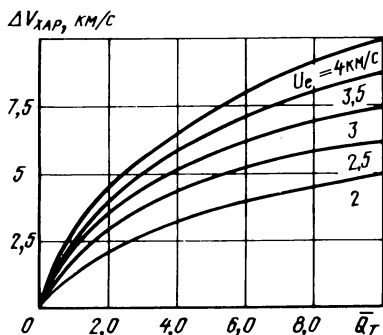


Рис. 8.3. Характер зависимостей изменения $\Delta V_{\text{хар}}$

в) аналогичные исследования выражения (8.12) приводят к выводу о существовании экстремального значения истинной аномалии, определяемого как

$$\cos \vartheta_3 = -\frac{2e}{1+e^2},$$

которому отвечают две симметричные относительно линии апсид точки эллиптической орбиты, приложение тангенциального импульса в которых приводит к изменению ω при минимальных энергетических затратах; при этом

$$J_{\tau \min} = \frac{\pi a c}{P} \sqrt{\frac{1+e^2}{1-e^2}} \cdot \Delta \omega;$$

г) хотя использование нормального импульса способно привести к изменению e и ω , применение для этих целей тангенциального импульса более предпочтительно, так как он обеспечивает требуемые изменения элементов орбиты при примерно вдвое меньших энергетических затратах по сравнению с нормальным импульсом.

Суммируя изложенное, можно сказать, что для изменения таких элементов орбиты, как a , e и ω необходимо прикладывать тангенциальный импульс в перигее орбиты или в точках, соответствующих экстремальным значениям истинной аномалии.

В случае бокового маневра минимизация энергетических затрат на изменение таких элементов эллиптической орбиты, как угол наклона орбиты i и долгота восходящего узла Ω , достигается за счет выбора точки приложения импульса с заданным аргументом широты;

д) для изменения наклона орбиты целесообразно прикладывать бинормальный импульс в точке с аргументом широты $u = 0$ или $u = \pi$ (в восходящем или нисходящем узле) в зависимости от того, какой из этих точек соответствует наибольшее значение радиуса-вектора r ; поворот орбиты путем подачи одного импульса требует очень больших затрат энергии, так для изменения наклона орбиты на 60° требуется импульс, равный по величине $V_{кр}$;

е) для изменения долготы восходящего узла бинормальный импульс имеет смысл прикладывать в точках вертекса (при $u = \frac{\pi}{2}$ — точка верхнего вертекса, а при $u = -\frac{\pi}{2}$ — точка нижнего вертекса); если $-\pi < \omega < 0$, то необходимо использовать верхний вертекс, если $0 < \omega < \pi$ — нижний; при $\omega = 0, \pi$ — обе точки эквивалентны (наклонение орбиты при этом не меняется).

При произвольной ориентации импульсной управляющей силы для анализа ее влияния на изменение элементов орбиты следует разложить эту силу на три направления: тангенциальное, нормальное и бинормальное. Определение изменений соответствующих элементов производится затем на основании принципа суперпозиции (суммированием вычисляемых изменений от каждой составляющей).

Простейшим видом импульсного перехода КА на новую орбиту является **одноимпульсный переход**. Такой переход возможен лишь в том случае, когда начальная и требуемая орбиты имеют общую точку. Импульс, прикладываемый в этой точке, рассчитывается таким образом, чтобы векторная сумма орбитальной скорости на исходной орбите V_1 и импульса скорости ΔV равнялась вектору скорости V_2 , соответствующему скорости аппарата в рассматриваемой точке на новой орбите. Одной из простейших задач **компланарного одноимпульсного маневра** является задача определения требуемого приращения скорости для перевода КА с круговой орбиты на эллиптическую, ориентированную определенным образом относительно начального положения, задаваемого точкой схода. Выражения для радиальной и трансверсальной составляющих скорости КА, движущегося по эллиптической орбите, запишем в виде

$$V_r^2 = \mu[(2r - p)r^{-2} - a^{-1}] \quad (8.34)$$

$$V_t^2 = \mu pr^{-2}. \quad (8.35)$$

Скорость КА на начальной круговой орбите радиуса r_H (рис. 8.4) определяется как $V_{кр} = \sqrt{\mu/r_H}$, тогда $\Delta V^2 = V_r^2 + (V_t - V_{кр})^2$, и следовательно,

$$\Delta V^2 = V_{кр}^2 \left(3 - \frac{r_H}{a} - 2\sqrt{\frac{p}{r_H}} \right). \quad (8.36)$$

Разделив правую и левую части уравнения (8.36) на $V_{кр}^2$, получим

$$\left(\frac{\Delta V}{V_{кр}} \right)^2 = 3 - \frac{r_H}{a} - 2\sqrt{\frac{p}{r_H}}.$$

Безразмерное отношение $\Delta V/V_{кр}$ представляет собой меру количества энергии, которую необходимо сообщить КА для перевода его с опорной круговой орбиты на эллиптическую орбиту, проходящую через заданную точку К. Проведя несложные тригонометрические преобразования, можно показать, что $\Delta V/V_{кр}$ связано с параметрами новой и старой орбит соотношением вида

$$\left(\frac{\Delta V}{V_{кр}} \right)^2 = 3 - \frac{r_H}{a} - \frac{r_K \sqrt{2r_H}}{ae} \left[\sqrt{\frac{2+e}{2a(2-e)}} \pm \sqrt{\frac{2-e}{2a(2+e)}} \right] \sin \Delta \vartheta^*, \quad (8.37)$$

где $\Delta \vartheta^* = \vartheta_K - \vartheta_H$, причем ϑ_H отсчитывается от перигея конечной орбиты. Выбор оптимальной, с точки зрения минимума энергетических затрат, схемы выполнения маневра межорбитального перехода, в общем случае является довольно сложной задачей. Особенно это относится к некомпланарным переходам. Некомпланарность начальной и конечной орбит приводит к естественному увеличению затрат характеристической скорости на выполнение маневра по сравнению с компланарным случаем. Сколько-нибудь завершенной общей теории оптимальных импульсных программ пространственного маневра не существует. Решение ищется, обычно, в каждом конкретном случае с учетом граничных условий и целевого назначения полета. Обобщение результатов анализа некоторых задач такого

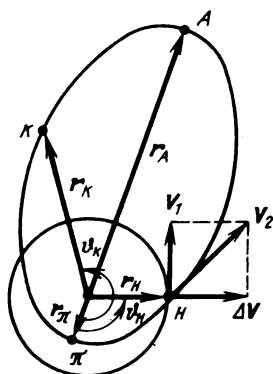


Рис. 8.4. Схема перехода КА с круговой на заданную эллиптическую орбиту

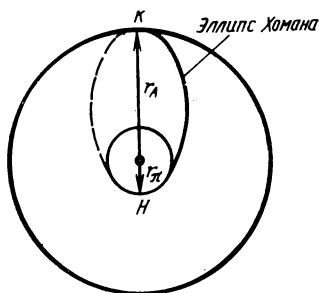


Рис. 8.5. Схема оптимальной траектории перехода КА между компланарными круговыми орбитами

типа приведено в работе [53]. Более просто обсуждаемая задача решается применительно к компланарным орбитам.

Оптимальной траекторией перехода между компланарными круговыми орбитами является касательный полуэллипс тангенциального маневра, линия апсид которого включает в себя радиусы круговых орбит (рис. 8.5) . Переход, основанный на реализации указанной траектории, носит название **моноэллиптического перехода Хомана**, которым впервые была показана возможность выполнения такого маневра и предсказана его оптимальность. Переходную траекторию Хомана также часто называют **полуэллипсом минимальной энергии**.

Импульсное изменение скорости при выполнении маневра осуществляется в перигее и апогее переходной орбиты. Скорость, которую КА будет иметь на внутренней круговой орбите, представим как

$$V_H = V_{кр} = \sqrt{\mu/r_\pi}. \quad (8.38)$$

Скорость же, требуемая для достижения внешней орбиты, рассчитывается по формуле

$$V_\pi = \left\{ \frac{2\mu r_A}{r_\pi(r_\pi + r_A)} \right\}^{1/2}. \quad (8.39)$$

Тогда разность скоростей V_π и V_H дает значение необходимого приращения ΔV_H . Именно такую скорость требуется сообщить аппарату, чтобы он вышел на траекторию перелета

$$\Delta V_\pi = V_\pi - V_H = \sqrt{\frac{\mu}{r_\pi}} \left[\sqrt{\frac{2r_A}{r_\pi + r_A}} - 1 \right]. \quad (8.40)$$

На основании выражения интеграла площадей $r_\pi V_\pi = r_A V_A$ имеет место равенство

$$r_A V_A^2 / \mu = 2r_\pi(r_\pi + r_A)^{-1}. \quad (8.41)$$

Таким образом, для того, чтобы КА начал двигаться по внешней орбите, в точке К необходимо приложить второй импульс скорости, равный

$$\Delta V_A = \sqrt{\frac{\mu}{r_A}} \left[1 - \sqrt{\frac{2r_\pi}{r_\pi + r_A}} \right]. \quad (8.42)$$

При переходе на внутреннюю орбиту с внешней круговой орбиты оба импульса должны быть направлены в сторону уменьшения местной орбитальной скорости. Расчет их требуемых значений может быть выполнен по формулам

$$\Delta V_A = \sqrt{\frac{\mu}{r_A}} \left[\sqrt{\frac{2r_\pi}{r_\pi + r_A}} - 1 \right]; \quad (8.43)$$

$$\Delta V_\pi = \sqrt{\frac{\mu}{r_\pi}} \left[1 - \sqrt{\frac{2r_A}{r_\pi + r_A}} \right]. \quad (8.44)$$

Так как точка старта с исходной орбиты диаметрально противоположна точке прибытия на орбиту назначения, то положение начальной точки переходной траектории определяется требуемым положением конечной точки.

Полный импульс, который необходимо приложить в точках Н и К для реализации перелета по схеме Хомана, равен

$$(\Delta V_{\text{хар}})_\Sigma = \Delta V_A + \Delta V_\pi. \quad (8.45)$$

Дифференцируя выражения $(\Delta V_{\text{хар}})_\Sigma$, составляющие которого даются зависимостями (8.40) и (8.42) по r_A/r_π , и приравнявая результат нулю, получим после соответствующих преобразований уравнение третьей степени, позволяющее определить экстремальные значения характеристической скорости на реализацию перелета. Единственный положительный корень этого уравнения соответствует $r_A/r_\pi \approx 15,6$. При указанном значении отношения радиусов требуемые энергетические затраты достигают максимального значения. Причем можно показать, что при $r_A/r_\pi \geq 11,94$ двухимпульсный переход перестает быть абсолютно оптимальным по требуемым затратам топлива, и что существует энергетически более выгодный биэллиптический трехимпульсный переход [7].

ГЛАВА 9. КОРРЕКТИРУЮЩИЕ МАНЕВРЫ

Из-за действия возмущающих факторов реальная траектория полета КА всегда будет отличаться от расчетной. Если отличия превосходят допустимые отклонения, величина которых отвечает конкретному целевому назначению полета, возникает необходимость в проведении коррекции (исправлений) отдельных требуемых характеристик движения. Практическое осуществление коррекции базируется на результатах измерений и нахождении параметров фактической орбиты КА.

Так же, как и маневры орбитального перехода, корректирующие маневры могут осуществляться под действием непрерывной или импульсной тяги. Допущение об импульсном характере изменения скорости полета

при проведении коррекции даже более обоснованно, чем при решении предшествующих задач. Применимость его, однако, и здесь возможна только в том случае, когда ошибки в параметрах орбиты, обусловленные этим предположением, соизмеримы с ошибками, вызываемыми методическими погрешностями реализуемого расчетного метода. Как правило, при решении задач коррекции предполагается, что исправлению подлежат параметры маловозмущенной траектории, расчет которых может быть проведен на основе применения теории малых возмущений. Это дает основание считать, что гипотеза об импульсной коррекции в большинстве случаев правомерна.

Поскольку текущее состояние КА в полете характеризуется шестью параметрами кеплерова движения либо шестью фазовыми координатами (тремя координатами, определяющими местоположение КА, и их производными), для осуществления полной коррекции необходимо шестипараметрическое (по числу параметров) управляющее воздействие. Однако управляющими параметрами в точке коррекции могут быть только три компоненты вектора скорости. Таким образом, для исправления всех шести параметров потребуются как минимум двухкратное включение корректирующей двигательной установки. Только в идеальном случае (без учета ошибок прогноза и исполнения коррекции) возможно полное устранение выявленных отклонений фазовых координат либо параметров движения в заданной точке. Указанный подход, при котором ошибки прогноза и исполнения коррекции не принимаются во внимание, отвечает детерминированному подходу к расчету корректирующих воздействий. Их величина, требуемая, например, для оценки энергетических затрат, может быть определена на основе использования соотношений теории возмущенного движения, приведенных ранее. В рамках решения задач проектной баллистики такого анализа может оказаться вполне достаточно. Необходимость решения задач оценки точности коррекции требует обращения к стохастическому подходу, учитывающему случайные факторы.

Коррекция, обеспечивающая изменение трех параметров траектории, например, трех координат или трех составляющих вектора скорости либо, наконец, трех некоторых функций, зависящих от координат и их производных, называется *трехкомпонентной*. Реализация последней наиболее сложна и требует высокоточной ориентации оси корректирующей двигательной установки относительно физически моделируемой на борту системы координат, относительно которой определялось направление вектора корректирующего импульса. Более простые и менее высокоточные системы ориентации могут накладывать ограничения на число свободных компонент корректирующего импульса. Если при проведении коррекции могут варьироваться одна или две компоненты корректирующего импульса, то такие коррекции называются, соответственно, *одно-* или *двухкомпонентными*.

С точки зрения количества проводимых коррекций, их подразделяют на *одноразовые* и *многоразовые*, причем последние, в свою очередь, делят на *неоднородные* (связанные) и *однородные* (несвязанные). Однородные коррекции предназначены для последовательного уменьшения выявленных отклонений параметров движения с помощью некоторого количест-

ва корректирующих импульсов, не зависящих друг от друга. Недостатком такого вида коррекции является невозможность ее применения в случае, когда количество корректируемых параметров превышает число компонентов корректирующего импульса. Неоднородные коррекции используются для сокращения энергетических затрат, а также в случае, если число корректируемых параметров превышает число свободных компонентов скорости при одноразовой коррекции. При проведении такой коррекции осуществляют поочередное смещение траектории либо вдоль наиболее эффективных направлений (требующих минимальных энергетических затрат), либо вдоль некоторых фиксированных направлений так, чтобы суммарное смещение получилось равным заданному. Естественно, что в этом случае каждая из коррекций является зависимой от предыдущей и они выполняются в определенной последовательности. По числу параметров траектории, подлежащих исправлению, принято подразделять коррекции на *однопараметрические, двухпараметрические* и т. д.

9.1. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МАЛЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Проведение коррекции движения КА связано с решением задачи прогнозирования параметров возмущенного движения по измеренным значениям их отклонений от номинальных (расчетных) значений. В случае если указанные отклонения являются малыми (не превосходят 3...5% номинала), для этой цели может быть использована теория малых возмущений, позволяющая определить величину отклонения вектора состояния КА в произвольной точке траектории под действием возмущений параметров в точке, принимаемой за начальную.

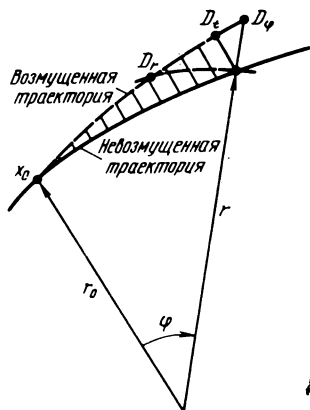
Разложив в ряд Тейлора функциональную зависимость i -го элемента вектора фазового состояния $x(t)$ в текущей точке относительно его невозмущенного значения по отклонениям вектора $x(t_0)$ и ограничившись учетом только линейных членов разложения, получим

$$\delta_s x_i = \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial x_i}{\partial x_{0j}} \right)_s \delta x_{0j}, \quad (9.1)$$

где $\partial x_i / \partial x_{0j}$ — частная производная изменения i -го, текущего параметра при единичном изменении j -го параметра в начальной точке.

Зависимость (9.1) является основным соотношением теории малых возмущений. Индекс "s" в обозначениях частных производных и вариаций указывает на то, что дифференцирование и варьирование ведется при фиксированном значении указанного параметра ($s = \text{const}$). В качестве этого параметра может быть принято, например, время полета t , угловое расстояние φ от фиксированной точки, расстояние r от притягивающего центра, скорость полета V и т. д. Основным условием, которое должно удовлетворяться при выборе параметра s , является наличие взаимно однозначного соответствия между положением любой точки D орбиты и выбранной обобщенной величиной s . Наиболее широкое распространение в теории малых возмущений получили понятия *изохронные отклонения* D_t текущей точки орбиты, отвечающие условию постоянства времени движения

Рис. 9.1. К определению изохронных, изопозиционных и изопараметрических отклонений



($s = t = \text{const}$); **изопозиционные отклонения** D_φ , характеризующиеся постоянной угловой дальностью ($s = \varphi = \text{const}$), и **изопараметрические отклонения** D_x текущей точки, соответствующие постоянному значению выбранного параметра текущей точки $s = x_k = \text{const}$. На рис. 9.1 в качестве изопараметрического отклонения показана точка D_r , характеризующаяся постоянным значением радиуса орбиты $s = r = \text{const}$.

Определение отклонений параметров возмущенного движения КА относительно номинального в каждом из этих случаев требует знания соответствующих матриц частных производных $[\partial x/\partial x_0]_s$, называемых соответственно **изохронными**, **изопозиционными** и **изопараметрическими матрицами**. Важное значение играет преобразование соответствующих матриц. В частности, в целом ряде задач космической баллистики возникает необходимость в получении изохронной матрицы при наличии изопозиционной матрицы. Зависимость для преобразования матриц имеет вид

$$(\partial x_i/\partial x_{0j})_t = (\partial x_i/\partial x_{0j})_\varphi - \frac{dx_i}{dt} (\partial t/\partial x_{0j})_\varphi, \quad (9.2)$$

где $(\partial x_i/\partial x_{0j})_t$; $(\partial x_i/\partial x_{0j})_\varphi$ — элементы изохронной и изопозиционной матриц частных производных; dx_i/dt — производные от параметров в текущей точке по времени; $(\partial t/\partial x_{0j})_\varphi$ — изопозиционные частные производные от времени полета до текущей точки орбиты по начальным параметрам движения. Изохронные производные могут быть получены в случае использования кеплеровой модели движения непосредственно путем варьирования выражений, полученных из интегралов уравнений движения [73]. Предпочтение, однако, обычно отдается использованию метода интегрирования уравнений в вариациях, как более простому. Наиболее компактные выражения при этом получаются [20] в случае записи матрицы изохронных производных в орбитальной системе координат $ornz$, в которой ось or направлена по радиусу-вектору КА на невозмущенной орбите, ось on перпендикулярна радиусу-вектору, лежит в плоскости орбиты и направлена в сторону движения КА (трансверсаль), ось oz направлена по нормали к плоскости орбиты (бинормаль). Зависимость (9.1) эквивалентна следующему векторному соотношению:

$$\mathbf{x}(t) = \Phi(t, t_0) \mathbf{x}(t_0), \quad (9.3)$$

где $\mathbf{x}(t)$ и $\mathbf{x}(t_0)$ — векторы, определяющие фазовое состояние КА в окрестности номинальной траектории, отнесенные к текущему иначальному моментам времени; $\Phi(t, t_0)$ — нормированная интегральная матрица или переходная матрица фазовых состояний.

Выражение (9.3), как было показано в [21], отвечает частному решению однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(t) \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \quad (9.4)$$

в котором $\mathbf{A}(t)$ — известная матрица состояния. Данное уравнение описывает свободное движение динамической системы под действием возмущающих начальных условий $\mathbf{x}_0$.

В случае когда требуется учесть не только влияние начальных возмущений параметров, но и действие внешнего возмущения, а также движение на интервале работы корректирующей двигательной установки (если допущение об импульсном изменении скорости неприемлемо исходя из постановки задачи), приходится обращаться к неоднородному дифференциальному уравнению состояния типа

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(t) \mathbf{x}(t) + \varphi(t), \quad (9.5)$$

$$\text{где } \varphi(t) = \mathbf{B}(t) \mathbf{u}(t) + \eta(t), \quad (9.6)$$

причем здесь $\mathbf{u}(t)$ — вектор управления; $\eta(t)$ — вектор возмущений. Решение уравнения (9.5) при постоянстве матрицы $\mathbf{A}(t) = \mathbf{A}$, что характерно для задач коррекции [21], имеет вид

$$\mathbf{x}(t) = \Phi(t - t_0) \mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t - \tau) [\mathbf{B}(\tau) \mathbf{u}(\tau) + \eta(\tau)] d\tau. \quad (9.7)$$

Изменение влияния внешнего возмущения на малом интервале движения является малым, поэтому на том же основании, на котором принято условие $\mathbf{A} = \text{const}$, можно положить $\eta(t) = 0$. Далее, на интервале проведения коррекции применительно к ряду практически важных задач представляется обоснованным принятие предположения о постоянстве управления $\mathbf{u}(\tau) = \mathbf{u}^*$, что даст

$$\mathbf{x}(t) = \Phi(t) \mathbf{x}(t_0) + \Phi(t - \tau_1) \mathbf{B}(\tau_1) \mathbf{u}^*, \quad (9.8)$$

где τ_1 — время работы корректирующей двигательной установки. Полученное соотношение играет существенную роль при исследовании корректируемого движения КА в случае, когда время работы ДУ соизмеримо со временем свободного движения в интервалах между коррекциями.

9.2. КОРРЕКТИРУЕМЫЕ ПАРАМЕТРЫ

Под **корректируемыми параметрами** будем понимать те параметры траектории КА, которые подлежат целенаправленному изменению в процессе коррекции. Указанные параметры образуют **пространство корректируемых параметров** [4, 40]. Очевидно, что каждой реализации реальной траектории в пространстве корректируемых параметров будет соответствовать конкретная точка. Осуществление коррекции приведет к смещению этой точки в пространстве параметров. Причем целью коррекции

будет не просто произвольное перемещение ее из начального состояния, а перемещение в заданную область. Смещение в пространстве корректирующих параметров ξ ($\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$), как правило, представляют [40] в функции вектора корректирующего ускорения $a(t)$ с помощью некоторого нелинейного оператора $N[t, a(t)]$

$$\xi = \int_0^{t_K} N[t, a(t)] dt, \quad (9.9)$$

где верхний предел интегрирования t_K представляет собой время работы КДУ.

Наличие указанной нелинейности приводит к существенному усложнению анализа. Поэтому на практике корректируемые параметры ξ_i ($i = 1, 2, \dots, n$) стараются выбирать так, чтобы оператор $N[t, a(t)]$ можно было бы заменить линейным относительно $a(t)$, т. е.

$$N[t, a(t)] = N(t)a(t);$$

$$\xi = \int_0^{t_K} N(t)a(t) dt. \quad (9.10)$$

При этом будет иметь место **линейная коррекция**. Если допущение о мгновенном изменении скорости правомерно, оператор $N(t)$ будет представлять собой матрицу частных производных корректируемых параметров по компонентам корректирующей скорости, определяющих **эффективность коррекции**

$$N(t) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi_1}{\partial V_x} & \frac{\partial \xi_1}{\partial V_y} & \frac{\partial \xi_1}{\partial V_z} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \xi_n}{\partial V_x} & \frac{\partial \xi_n}{\partial V_y} & \frac{\partial \xi_n}{\partial V_z} \end{bmatrix}. \quad (9.11)$$

Величина характеристической скорости коррекции будет вычисляться как

$$\Delta V_K = \int_0^{t_K} a(t) dt. \quad (9.12)$$

При реализации импульсной n -разовой коррекции зависимость (9.10) приобретает вид

$$\xi = \sum_{i=1}^n N(t_i) \Delta V_{Ki}, \quad (9.13)$$

где ΔV_{Ki} — вектор импульса скорости при проведении i -й коррекции.

9.3. ПОНЯТИЕ ОБ ОБЛАСТИ РАССЕЙВАНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ КОРРЕКТИРУЕМЫХ ПАРАМЕТРОВ

Особенностью подавляющего большинства корректирующих маневров, ставящих целью обеспечение требуемой точности полета, является их *вероятностный характер*. В силу случайных факторов, действующих на КА в полете, начальное состояние аппарата в пространстве корректируемых параметров также будет случайным. Для того чтобы охарактеризовать в статистическом смысле область его возможных состояний (**область рассеивания**) в пространстве корректируемых параметров, вводят в рассмотрение шестикомпонентный случайный вектор, по числу компонент вектора фазового состояния КА, а параметры расчетной (опорной) траектории принимают за математические ожидания параметров действительной траектории. Поскольку число случайных факторов, оказывающих влияние на процесс движения, оказывается в большинстве случаев достаточно большим, причем ни один из них не является превалирующим по воздействию, согласно центральной предельной теоремы теории вероятностей есть основание считать, что введенный в рассмотрение шестикомпонентный случайный вектор подчиняется нормальному закону распределения. Такой вектор будет полностью определяться корреляционной матрицей $K_t \{x\} = K_t = M \{x x^T\}$, где x центрированный случайный вектор, соответствующий вектору состояния $x(t)$, в которой на диагонали размещаются дисперсии соответствующих случайных отклонений параметров $k_{ii} = (\sigma_{ii})^2 = \dot{D}_i(x)$, а остальные члены представляют собой вторые смешанные моменты $k_{ij} = k_{ji} = r_{ij} \sigma_i \sigma_j$, где r_{ij} — коэффициент корреляции. Имея в виду [24], что $x = \Phi(t, t_0) x_0$, а $x^T = x_0^T \Phi^T(t, t_0)$, представим

$$K_t = \Phi(t, t_0) M \{x_0 x_0^T\} \Phi^T(t, t_0) = \Phi(t, t_0) K_{t_0} \Phi^T(t, t_0), \quad (9.14)$$

где x_0 — центрированный случайный вектор, отвечающий начальному вектору состояния $x(t_0)$, а K_{t_0} — корреляционная матрица, элементы которой соответствуют начальному моменту времени t_0 .

Для нахождения значения корреляционной матрицы в пространстве корректируемых параметров необходимо выполнить следующее преобразование

$$K = B K_t B^T, \quad (9.15)$$

где B представляет собой матрицу преобразования от компонентов вектора фазового состояния КА $x(t)$ к пространству корректируемых параметров $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$.

В частном случае проведения коррекции положения КА в картинной плоскости, т. е. плоскости, перпендикулярной направлению вектора скорости V_∞ , эллипс рассеивания случайного вектора, являющегося функцией $\Delta \xi_1$ и $\Delta \xi_2$ в момент времени t , будет определяться матрицей

$$K_t = \begin{bmatrix} \sigma_{\xi_1}^2 & r_{12} \sigma_{\xi_1} \sigma_{\xi_2} \\ r_{21} \sigma_{\xi_2} \sigma_{\xi_1} & \sigma_{\xi_2}^2 \end{bmatrix}. \quad (9.16)$$

Учитывая матрицу частных производных, характеризующую изменение корректируемых параметров по компонентам корректирующего импуль-

са скорости (9.11), нетрудно определить корреляционную матрицу $K_{\Delta V}$ как

$$K_{\Delta V} = N^{-1} K (N^{-1})^T = N^{-1} B K_f (N^{-1} B)^T, \quad (9.17)$$

где N^{-1} — матрица, обратная по отношению к матрице N , принимающая для рассматриваемого случая вид

$$N^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Gamma_y}{\partial \xi_1} & \frac{\partial \Gamma_z}{\partial \xi_1} \\ \frac{\partial \Gamma_y}{\partial \xi_2} & \frac{\partial \Gamma_z}{\partial \xi_2} \end{bmatrix}$$

Зная $K_{\Delta V}$ и используя известный "закон $\pm 3\sigma$ ", можно определить предельные размеры большой и малой осей эллипса рассеивания корректирующего импульса скорости в картинной плоскости, а также их ориентацию относительно фиксированного номинального направления его выдачи. Учитывая, что максимально допустимый по величине корректирующий импульс скорости не может (с вероятностью $p = 0,989$) превосходить значения большой полуоси полученного эллипса, гарантированный запас топлива на проведение коррекции с учетом действия случайных факторов должен определяться на основе именно этого значения [25] .

9.4. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ КОРРЕКЦИИ

Перейдем теперь к рассмотрению случая, когда вектор корректирующего импульса находится в любой произвольно ориентированной плоскости [40]. Будем считать, что отклонения корректируемых параметров задаются величинами $\Delta \xi_1$ и $\Delta \xi_2$. Свяжем с плоскостью корректируемых параметров некоторую прямоугольную систему координат γ_1^0, γ_2^0 так, что

$$\begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{bmatrix} = C^{-1} \begin{bmatrix} \Delta \xi_1 \\ \Delta \xi_2 \end{bmatrix}, \quad (9.18)$$

где

$$C^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \gamma_1}{\partial \xi_1} & \frac{\partial \gamma_1}{\partial \xi_2} \\ \frac{\partial \gamma_2}{\partial \xi_1} & \frac{\partial \gamma_2}{\partial \xi_2} \end{bmatrix}.$$

Таким образом, в данном случае корреляционная матрица вектора корректирующего импульса будет двумерной, но эллипс рассеивания корректирующего импульса будет располагаться в плоскости γ_1^0, γ_2^0 .

Естественно, возникает вопрос, существует ли плоскость оптимальной коррекции, т. е. такая плоскость, при формировании корректирующего импульса в которой для "исправления" движения потребуются мини-

мальные энергетические затраты? Покажем, что такая плоскость существует. Для этого найдем градиенты величин ξ_1 и ξ_2 в точках коррекции

$$\mathbf{A}_1 = \text{grad } \xi_1 = \frac{\partial \xi_1}{\partial r} \dot{\mathbf{i}}^0 + \frac{\partial \xi_1}{\partial n} \dot{\mathbf{j}}^0 + \frac{\partial \xi_1}{\partial z} \dot{\mathbf{k}}^0; \quad (9.19)$$

$$\mathbf{A}_2 = \text{grad } \xi_2 = \frac{\partial \xi_2}{\partial r} \dot{\mathbf{i}}^0 + \frac{\partial \xi_2}{\partial n} \dot{\mathbf{j}}^0 + \frac{\partial \xi_2}{\partial z} \dot{\mathbf{k}}^0, \quad (9.20)$$

где $\dot{\mathbf{i}}^0, \dot{\mathbf{j}}^0, \dot{\mathbf{k}}^0$ — орты (единичные векторы), характеризующие направление осей орбитальной системы координат (радиуса-вектора $\mathbf{r}$, трансверсали $\mathbf{n}$ и бинормали $\mathbf{z}$). **Плоскостью оптимальной коррекции** называется плоскость, включающая в себя векторы $\mathbf{A}_1 = \text{grad } \xi_1$ и $\mathbf{A}_2 = \text{grad } \xi_2$.

Величина минимального для рассматриваемой точки траектории КА корректирующего импульса скорости будет определяться как

$$\Delta V_{\min} = \frac{\mathbf{A}_2 \times \mathbf{A}_1 \times \mathbf{A}_2}{(\mathbf{A}_1 \times \mathbf{A}_2)^2} \Delta \xi_1 + \frac{\mathbf{A}_1 \times \mathbf{A}_2 \times \mathbf{A}_1}{(\mathbf{A}_1 \times \mathbf{A}_2)^2} \Delta \xi_2 \quad (9.21)$$

или, если ввести в рассмотрение единичный вектор

$$\boldsymbol{\nu}^0 = \frac{\mathbf{A}_1 \times \mathbf{A}_2}{|\mathbf{A}_1 \times \mathbf{A}_2|}, \quad (9.22)$$

будем иметь

$$\Delta V_{\min} = \frac{\mathbf{A}_2 \times \boldsymbol{\nu}^0}{\mathbf{A}_1 \times \mathbf{A}_2} \Delta \xi_1 + \frac{\boldsymbol{\nu}^0 \times \mathbf{A}_1}{\mathbf{A}_1 \times \mathbf{A}_2} \Delta \xi_2. \quad (9.23)$$

Согласно (9.22) орт $\boldsymbol{\nu}^0$ характеризует направление в пространстве, ортогональное плоскости оптимальной коррекции. Это направление называется **нуль-направлением**. Импульс $\Delta \mathbf{V}$, коллинеарный орту $\boldsymbol{\nu}^0$, не окажет влияния (в рамках решения задачи в линейном приближении) на изменение корректируемых параметров $\Delta \xi_1$ и $\Delta \xi_2$. В частности, если корректируемыми параметрами являются координаты в картинной плоскости, то в результате проведения коррекции наряду с "исправлением" траектории произойдет изменение времени выведения КА в заданную точку инерциального пространства. В ряде случаев, например при сближении с другим космическим аппаратом, это недопустимо. В этом случае как раз и можно воспользоваться нуль-направлением, выдача корректирующего импульса по которому изменит время полета, но не окажет влияния на скорректированные координаты за счет действия вектора $\Delta \mathbf{V}_{\min}$, разложенного по двум неортогональным направлениям, лежащим в плоскости оптимальной коррекции.

9.5. ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ КОРРЕКЦИЯ

Однопараметрическая коррекция является частным и наиболее простым случаем многопараметрической коррекции. В отличие от двухпараметрической коррекции направление выдачи корректирующего импульса скорости для нее фиксировано, а изменение корректируемого параметра

движения КА достигается за счет изменения величины корректирующего импульса

$$\Delta \xi = \frac{\partial \xi}{\partial V} \Delta V_{\kappa} . \quad (9.24)$$

При этом, естественно, что минимальные энергетические затраты на коррекцию будут достигаться тогда, когда производная $\frac{\partial \xi}{\partial V}$ принимает максимальное значение.

Рассмотрим задачу определения направления оптимальной однопараметрической однокомпонентной коррекции на примере коррекции периода обращения спутника. Напомним, что период обращения определяется зависимостью

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} .$$

Тогда производная периода обращения по скорости, учитывая, что большая полуось $a = \mu H^{-1}$, а $H = V^2 - \frac{2\mu}{r}$, будет определяться как $\frac{\partial P}{\partial V} = \frac{3aP}{\mu} V$ и, соответственно, $\frac{\partial P}{\partial V_r} = \frac{3aP}{\mu} V_r$; $\frac{\partial P}{\partial V_n} = \frac{3aP}{\mu} V_n$. Отсюда вытекает, что угол, задающий направление оптимальной коррекции, равен

$$\theta = \arctg \left(\frac{\frac{\partial P}{\partial V_r}}{\frac{\partial P}{\partial V_n}} \right) = \arctg \frac{V_r}{V_n} .$$

При проведении однопараметрической двухкомпонентной коррекции изменение корректируемого параметра определяется как

$$\Delta \xi = \frac{\partial \xi}{\partial V_1} \Delta V_1 + \frac{\partial \xi}{\partial V_2} \Delta V_2 , \quad (9.25)$$

где ΔV_i ($i = 1, 2$) – компоненты корректирующего импульса. В принципе, может иметь место бесконечно большое число пар соответствующих компонентов корректирующего импульса, для которых будет выполняться соотношение (9.25).

Минимальным суммарным энергетическим затратам $\Delta V_{\kappa} = \sqrt{\Delta V_1^2 + \Delta V_2^2}$ будет отвечать $\Delta V_{\kappa \min}$, определяемое для любой точки траектории по зависимости

$$\Delta V_{\kappa \min} = \frac{|\Delta \xi|}{\sqrt{\left(\frac{\partial \xi}{\partial V_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial \xi}{\partial V_2}\right)^2}} , \quad (9.26)$$

причем для точки траектории, в которой знаменатель достигает своего максимального значения, будут иметь место абсолютно минимальные затраты энергии на проведение коррекции.

Проведение **многоазовой оптимальной неоднородной коррекции** предполагает поочередное смещение траектории в пространстве корректируемых параметров вдоль наиболее эффективных направлений. При этом исходят из того, что суммарное смещение должно получиться равным заданному. В отличие от обычного случая **многоазовой коррекции**, применительно к которой каждая последующая коррекция исправляет ошибки предыдущей при неизменных условиях коррекции (**однородная коррекция**), характеристики неоднородной коррекции определяют из различных условий.

Предположим, что необходимо провести коррекцию двух координат ξ_1 и ξ_2 в картинной плоскости с помощью двухазовой импульсной коррекции в предположении, что моменты и направления приложения импульсов $\Delta V(t_1)$ и $\Delta V(t_2)$ заданы.

Введем в рассмотрение отвечающую неоднородной коррекции сумму величин корректирующих импульсов

$$|\Delta V_K^H| = |\Delta V_1| + |\Delta V_2|. \quad (9.27)$$

Эффективность коррекции характеризуется влиянием совокупности всевозможных **единичных импульсов коррекции** на корректируемые параметры. Если направление корректирующей скорости может быть любым, такой совокупностью в плоскости коррекции является единичная окружность. Отображение ее на плоскость корректируемых параметров дает эллипс влияния [40], эксцентриситет и ориентация осей которого указывают на неравнозначность различных направлений с точки зрения проведения коррекции.

Аналогом единичной сферы в пространстве ΔV_K^H служит квадрат единичных импульсов [40], отвечающий условию

$$|\Delta V_1| + |\Delta V_2| = 1, \quad (9.28)$$

изображенный на рис. 9.2.

В силу линейности преобразования вектора ΔV_K^H фигурой влияния, отвечающей квадрату единичных импульсов, будет параллелограмм

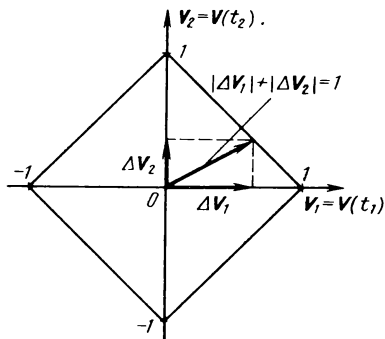


Рис. 9.2. Квадрат единичных импульсов для двухазовой связанной (неоднородной) коррекции

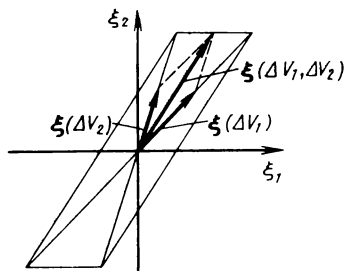


Рис. 9.3. Фигура влияния, отвечающая двухазовой связанной коррекции

(рис. 9.3), каждая точка которого может корректироваться единичным суммарным импульсом $|\Delta V_K^H| = 1$, а каждой паре импульсов ΔV_1 и ΔV_2 соответствует свое значение вектора $\xi(\Delta V_1, \Delta V_2)$.

Изменение моментов времени приложения импульсов t_1 и t_2 приведет к перемещению вершины параллелограмма в плоскости корректируемых параметров. Варьируя этими величинами, нетрудно построить график вектора $\xi(\Delta V_1, \Delta V_2)$, на основе анализа вида которого определяют энергетически наиболее выгодные виды коррекций (двухразовая или однократная).

Рассматриваемый подход легко обобщается [40] на трехкомпонентный случай и реализацию соответствующих вариантов трехразовой и четырехразовой коррекций.

ГЛАВА 10. НАВИГАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

И АВТОНОМНАЯ НАВИГАЦИЯ

ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ МЕЖОРБИТАЛЬНЫХ МАНЕВРОВ КА

Расчету и непосредственному формированию управляющих воздействий при выполнении маневров предшествует решение навигационной задачи.

Вне зависимости от того, где и как осуществляется выработка и передача команды на формирование управляющего воздействия, существенную роль на точность навигации оказывает точность построения физической модели базисных направлений (базовой системы координат) на борту КА, используемых в соответствующих математических моделях. Покажем, что это действительно так. Для того чтобы сообщить КА требуемый импульс скорости, необходимо осуществить переориентацию аппарата так, чтобы его двигательная установка заняла необходимое положение в пространстве. Как бы точно ни решали мы математическую задачу определения величины требуемого для выполнения маневра управляющего воздействия, сколь ни повышали бы точность и своевременность передачи данной информации при отсутствии на борту КА точной и стабильной физически (или математически) моделируемой базовой системы координат, высокоточный маневр выполнен быть не может. Дело заключается в том, что автоматическая система, осуществляющая управление угловым движением КА, всегда "считает" моделируемые базисные направления идеальными, и ошибки воспроизведения на борту базовой системы координат исправить оказывается практически невозможно. Как следствие, возникают погрешности в формировании управляющего импульса, причем не только в силу ошибок ориентации двигательной установки, но и из-за неточного определения момента выключения ее по показаниям акселерометров, установленных на платформе, задающей ориентацию базового навигационного трехгранника. Наиболее широкое применение в космической технике для решения задач моделирования на борту КА выбранных базисных направлений получили различного рода оптические датчики и гироскопические системы. Именно на них ориентировано внимание при изложении соответствующего материала настоящей главы.

10.1. ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ НАВИГАЦИОННОЙ ЗАДАЧИ ПРИ АУТОНОМНОМ ВЫПОЛНЕНИИ МЕЖОРБИТАЛЬНЫХ МАНЕВРОВ

Условия решения навигационной задачи на борту КА, т. е. при реализации автономного способа управления маневром, значительно отличаются от условий решения этой задачи с помощью наземных средств КИК. К основным особенностям автономного решения задачи навигации обычно относятся следующие:

состав навигационных измерений ограничен, а общее число измерений невелико;

БЦВМ, в которой проводятся все вычисления, обладает ограниченными возможностями с точки зрения полноты математического описания процесса в реализуемом алгоритме, объеме и точности проводимых вычислений;

участие экипажа КА в решении навигационной задачи вносит дополнительные погрешности, обусловленные влиянием на него всех специфических (а зачастую экстремальных) факторов космического полета.

При разработке алгоритмов автономного решения навигационной задачи, как правило, исходят [15, 56] из того, что в качестве первичной информации (текущей измерительной информации) могут быть использованы данные измерений, проводимых совместно или в отдельности и принадлежащих, например, к одному из следующих видов:

а) определение угла между направлениями на два небесных тела;
б) определение момента затмения звезд;
в) измерение высоты орбиты или расстояния до центра планеты и т. д. Состав навигационных измерений при этом может быть самым различным. В частности, при использовании в качестве измерительных средств секстанта и высотомера полный состав измерений для припланетной навигации может включать в себя:

измерение углов возвышения двух звезд над горизонтом планеты и углового диаметра той же планеты;

измерение углов возвышения трех звезд над горизонтом планеты;

измерения возвышения двух звезд над горизонтом планеты и высоты орбиты КА и пр.

При этом, естественно, все измерения должны иметь временную привязку, осуществляемую с помощью бортового эталона времени.

Методы решения навигационной задачи, основанные на проведении **астрономических засечек**, представляют собой основной класс методов автономной навигации при межпланетном перелете. С точки зрения общей классификации методов навигации [9], все возможные виды навигационных засечек, к которым относятся и астрономические, должны быть отнесены к позиционному методу (методу поверхностей и линий положения).

Действительно, предположим, что навигационная задача решается с помощью измерения соответствующих углов. Измерение угла, в вершине которого находится КА, между линией визирования ближайшего небесного тела (планеты или Солнца) и линией визирования звезды дает одну поверхность положения (в виде конуса с вершиной, совмещенной с ближайшим небесным телом). Второе угловое измерение на основе визиро-

вания того же самого ближайшего тела и другой звезды образует вторую поверхность положения. В результате пересечения указанных поверхностей положения будут иметь место (рис. 10.1) две линии положения, одна из которых является линией положения КА. Исключение неопределенности в выборе фактической линии положения требует измерение угла визирования третьей звезды по отношению к тому же ближайшему небесному телу. На практике отмеченная неопределенность легко разрешается без проведения третьего измерения, поскольку линии положения разнесены обычно достаточно далеко и приближенного знания местоположения КА оказывается достаточно для этого.

Наличие линии положения не определяет еще местоположения КА. Для этого необходимо найти пересечение линии положения с третьей поверхностью положения либо полученной по результатам других измерений второй линией положения. В этом смысле третье измерение является необходимым. Если в качестве такового выбрать измерение угла между линиями визирования двух ближайших до КА небесных тел (планеты и Солнца), то в результате будет получена третья недостающая поверхность положения, называемая *навоидом* (см. рис. 10.2). Пересечение ее с полученной ранее линией положения дает местоположение КА относительно ближайшего небесного тела. Согласно рис. 10.2, навоид представляет собой поверхность, образованную вращением дуги окружности вокруг линии, соединяющей выбранные небесные тела. Радиус окружности определяется расстоянием D между телами и измеренным углом между их линиями визирования.

Проведение расчетов по определению местоположения КА, отвечающих рассмотренной геометрии навигационной астрономической засечки, требует решения [15] трех нелинейных уравнений вида

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_T \mathbf{i}_1^0 &= -r_T \cos A_1; \\ \mathbf{r}_T \mathbf{i}_2^0 &= -r_T \cos A_2; \\ \mathbf{r}_T \mathbf{r}_p &= r_T^2 - r_T |\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_T| \cos A_3, \end{aligned} \quad (10.1)$$

где $\mathbf{r}_T$ — неизвестный вектор местоположения КА относительно одного из ближайших небесных тел (в частности, Солнца; $\mathbf{r}_p$ — радиус-вектор, определяющий положение планеты, например Земли на рис. 10.1, относительно Солнца; $\mathbf{i}_1^0$ и $\mathbf{i}_2^0$ — орты, характеризующие направления на звезды.

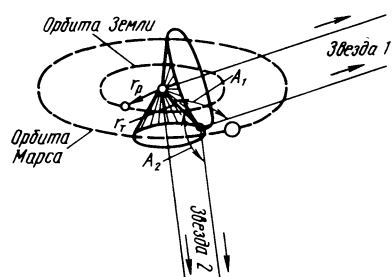


Рис. 10.1. Геометрия астрономической засечки при измерении двух углов

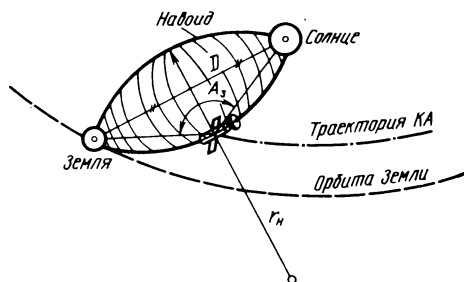


Рис. 10.2. Поверхность положения типа "навоид"

Аналогичный по постановке навигационной задачи результат может иметь место в случае, когда координаты КА определяются при пересечении линии положения, полученной по рассмотренному способу с третьей конической поверхностью положения, образованной при измерении угла между линиями визирования второго ближайшего небесного тела и звезды.

В случае когда КА находится сравнительно близко от какого-либо из рассматриваемых навигационных небесных тел, предпочтение отдается другому виду измерений. В нем дополнением измерений двух углов до полного состава служит наблюдение видимого углового диаметра диска ближайшей планеты. Третья поверхность положения, которую дает этот тип навигационных измерений, будет представлять собой сферу. К аналогичному эффекту по точности навигации приводит также определение момента затмения звезд ближайшей планетой. Наблюдение момента затмения звезды позволяет определить поверхность положения в виде цилиндра, ось которого совпадает с направлением на звезду, а диаметр равен диаметру планеты.

Однако решение навигационной задачи на основе рассмотренных приемов астрономических засечек обладает наряду с определенными достоинствами (простотой технической реализации, малым объемом априорной информации и др.) рядом существенных недостатков. Прежде всего, они требуют проведения всех навигационных измерений одновременно, что не всегда возможно. Затем, из-за нелинейности уравнений навигационного алгоритма (10.1) возникают трудности фильтрации ошибок измерений несмотря на получение этих измерений в избыточном количестве в силу невозможности использования эффективных методов оптимальной фильтрации [9] .

Указанные недостатки могут быть преодолены при принятии предположения (естественно, когда оно является достаточно обоснованным) о незначительности отклонения фактической траектории КА от номинальной. В этом случае возможна линеаризация навигационной задачи и, как следствие этого, использование методов линейной теории чувствительности.

10.2. МОДЕЛИРОВАНИЕ БАЗИСНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ И ПОЛУЧЕНИЕ НАВИГАЦИОННОЙ ИНФОРМАЦИИ С ПОМОЩЬЮ АСТРОНОМИЧЕСКИХ, ГИРОСКОПИЧЕСКИХ ДАТЧИКОВ И КОМПЛЕКСНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ ПИЛОТИРУЕМЫХ И БЕСПИЛОТНЫХ КА

Автономные оптико-визуальные астрономические средства находят все более широкое применение для моделирований базисных направлений и решения задач космической навигации. К их числу относят солнечные, планетные и звездные датчики, астровизеры, космические секстанты и другие устройства. Моделирование базисных направлений предполагает обычно работу соответствующих датчиков в режиме нуль-индикаторов. Поскольку постоянная составляющая моделированного в приборе свето-

вого излучения от звезды пропорциональна угловому расстоянию от оптической оси датчика, сигнал рассогласования используется для задания соответствующего базисного направления путем поддержания линии визирования на заданное светило. Контроль за работой автоматического звездного датчика может быть осуществлен с помощью ручного **астроориентатора**, принцип действия которого основан на совмещении искусственных ориентиров, имитируемых в приборе в виде светящихся колец (меток), со звездами, наблюдаемыми одновременно через оптику прибора. Положение искусственных ориентиров в поле зрения астроориентатора определяется расчетными углами положения осей КА в пространстве. Для имитации искусственных ориентиров используется звездный глобус.

Измерение перечисленных ранее навигационных угловых параметров на борту пилотируемого КА может быть выполнено с помощью оптических угломерных приборов — **секстантов**. В качестве ориентиров при этом обычно используют звезды, а линией отсчета (базисным направлением) служит горизонт планеты.

Достоинством оптических датчиков и систем, используемых для решения навигационных задач, является приемлемая точность, с которой они позволяют измерить отклонение оптической оси прибора от направления на звезду или далекую планету (от единиц угловых минут до долей угловых секунд). Однако приборы данного типа обладают и определенными недостатками, к числу которых относится прежде всего их невысокая помехозащищенность (возможность засветки объективов прямым или отраженным солнечным светом, факелом работающих ракетных двигателей и т. д.). Кроме того, следует отметить их эксплуатационную сложность (из-за трудностей селекции нужных звезд) и конструктивную (из-за необходимости использования электронных усилителей-преобразователей слабых сигналов).

Поэтому наряду с ними в космической технике для физического моделирования базисных направлений и прежде всего **базовых трехгранников** (декартовых систем координат) нашли широкое применение гироскопические системы. Последние, обладая простотой конструкции, высокой степенью надежности и практически абсолютной помехозащищенностью; имеют тот недостаток, что стабильность хранения ими базисных направлений гарантируется (без принятия специальных мер) с заданной точностью лишь в весьма ограниченном интервале времени. Этот недостаток является весьма существенным, имея в виду длительность космических полетов. Так, если говорить о свободном гироскопе как средстве запоминания (хранения) базисного направления, то следует учитывать, что у обычных для космической техники гироскопов такого типа скорость ухода составляет чуть менее 1 градус/ч. Следовательно, если возникает необходимость в течение длительного времени хранить заданное базисное направление с помощью свободного гироскопа либо физически смоделировать с помощью гироскопов базовый трехгранник, то необходимо периодически или непрерывно вводить коррекцию в его (их) работу. Введение коррекции возможно лишь путем получения необходимой информации при помощи других позиционных датчиков, например, оптического типа. Применительно к решению многих задач, в том числе и навига-

ционных, те или иные гироскопические комплексы все же оказываются весьма полезными и просто необходимыми. Например, длительное моделирование базисного направления с помощью оптических средств не может быть реализовано в силу периодического захода КА в тень планеты. В этом случае периодический переход на режим гироскопической памяти представляется вполне оправданным и рациональным.

Предположим, что на борту КА, осуществляющего полет по квазикруговой орбите, установлен гироскоп в трехстепенном кардановом подвесе, наружная ось которого параллельна оси oy_0 (служащей продолжением радиуса-вектора r) орбитальной системы координат (рис. 10.3). Пусть на наружной оси установлены датчик момента ДМ и датчик угла $ДУ_2$, а на внутренней, лежащей плоскости орбиты, размещен датчик угла $ДУ_1$. При этом датчик момента связан с $ДУ_1$ схемой рамочной коррекции, обеспечивающей совмещение оси гироскопа с вектором угловой скорости вращения орбитальной системы координат ω . Поскольку ω направлен в сторону, противоположную оси oz_0 рассматриваемой системы, такой гироскоп может играть роль построителя положения плоскости орбиты. Данное обстроятельство послужило основанием для введения термина **гироорбита** (по аналогии с терминами "гирогоризонт", "гировертикаль") для его названия. Другим названием gyroорбиты, более точно соответствующим ее существу, является **гироскопическая бинормаль**. Последний термин получил, однако, меньшее распространение.

Как построитель "положения орбиты", gyroорбита должна была бы позволять отсчитывать, по крайней мере, два угла, соответствующих крену γ_r (снимаемого с $ДУ_1$) и рысканию ψ_r (снимаемого с $ДУ_2$), если ориентироваться на определение положения связанной системы координат относительно орбитальной. Но поскольку любой инерциальный датчик [57] может выполнять роль только одноканального чувствительного элемента, одновременный съем значений двух углов невозможен. В связи с этим, gyroорбита может быть использована:

как построитель направления для отсчета угла рыскания; в этом случае она комплексируется построителем местной вертикали любого типа, в частности инфракрасной вертикалью (ИКВ), служащей базисным направлением для отсчета угла крена;

для определения крена при работе в комбинации с датчиком, обеспечивающим построение базисных направлений для отсчета углов рыскания и тангажа.

При построении направления вертикали может быть использован дополнительный гироскопический элемент в виде свободного гироскопа, главная ось которого параллельна оси oy_0 орбитальной системы координат. В этом случае выходные сигналы построителя местной верти-

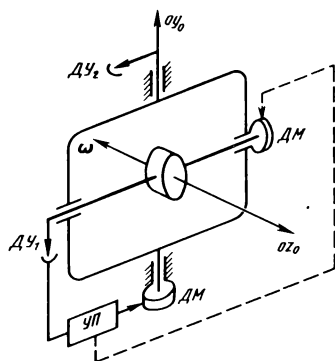


Рис. 10.3. Схема гироскопической бинормали (гироорбиты)

кали (в частности, ИКВ) используют не только для непосредственного определения соответствующих углов, отсчитываемых от этого базисного направления, но и для коррекции положения главной оси гироскопа (рис. 10.4), образующего вместе с построителем вертикали единое устройство (гироскопическую вертикаль). Это устройство обладает более высокой точностью прежде всего благодаря фильтрации значительной части собственных ошибок построителя вертикали, осуществляемой гироскопом. Гироскопическую вертикаль (ГВ) обычно конструктивно объединяют в одном общем кардановом подвесе с гироорбитой (ГО), размещая их роторы так, как показано на рис. 10.4. В результате получается гироскопическая система, задающая направления осей oy_0 и oz_0 , т. е. по существу строящая на борту КА все три оси орбитального трехгранника $ox_0y_0z_0$. Поэтому такую систему называют **пространственной или трехосной гироорбитой**.

Очевидно, что в качестве базовой системы координат может быть использована не только орбитальная. В этом случае гироскопическая система должна осуществлять построение любой **опорной** системы, преобразование которой к требуемой (в частности, орбитальной) должно производиться с помощью специальных преобразователей координат. Примером такой трехосной гироскопической системы может служить так называемая **двухроторная гироорбита**.

Построители базисных направлений, решая весьма важную часть навигационной задачи, не относятся все же непосредственно к числу навигационных измерительных систем, предназначенных для определения местоположения КА. Они входят в состав таких систем, которые в силу использования датчиков, работающих на различных физических принципах, относятся к числу **комплексных** [9].

Работу такого типа систем рассмотрим на примере радиоастроинерциальной навигационной системы (РАИНС) пилотируемого космического аппарата [36, 59]. РАИНС состоит из четырех основных подсистем: инерциальной с гироскопическим построителем базовой системы координат

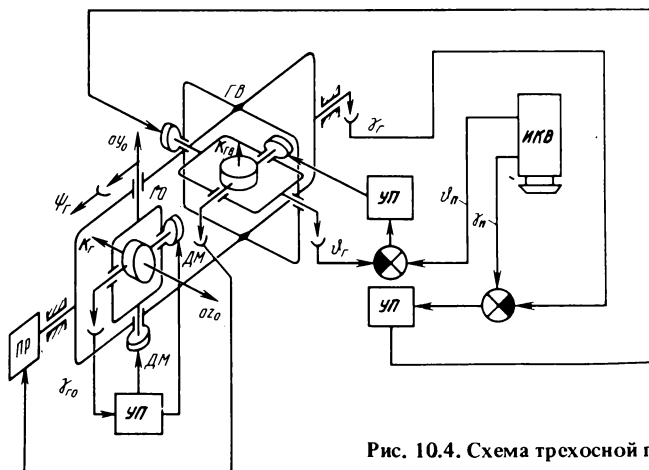


Рис. 10.4. Схема трехосной гироорбиты

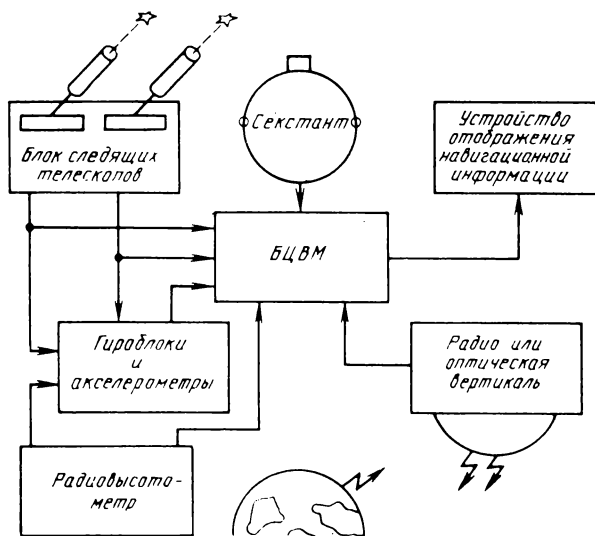


Рис. 10.5. Схема комплексной (радиоастроинерциальной) навигационной космической системы

(гироблоков), подсистемы астрокоррекции, радионизмерителей и вычислительного устройства, как правило, БЦВМ. Типовая функциональная схема РАИНС пилотируемого КА приведена на рис. 10.5. Оптическая система астроинерциального блока устанавливается обычно на стабилизированной платформе, в результате чего достигается более высокая точность определения навигационных параметров. Подсистема астрокоррекции должна выдавать в БЦВМ сигнал наличия звезды в поле зрения оптического блока, величину углов между осью визирования светила и осями моделируемой на борту системы координат (сопровождающей системы). Выставка платформы осуществляется по двум заранее выбранным навигационным звездам. Она может проводиться как в автоматическом режиме, так и космонавтом вручную. Выбор навигационной звезды осуществляется по каталогу, хранящемуся в памяти БЦВМ, включающему в общем случае несколько десятков астроориентиров. Информация о текущей высоте полета необходима для реализации алгоритма инерциальной навигации при выполнении маневров, а также для определения параметров орбиты. Наличие специального табло позволяет космонавту визуально отслеживать получаемую навигационную информацию, контролируя работу системы.

Для выполнения навигационных измерений, кроме звезд и горизонта Земли или Луны, могут быть использованы и наземные ориентиры с заранее известными координатами: крупные строительные сооружения, реки, озера, острова, характерные изгибы береговой линии и т. д. Опознавание навигационных ориентиров на земной поверхности возлагается на космонавта.

10.3. МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОГРЕШНОСТИ И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ ОШИБКИ ПОСТРОИТЕЛЕЙ БАЗИСНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ И БОРТОВЫХ АСТРОИЗМЕРИТЕЛЕЙ. МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ ПРИ РЕШЕНИИ НАВИГАЦИОННЫХ ЗАДАЧ

Одной из главных (а во многих случаях) основной причиной возникновения ошибок любых гироскопических приборов служат действующие на гироскоп возмущающие моменты, обусловленные техническим несовершенством конструкции подвеса. Соответствующие им ошибки гироскопических приборов, используемых в качестве построителей базисных направлений, называются **инструментальными погрешностями**. Следует, правда, отметить, что по сравнению с гироскопическими приборами, работающими на Земле, гироскопические приборы, установленные на борту КА, оказываются в более благоприятных условиях эксплуатации [57].

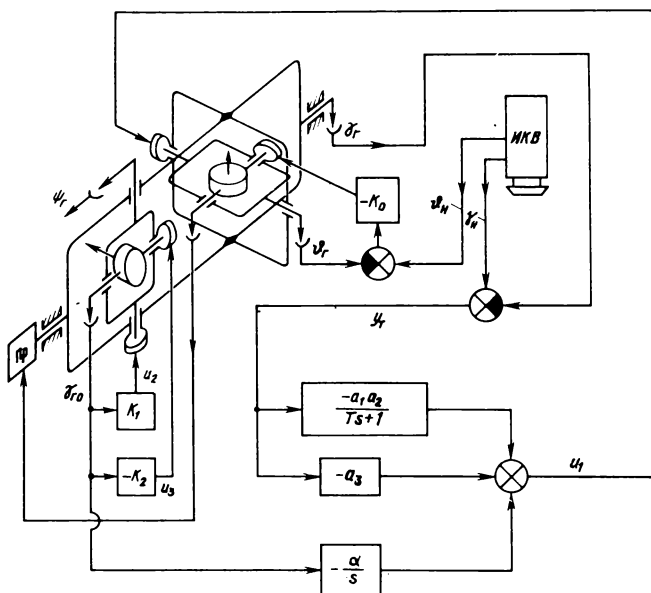
Прежде всего, при полете КА по орбите становятся практически несущественными несовпадение центра масс гироскопа с центром его подвеса и, как следствие, все те трудно преодолимые факторы, которые порождают это несовпадение. Действительно, возмущающий момент, приложенный к несбалансированному гироскопу, в условиях свободного полета могут образовывать только силы инерции, возникающие при угловых движениях КА, а также приливные силы, если аппарат движется в "сильном" гравитационном поле (в случае низкоорбитального ИСЗ). Однако влияние этих факторов очень мало. Поэтому на участках свободного полета разбалансировка подвеса гироскопа, находящаяся в пределах, обеспечиваемых современной технологией производства гироскопических устройств, не вызывает сколь-нибудь заметного по величине возмущающего момента. Из-за практически полной разгрузки опор гироскопа, наступающей в условиях невесомости, резко снижаются и моменты сопротивления в подшипниках его подвеса.

Однако изложенное выше относится только к участкам невозмущенного свободного полета КА. На участках управления движением, т. е. во время работы двигательной установки, гироскопические приборы будут испытывать действие перегрузок и соответственно условия их работы будут приближаться к условиям работы наземных гироскопов со всеми вытекающими отсюда последствиями.

Оптические приборы также обладают своими (хотя и меньшими, чем гироскопические) инструментальными погрешностями. Решение проблемы снижения уровня инструментальных погрешностей связано с проведением длительных и дорогостоящих опытно-конструкторских разработок и сопряжено, таким образом, с созданием приборов следующего поколения. Рассмотрение принципов построения их служит темой самостоятельного обсуждения, выходящего за рамки настоящего учебника.

Более обзримые результаты в области повышения точности формирования базисных направлений и навигационных измерений в целом могут быть получены за счет совершенствования алгоритмического обеспечения решаемой задачи.*

* Материал данного раздела написан Л.П. Лысенко совместно с К.В. Акимовым.



Анализ начнем с гироскопических построителей базисных направлений. Предварительно обсудим идею **принципа автокомпенсации**, используемого для повышения точности построения орбитальной системы координат (ОСК) трехосной гироорбитой. При его использовании выставка ГВ осуществляется непосредственно по сигналу ИКВ с коэффициентом усиления K_3 , а выставка ГО производится по сигналам ее датчика крена ($\gamma_{го}$ на рис. 10.6). Таким образом, управление трехосной ГО, реализующей принцип автокомпенсации, проводится при использовании следующих законов:

где $y_1 = \gamma_{\text{в}} + \delta\gamma$; $y_2 = \gamma_{\text{в}} - \gamma_0 + \delta\gamma_{\text{ГО}}$, причем здесь $\gamma_{\text{в}}$ и γ_0 – компоненты вектора состояния прибора, характеризующие отклонение ГВ и ГО по крену ($\gamma_{\text{в}}$) и (γ_0), соответственно; $\delta\gamma$ и $\delta\gamma_{\text{ГО}}$ – ошибки измерений крена ИКВ ($\delta\gamma$) и датчиком угла крена ГО ($\delta\gamma_{\text{ГО}}$). Во время выставки гиросприбора в ОСК схема автокомпенсации отслеживает сигнал датчика угла крена ГО и запоминает его величину на момент перехода в режим гиropaмяти. Запоминание реализуется путем интегрирования сигнала. Уравнения интегратора автокомпенсации может быть представлено в виде

где α — выходной сигнал интегратора; T и $\delta_{\text{и}}$ — постоянная времени и ошибка интегратора. В момент перехода в режим гиropaмьти (т. е. на режим работы от ГВ) входной сигнал интегратора должен бы обнулен,

а выходной (α) — подан к выходам трехосной ГО. Тогда ошибки измерения углов ψ и γ будут определяться как

$$\psi = \psi_c - c_1 \alpha; \quad \gamma = \gamma_B - c_2 \alpha, \quad (10.4)$$

где номинальные значения коэффициентов компенсации принимают значения $c_1 = K_1 \omega^{-1}$ и $c_2 = (K_2 + \omega) \omega^{-1}$. Здесь ω , как и ранее, угловая скорость ИСЗ на на круговой орбите.

Отдельно оценим курсовую ошибку системы (ψ), вызванную постоянной ошибкой ИКВ ($\delta\gamma = \text{const}$). Для этого составим математическую модель гиросприбора, соответствующую прецессионной теории гироскопа, которую запишем, используя каноническую схему представления линейных динамических систем [9, 26], в виде

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) + \boldsymbol{\eta}(t). \quad (10.5)$$

Здесь $\mathbf{x}^T(t) = [\gamma_B, \gamma_0, \psi_0]$ — вектор состояния системы; $\mathbf{u}^T(t) = [u_1, u_2, u_3]$ — вектор управления; $\boldsymbol{\eta}^T(t) = [\epsilon_{x_B}, \epsilon_{x_0}, \epsilon_{y_0}]$ — вектор возмущений, обусловленный дрейфом гироскопов ϵ_i ($i = 1, 2$); матрица управления $\mathbf{B}$ — единичная матрица; матрица состояния $\mathbf{A}$ — постоянная матрица, элементы которой принимают вид $a_{11} = a_{12} = a_{21} = a_{22} = a_{31} = a_{33} = 0$; $a_{13} = a_{23} = -\omega$; $a_{32} = \omega$. Для трехосной ГО с автокомпенсацией установившиеся значения ошибок выставки гиросприбора и сигнала интегратора схемы автокомпенсации на участке коррекции будут определяться в результате решения системы уравнений (10.5), (10.2) и (10.3) при условии $\dot{\gamma}_B = \dot{\gamma}_0 = \dot{\psi}_0 = \dot{\alpha} = 0$. Приравнявая нулю все погрешности, кроме $\delta\gamma$, получим

$$\gamma_B^{\text{ст}} = (\omega + K_2)c; \quad \gamma_0^{\text{ст}} = K_2c; \quad \psi_0^{\text{ст}} = K_1c; \quad \alpha = \omega c, \quad (10.6)$$

где

$$c = - \frac{K_3 \omega \delta\gamma}{K_3 \omega (\omega + K_2) + K_1 \omega^2}. \quad (10.7)$$

Движение трехосной ГО в режиме гиropaмяти будет описываться следующей системой уравнений

$$\dot{\gamma}_B + \omega \psi = 0, \quad \dot{\gamma}_0 + \omega \psi_0 = K_1 (\gamma_B - \gamma_0), \quad \dot{\psi}_0 - \omega \gamma_0 = 0. \quad (10.8)$$

Решение (10.8) при начальных условиях, заданных в форме (10.6) с учетом (10.4), дает выражение для определения курсовой ошибки в системах с автокомпенсацией при переходе в режим гиropaмяти

$$\psi_0 = K_2 c \sin \omega t. \quad (10.9)$$

Причем величина $K_2 c$ примерно равна постоянной ошибке ИКВ, т. е. $K_2 c \approx \delta\gamma$.

Таким образом, за счет незначительного усложнения прибора при реализации принципа автокомпенсации достигается некоторое повышение точности его работы. Однако возможности данного метода повышения точностных характеристик трехосной ГО ограничены. Дело заключается в том, что при переходе в режим гиropaмяти даже с нулевыми ошибками

построения базисных направлений (при компенсации ошибок в выходных сигналах прибора) в дальнейшем происходит их достаточно быстрое возрастание и система теряет требуемую точность построения ОСК. Объясняется это тем, что в силу вращения орбитальной системы фактически имеющие место ошибки выставки гироскопов переходят из канала курса в канал крена и обратно в процессе всего времени движения КА по орбите. Помимо ошибок режима гиropaмяти, связанных в значительной степени с ошибками выставки, на величину суммарной ошибки оказывают также влияние постоянная ошибка ИКВ и дрейф гироскопов. В этом смысле более предпочтительные результаты обеспечивает подход, связанный не с изысканием новых возможностей компенсации ошибок выставки гиropaмента в его выходных целях, а ориентированный на разработку алгоритмов, обеспечивающих непосредственное приведение осей гиropaмента в ОСК с точностью до неизмеряемых значений погрешностей выставки. Соответствующая последнему из сформулированных подходов задача может быть решена на основе применения методов теории систем и, в частности, метода пространства состояний в его современной трактовке [9, 26]. Указанный метод позволяет посредством исследования наблюдаемости как структурного свойства динамической системы [9] выявить фундаментальные свойства трехосной ГО, оценить теоретический предел достижимой точности ее работы, а затем на основе проведенного анализа обосновать структуру и определить алгоритм ее функционирования с заранее заданными динамическими и точностными характеристиками.

Очевидно, что при всех прочих равных условиях предпочтение надо будет отдать прибору, имеющему наиболее простую техническую реализацию. Последнему условию отвечает ГО с регулятором минимальной размерности. Поэтому при исследовании наблюдаемости и синтезе восстанавливающего (наблюдающего) устройства для рассматриваемой ГО воспользуемся подходом, основывающимся на теории синтеза субоптимальных фильтров пониженной размерности в трактовке Луенбергера, предназначенных для оценивания линейных скалярных функционалов измеряемых величин.

Дополним уравнение состояния системы (10.5) уравнением наблюдения

$$y(t) = Cx(t) + n(t), \quad (10.10)$$

где $y^T(t) = [y_1, y_2]$ — вектор измерений, причем $y_1 = \gamma_B, y_2 = \gamma_B - \gamma_0$; $n^T = [\delta\gamma, \delta\gamma_0]$ — вектор ошибок измерений, содержащий компоненты в виде ошибки ИКВ ($\delta\gamma$) и ошибки датчика угла крена ГО; C — постоянная матрица порядка 2×2 . Рассматривая далее компоненты векторов возмущений и ошибок измерений как неизвестные, но постоянные величины, перейдем от исходной модели системы (10.5) к эквивалентной ей, с расширенным вектором состояния вида

$$x_p^T(t) = [\gamma_B, \gamma_0, \psi_0, \epsilon_{XB}, \epsilon_{X_0}, \epsilon_{y_0}, \delta\gamma, \delta\gamma_0]. \quad (10.11)$$

Возможность определения (восстановления) компонент $x_p(t)$ по измерениям $y(t)$ может быть оценена [9] на основе анализа специальной матрицы наблюдаемости N . Определение ранга матрицы N для системы с расширенным вектором состояния (10.11) свидетельствует о ее ненаблюдаемости. Проведенные расчеты ранга матрицы N для различных исследуемых вариантов представления расширенного вектора состояния пониженной размерности свидетельствуют, что максимально допустимым по размерности наблюдаемым вектором состояния является вектор вида

$$x^T(t) = [\gamma_B, \gamma_0, \psi_0, \delta\gamma, \epsilon_{XB}]. \quad (10.12)$$

При этом минимальная величина $(r-p)$, где r — размерность $x(t)$, а $(p-1) - y(t)$, при которой ранг N соответствует размерности вектора состояния системы, равна двум, что соответствует минимальному порядку наблюдающего устройства, позволяющего оценить любой произвольный линейный функционал компонент рассматриваемого вектора состояния. Согласно теореме разделения [9] в применении ее к детермини-

рованным системам, корням λ_j и s_j характеристических многочленов соответствующих матриц наблюдающего устройства и замкнутого контура системы, построенной в предположении, что все компоненты вектора состояния точно известны, можно придать любые желаемые значения.

Полагая первоначально ненаблюдаемые ошибки элементов СО нулевыми, представим ее модель в виде

$$\dot{\gamma}_B + \omega \psi_0 = u_1 + \epsilon_{XB}; \quad \dot{\gamma}_0 + \omega \psi_0 = u_2; \quad \dot{\psi}_0 - \omega \gamma_0 = u_3, \quad (10.13)$$

а уравнения измерений зададим в форме

$$y_1 = \gamma_B + \delta \gamma; \quad y_2 = \gamma_B - \gamma_0. \quad (10.14)$$

Из структуры уравнений (10.13), (10.14) следует, что выставка гиросприбора в ОСК требует регулятора, который, имея в виду первое уравнение (10.13), должен компенсировать ошибки и образовывать обратную связь по отклонению γ_B , а с учетом двух других уравнений осуществлять перевод системы в режим гироскомпасирования по сигналу y_2 . Таким образом, структура регулятора будет определяться видом реализуемых управлений $u_i(t)$ при $i = 1, 2, 3$.

$$u_1 = -\lambda \gamma_B + \omega \psi_0 - \epsilon_{XB}; \quad u_2 = K_1 y_2; \quad u_3 = -K_2 y_2, \quad (10.15)$$

где λ — собственное значение (корень) модели основного контура регулятора по каналу вертикали; K_i ($i = 1, 2$) — выбранные коэффициенты усиления канала выставки гиросприбора в плоскость орбиты.

Для реализации управления, отвечающего соотношениям (10.15), необходимо иметь наблюдающее устройство, оценивающее функционал $K = -\lambda \gamma_B + \omega \psi_0 - \epsilon_{XB}$. Наблюдающее устройство Луенбергера, восстанавливающее требуемый детерминированный вектор состояния, либо функционал, составленный из его компонентов, должно удовлетворять уравнению

$$\frac{d}{dt} z(t) = Dz(t) + KCx(t) + TBu(t), \quad (10.16)$$

где D , Q и T — матрицы соответствующих размерностей, для которых справедливо равенство

$$TA - DT = KC. \quad (10.17)$$

Имея в виду систему (10.13), (10.14), а также вид наблюдаемого вектора состояния (10.12), представим $z^T(t) = [z_1, z_2]$, причем

$$z_2 = K + t_6 y_1 + t_7 y_2 = (t_6 + t_7 - \lambda) \gamma_B - t_7 \gamma_0 + \omega \psi_0 + t_6 \delta \gamma - \epsilon_{XB}. \quad (10.18)$$

Располагая значениями $z_2(t)$ и измерениями $y_1(t)$ и $y_2(t)$, можно теперь вычислить требуемый функционал K . Имея в виду форму представления матрицы преобразования

$$T = \begin{bmatrix} t_1 & t_2 & t_3 & t_4 & t_5 \\ t_6 + t_7 - \lambda & -t_7 & \omega & t_6 & -1 \end{bmatrix}, \quad (10.19)$$

систему алгебраических соотношений, отвечающих (10.17), представим в виде

$$\begin{aligned} -d_1 t_1 - d_2 (t_6 + t_7 - \lambda) &= K_1 + K_2; & -d_1 t_4 - d_2 t_6 &= K_1; \\ -d_3 t_1 - d_4 (t_6 + t_7 - \lambda) &= K_3 + K_4; & -\omega (t_6 - \lambda) - d_3 t_3 - d_4 \omega &= 0; \\ \omega t_3 - d_1 t_2 + d_2 t_7 &= -K_2; & -d_3 t_4 - d_4 t_6 &= K_3; \\ \omega^2 - d_3 t_2 + d_4 t_7 &= -K_4; & t_1 - d_1 t_5 + d_2 &= 0; \\ -\omega (t_1 + t_2) - d_1 t_3 - d_2 \omega &= 0; & t_6 + t_7 - \lambda - d_3 t_5 + d_4 &= 0. \end{aligned} \quad (10.20)$$

Матрица наблюдающего устройства D имеет характеристический полином

$$\det[sE - D] = s^2 - (d_1 + d_4)s + d_1 d_4 - d_2 d_3. \quad (10.21)$$

Потребовав, чтобы корни полинома принимали наперед заданные значения $s_1 = -\Omega_1$ и $s_2 = -\Omega_2$, получим дополнительные по отношению к (10.20) уравнения

$$\begin{aligned} -(d_1 + d_4) &= \Omega_1 + \Omega_2; \\ d_1 d_4 - d_2 d_3 &= \Omega_1 \Omega_2. \end{aligned} \quad (10.22)$$

Уравнения (10.20) и (10.22) совместно образуют систему, состоящую из двенадцати алгебраических уравнений, в которых содержится 15 неизвестных. Значения оставшихся трех неизвестных, необходимых для нахождения решения, могут быть выбраны в определенном смысле произвольно. Заметим лишь, что d_3 не может быть принято равным нулю, так как условие $d_3 = 0$ отвечает возможности построения наблюдающего устройства, порядок которого меньше определенного ранее, что противоречит теории. Удобно с точки зрения упрощения последних выкладок принять $t_3 = \omega$; $t_5 = 1$ и $d_2 = 0$.

Решая совместно (10.20) и (10.22) с учетом указанных значений t_3 , t_5 и d_2 , найдем путем исключения $K_1 \dots K_4$

$$d_1 = -\Omega_1; \quad d_3 = \omega^{-2}(\lambda\Omega_1\Omega_2 - \omega^2\Omega_1); \quad d_4 = -\Omega_2; \quad (10.23)$$

$$T = \begin{bmatrix} \Omega_1 & 0 & \omega & \frac{\Omega_1^2 + \omega^2}{\Omega_1} & -1 \\ \Omega_1 + \Omega_2 - \frac{\lambda\Omega_1\Omega_2}{\omega^2} & 0 & \omega & \Omega_1 + \Omega_2 + \lambda(1 - \frac{\Omega_1\Omega_2}{\omega^2}) & -1 \end{bmatrix}. \quad (10.24)$$

Подставляя данный результат в (10.16), учитывая при этом вид составляющих вектора управления $u(t)$, задаваемых соотношениями (10.15), получим уравнения, описывающие работу динамического регулятора СО с желаемыми свойствами, построенного на базе минимально размерностного наблюдающего устройства Луненбергера

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= -\Omega_1 z_1 + \Omega_1 u_1 + \omega u_3 + (\Omega_1^2 + \omega^2)y_1 - \omega^2 y_2; \\ \dot{z}_2 &= (\lambda\Omega_1\Omega_2\omega^{-2} - \Omega_1)z_1 - \Omega_2 z_2 + (\Omega_1 + \Omega_2 - \lambda\Omega_1\Omega_2\omega^{-2})u_1 + \omega u_3 + [\Omega_1^2 + \\ &+ \Omega_1\Omega_2 + \Omega_2^2 + \omega^2 - \lambda\Omega_1\Omega_2\omega^{-2}(\Omega_1 + \Omega_2)]y_1 - \omega^2 y_2; \\ u_1 &= z_2 - [\Omega_1 + \Omega_2 + \lambda(1 - \Omega_1\Omega_2\omega^{-2})]y_1; \\ u_2 &= K_1 y_2; \\ u_3 &= -K_2 y_2. \end{aligned} \quad (10.25)$$

Перейдем теперь к оценке ошибки синтезированной ГО повышенной точности. Начнем с определения ошибки наблюдающего устройства в установившемся режиме. Пусть на рассматриваемом временном интервале вектор состояния $x^T(t) = [\gamma_B, \gamma_0, \psi_0, \delta\gamma, \epsilon_{XB}]$ сохраняет постоянство своего значения ($x(t) = x$). Тогда, имея в виду (10.10), запишем $y_1 = \gamma_B + \delta\gamma$; $y_2 = \gamma_B - \gamma_0 + \delta\gamma_{ГО}$ и с учетом того, что $d/dt x = 0$, из (10.5) имеем $u_1 = \omega\psi_0 - \epsilon_{XB}$; $u_2 = \omega\psi_0 - \epsilon_{X_0}$ и $u_3 = -\omega\gamma_0 - \epsilon_{y_0}$. Подставляя полученные значения компонентов вектора $u(t)$ в (10.25) и полагая $\dot{z}_1 = \dot{z}_2 = 0$, находим

$$K = \omega\psi_0 - \epsilon_{XB} - \lambda(\gamma_B + \delta\gamma_{ГО} + \epsilon_{y_0}\omega^{-1}). \quad (10.26)$$

Таким образом, не принимая во внимание ошибки вычислительного порядка, можно утверждать, что синтезированное наблюдающее устройство оценивает функционал K с точностью до постоянных ошибок, определяемых не наблюдаемыми величинами ($\epsilon_{X_0}, \epsilon_{y_0}$ и $\delta\gamma_{ГО}$).

Посмотрим, какими возможностями располагает регулятор ГО, реализующий управление в форме (10.15). Уравнение основного контура ГО (в предположении, что быстроедействие наблюдающего устройства бесконечно велико) может быть получено в результате подстановки (10.15) и (10.26) в (10.5) с учетом (10.10):

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}_B &= -\lambda(\gamma_B + \delta\gamma_{ГО} + \epsilon_{y_0}\omega^{-1}); \\ \dot{\gamma}_0 + \omega\psi_0 &= \epsilon_{X_0} + K_1(\gamma_B - \gamma_0 + \delta\gamma_{ГО}); \\ \dot{\psi}_0 - \omega\gamma_0 &= \epsilon_{y_0} - K_2(\gamma_B - \gamma_0 + \delta\gamma_{ГО}). \end{aligned} \quad (10.27)$$

Собственная матрица системы (10.25)

$$A_c = \begin{bmatrix} -\lambda & 0 & 0 \\ K_1 & -K_1 & -\omega \\ -K_2 & \omega + K_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (10.28)$$

имеет характеристический полином $(s + \lambda)[s^2 + K_1 s + \omega(\omega + K_2)]$, откуда следует, что выбором K_1, K_2 и λ можно обеспечить любое требуемое распределение корней. Статистические ошибки ГО находим из условия $\dot{\gamma}_B = \dot{\gamma}_0 = \dot{\psi}_0 = 0$. Имея в виду первое уравнение (10.27), имеем $\gamma_B = -\delta \gamma_{ГО} - \epsilon_{y_0} \omega^{-1}$. Тогда из третьего уравнения вытекает, что $\gamma_0 = -\epsilon_{y_0} \omega^{-1}$, откуда получаем $y_2 = 0$, и из второго уравнения имеем, что $\psi_0 = -\epsilon_{x_0} \omega^{-1}$.

Используя подход, аналогичный тому, который был принят для расчета курсовой ошибки системы с автокомпенсацией, вызванной постоянной ошибкой ИКВ, найдем, что в отличие от (10.9) для ГО, реализующей алгоритм (10.25), она равна нулю на всем участке режима гиropaмяти.

С целью выявления общих свойств переходных процессов в синтезированной ГО введем в рассмотрение некоторые обобщенные операторы $\psi_0(\psi^0)$ и $\psi_0(\gamma^0)$, имеющие смысл переходных процессов по координате ψ_0 в ГО с оптимальным, точнее квазиоптимальным линейным регулятором, вызванных соответствующим начальным условием. Они будут связаны между собой соотношением вида

$$\psi_0(\gamma^0) = -\frac{\gamma^0}{\omega} \cdot \frac{d}{dt} \left[\frac{\psi_0(\psi^0)}{\psi^0} \right]. \quad (10.29)$$

Из анализа (10.29) следует, что переходный процесс отработки начальных условий по курсу $\psi_0(\psi^0)$ следует выбором управления приблизить к аperiodическому, так как в противном случае будут иметь место большие выбросы и колебательность в процессе отработки начальных условий по крену $\psi_0(\gamma^0)$. С целью упрощения последующего анализа заменим $\psi_0(\psi^0)$ величиной ψ_0 , которая будет характеризовать переходный процесс в некоторой ГО, эквивалентной рассматриваемой, отличающийся от реального знаком и смещением на известную постоянную величину. Исключив управления u_i ($i = 1, 2, 3$), входящие в правые части уравнений наблюдающего устройства (10.25), преобразуем уравнение регулятора ГО к виду, при котором входными переменными служат y_1 и y_2 , а выходными — управления u_i . Управления u_2 и u_3 при этом будут определяться стандартно, как $u_2 = K_1 y_2$, $u_3 = -K_2 y_2$, а управление гирорегулятора u_1 должно формироваться динамической частью регулятора в виде

$$u_1 = -z_1 - a_3 y_1 - z_2, \quad (10.30)$$

причем

$$T \dot{z}_1 + z_1 = a_1 a_2 y_1; \quad \dot{z}_2 = \omega(\omega + K_2) y_2; \quad (10.31)$$

а

$$T = \frac{\omega^2}{\lambda \Omega_1 \Omega_2}; \quad a_1 a_2 = \frac{(\Omega_1 \Omega_2 - \omega^2)(\lambda \Omega_1 - \omega^2)(\lambda \Omega_2 - \omega^2)}{\lambda \Omega_1 \Omega_2 \omega^2};$$

$$a_3 = \lambda + \Omega_1 + \Omega_2 - \frac{\lambda \Omega_1 \Omega_2}{\omega^2}. \quad (10.32)$$

Передаточная функция эквивалентной системы имеет вид

$$W_3(s) = \frac{1}{\Delta} \left\{ T \omega^2 s^3 + s^2 [a_3 T \omega(\omega + K_2) + \omega^2 (1 + K_1 T)] + s [K_1 \omega^2 + \omega(\omega + K_2)(T \omega^2 + a_3 + a_1 a_2)] + \omega^3 (\omega + K_2) \right\}, \quad (10.33)$$

где

$$\Delta = T s^5 + s^4 [K_1 T + a_3 T + 1] + s^3 [T \omega(\omega + K_2) + K_1 (1 + a_3 T) + T \omega^2 + a_3 + a_1 a_2] + s^2 [\omega + K_1 (T \omega^2 + a_3 + a_1 a_2) + \omega(\omega + K_2)(1 + a_3 T)] + s [K_1 \omega^2 + \omega(\omega + K_2)(T \omega^2 + a_1 a_2 + a_3)] + \omega^3 (\omega + K_2).$$

Подстановка в (10.33) значений $T, a_1 a_2$ и a_3 из (10.32) дает основание считать коэффициенты при s^3 и s^2 в числителе $W_3(s)$, имеющими второй порядок малости, и

соответственно исключить из рассмотрения указанные слагаемые. Знаменатель (10.33) при этом примет вид

$$\Delta = [s^2 + sK_1 + \omega(\omega + K_2)](s + \lambda)(s + \Omega_1)(s + \Omega_2). \quad (10.34)$$

Следовательно, эквивалентная система будет иметь передаточную функцию с одним нулем в числителе. Согласно [22], для обеспечения оптимальности переходной функции $W_3(s)$ корни Δ , легко определяемые из (10.34), должны быть расположены на отрицательной части действительной оси плоскости корней пропорционально коэффициентам 0,0636 : 0,93 : 1,797 : 2,664 : 3,531. Для соответствующих значений корней результаты расчета переходного процесса отработки начального рассогласования $\psi_0(0) = 1$ в безразмерном времени дают величину перерегулирования порядка 10% и безразмерное время выставки $\tau = 19$.

Как следует из выражений настроек регулятора, данных соотношениями (10.32), корни соответствующих полиномов наблюдающего устройства и гирровертикали эквивалентны. Следовательно, имеет смысл варьировать только размещением корней гиросорбитанта, определяемых K_1 и K_2 .

Блок-схема регулятора ГО приведена на рис. 10.6. Анализ схемы свидетельствует, что по коэффициенту a_3 в системе существует положительная обратная связь, что является нежелательным. Действительно, последняя, если иметь в виду существующие в реальной ГО нелинейности, способна привести к возникновению автоколебаний или самовозбуждению усилительной части системы. Наличие положительной обратной связи также значительно затрудняет проверку и настройку ГО при наземной отработке. Стремление к исключению отмеченного нежелательного фактора, одновременно приводящему к существенному упрощению структуры системы, дает основание, несколько отойдя от оптимального решения, попытаться получить регулятор с $a_3 = 0$. Такая возможность имеется. Нетрудно заметить, что a_3 представляет собой разность больших величин. Тогда некоторым в определенном смысле произвольным снижением обобщенной частоты Ω_0 и увеличением запасов устойчивости можно добиться выполнения условия $a_3 = 0$.

Расчет ошибок ГО с $a_3 = 0$ (рис. 10.6) показывает, что описанный подход в состоянии обеспечить достижение точностных (инструментальных) характеристик, превосходящих соответствующие характеристики ГО с автокомпенсацией по курсу в 2 ... 3 раза, по крену — примерно в 1,5 раза. Тем не менее, даже в этом случае ошибки построения базовой системы координат остаются достаточными, чтобы учитывать их при оценке точности навигационного обеспечения межорбитальных маневров КА.

К числу методических погрешностей бортовых астроизмерителей относятся, прежде всего, неточности фиксации момента и неодновременность измерений; влияние скорости движения КА по орбите, приводящей к угловой ошибке, называемой абберацией; ошибки визирования, обусловленные движением КА относительно его центра масс, а также погрешности, обусловленные преломлением лучей света атмосферой (явление рефракции).

Большинство указанных выше методических погрешностей астроизмерений носит систематический характер, что позволяет учесть их при последующей обработке результатов измерений в БЦВМ.

Исключением является методическая погрешность неточности фиксации момента измерений. Будучи случайной, она с одной стороны, определяется многими субъективными факторами (в том числе способностями оператора-космонавта при работе с секстантом), с другой, — она определяет требования, предъявляемые к отсчетным устройствам астроизмерительных приборов. В связи с изложенным уделит специальное внимание ее рассмотрению.

аналитическую зависимость приращения измеряемого параметра, например, угла "звезда—планета" (угол ν), определяемого неточностью бортовых часов δt и затраченным временем на измерение δT , можно получить [59] из геометрических построений рис. 10.7, на котором K_0 и Π_0 — опорные положения КА и планеты; r_3 и r_Π — радиусы-векторы звезды и планеты; V_K и V_Π — векторы скорости КА и планеты в момент измерения.

Будем считать, что координаты КА по положению и времени приближенно известны. Тогда

$$\cos \nu = -\frac{r_3 r_\Pi}{r_3 r_\Pi} \quad (10.35)$$

Дифференцируя (10.36) по всем параметрам, найдем

$$d(r_3 r_\Pi \cos \nu) = -(r_3 dr_\Pi + r_\Pi dr_3). \quad (10.36)$$

Малые приращения δr_Π и δr_3 определяются очевидными соотношениями

$$\delta r_\Pi = V_\Pi (\delta T - \delta t) - \delta r_3; \quad \delta r_3 = \delta r_{30} + V_K \delta T, \quad (10.37)$$

а их модули

$$\delta r_\Pi = \frac{r_\Pi \delta r_\Pi}{r_\Pi}; \quad \delta r_3 = \frac{r_3 \delta r_3}{r_3}.$$

Переходя в (10.36) от бесконечно малых к конечным приращениям, найдем

$$\delta \nu = \frac{[V_\Pi (\delta T - \delta t) - \delta r_3] (r_3 - \cos \nu r_\Pi)}{r_\Pi \sin \nu} + \frac{[r_\Pi - r_3 \cos \nu] \delta r_3}{r_3 \sin \nu}. \quad (10.38)$$

Из (10.38) видно, что величина погрешности измерения навигационного параметра будет минимальной при значении угла ν , близком к 90° . Следовательно, при проведении астроизмерений целесообразно выбирать одно из светил, находящееся строго в зените по отношению к КА на момент проведения обсервации. Необходимая точность фиксации моментов измерений может быть получена из соотношения, определяющего изменение истинной высоты светила (т. е. углового расстояния по кругу высоты от истинного горизонта до светила), в орбитальном полете:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{\sqrt{\mu p}}{r^2} \cos(A - \Psi_0) + \omega_c \cos(\zeta - \beta), \quad (10.39)$$

где p — фокальный параметр орбиты; A — азимут светила — сферический угол между плоскостью небесного меридиана КА и плоскостью вертикала* светила; Ψ_0 — путевой угол орбиты, измеряемый между северным направлением меридиана наблюдателя и плоскостью орбиты; ω_c — угловая скорость собственного движения светила; ζ — угол между кругом склонения светила и направлением его собственного движения; β — сферический угол между плоскостью вертикала светила и плоскостью его небесного меридиана.

Как показали исследования [59], аргументы $(A - \Psi_0)$ и $(\zeta - \beta)$

* Под вертикалом светила понимают большой круг небесной сферы, проходящий через зенит, светило и надир (точку, противоположную зениту).

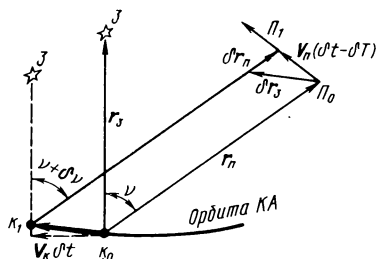


Рис. 10.7. Геометрические соотношения к определению поправки на неточность фиксации момента измерения

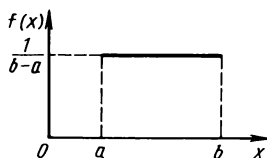


Рис. 10.8. Плотность распределения, отвечающая закону равной вероятности

изменяются по закону равной вероятности, т. е. их плотность распределения вероятностей описывается соотношением

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{при } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{при } x < a \text{ и } x > b \end{cases}$$

и имеет график, изображенный на рис. 10.8. Для данного закона математические ожидания функций $\cos(A - \Psi_0)$ и $\cos(\xi - \beta)$ равны нулю, а их дисперсии равны 0,5.

Для небесных тел с малой угловой скоростью собственного движения можно принять $\omega_c \approx 0$. Тогда соотношение для определения допустимой погрешности фиксации момента измерения в полете будет иметь вид

$$\sigma_t = 0,5 \frac{r^2}{\sqrt{\mu p}} \sigma_{h_\Sigma}, \quad (10.40)$$

где σ_t — средняя квадратичная ошибка (СКО) фиксации момента измерения высоты светила; σ_{h_Σ} — СКО суммарной погрешности измерения высоты светила.

Как следует из проведенных расчетов [59], для космических секстантов, обеспечивающих измерение высот светил с погрешностью менее одной угловой минуты, точность фиксации моментов измерений должна быть не хуже 0,1 с. Такая точность выполнения засечек времени находится на пороге возможностей оператора. Данное обстоятельство вынуждает ставить вопрос об автоматизации астронавигационных измерений, возлагая на измерения, проводимые космонавтом вручную, лишь функции приближенного определения местоположения с целью контроля работы автоматических или автоматизированных систем. Эффективным средством повышения точности определения местоположения либо полного фазового вектора состояния КА в космическом полете является применение методов оптимальной обработки статистической информации. В частности, рекуррентная фильтрация нашла уже достаточно широкое применение при решении многих задач космической навигации.

Применение схемы оптимальной фильтрации обсудим применительно к обработке навигационных измерений для описанной ранее типовой комплексной (радиоастроинерциальной) навигационной космической системы (см. рис. 10.5).

Будем считать, что радионавигационная часть РАИНС осуществляет построение местной вертикали и измеряет расстояние до поверхности Земли. При принятии предположения о сферичности Земли это будет означать, что известно расстояние от КА до центра Земли. Функции астроориентатора ограничим решением задач начальной выставки и коррекции инерциальной системы. Предположим, что ИНС моделирует нормальную земную систему координат, ориентация осей которой (для круговой орбиты КА) совпадает с ОСК. Будем предполагать, что рассматриваемая ИНС не имеет динамических ошибок. На основании сведений, изложенных в гл. 5 (разд. 5.2.2) работы [9], можно считать, что случайные ошибки ИНС формируются в соответствии со схемой, изображенной на рис. 10.9. На рис. приняты следующие обозначения: Δa – погрешность работы акселерометров, обусловленная смещением нуля; ϵ – угловая скорость дрейфа платформы; $\delta\theta$ – векторный угол между осями правильной системы и системы, определяемой вычислительным устройством (при $\Phi = 0$, где Φ – векторное угловое рассогласование между правильной системой и системой, реально моделируемой ГСП); $a = (d^2\mathbf{r}/dt^2)_a$ – ускорение относительно инерциального пространства; $\mathbf{g}$ – вектор гравитационного ускорения; $\mathbf{a}_B$ и $\mathbf{V}_B$ – вычисленные значения векторов ускорения и скорости; d^*/dt – производная относительно сопровождающей системы координат (локальная производная); δ – символ погрешности соответствующего параметра.

С целью упрощения примем, что случайные ошибки вычислений отсутствуют, а дрейф гироскопов ϵ , погрешности акселерометров Δa , ошибки астроориентатора S и датчика горизонта (радиовертикали) H представляют собой случайные процессы, аппроксимируемые стационарными процессами с экспоненциальной корреляционной функцией вида

$$K_x(\tau) = \sigma_x^2 e^{-\alpha|\tau|}, \quad (10.41)$$

где σ_x^2 – дисперсия соответствующей случайной функции, а коэффициент $\alpha > 0$, имеющий размерность, обратную размерности времени, служит характеристикой быстроты убывания корреляционной связи между ординатами случайной функции при увеличении разности аргументов этих ординат τ .

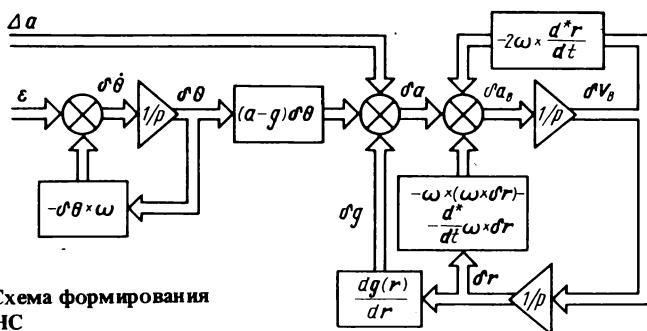


Рис. 10.9. Схема формирования ошибок ИНС

Векторное уравнение ошибок системы запишем в виде

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{w}(t), \quad (10.42)$$

где $\mathbf{x}(t)$ — вектор-столбец ошибок системы размерности (12×1) , имеющий вид

$$\mathbf{x}^T(t) = [\delta\theta_x, \delta\theta_y, \delta\theta_z, \delta r_x, \delta r_y, \delta r_z, \delta V_{Bx}, \delta V_{By}, \delta V_{Bz}, \Delta a_x, \Delta a_y, \Delta a_z];$$

$\mathbf{w}(t)$ — вектор-столбец той же размерности, первые девять элементов которого равны нулю, характеризующий компоненты случайных возмущений, аппроксимируемых коррелированным во времени (окрашенным) шумом, отвечающим (10.41). Как известно [9], модель представления случайного процесса в виде цветного шума требует при оптимальной фильтрации использования формирующего фильтра, отвечающего уравнению

$$\frac{d}{dt} \mathbf{w}(t) = \mathbf{K}_w(t) \mathbf{w}(t) + \boldsymbol{\eta}_1(t), \quad (10.43)$$

где $\mathbf{K}_w(t)$ — матрица коэффициентов усиления формирующего фильтра; $\boldsymbol{\eta}_1(t)$ — белый шум.

В частности, например, следуя (10.43), скорость дрейфа i -го гироскопа следует задать в виде

$$\frac{d}{dt} \epsilon_i(t) = -\alpha_{\epsilon i} \epsilon_i(t) + \sigma_{\epsilon i} \sqrt{2\alpha_{\epsilon i}} n_i(t), \quad (10.44)$$

где $\mathbf{n}(t)$ — порождающий белый шум единичной интенсивности с равным нулю математическим ожиданием и корреляционной функцией $M[\mathbf{n}(t)\mathbf{n}(\tau)] = \delta(t - \tau)$; $\delta(t - \tau)$ — дельта-функция.

Объединение векторов $\mathbf{x}(t)$ и $\mathbf{w}(t)$ в вектор $\mathbf{x}_p^T(t) = [\mathbf{x}(t); \mathbf{w}(t)]$ приводит к получению расширенного вектора состояния размерности 21×1 вида

$$\mathbf{x}_p^T(t) = [\delta\theta_x, \delta\theta_y, \delta\theta_z, \delta r_x, \delta r_y, \delta r_z, \delta V_{Bx}, \delta V_{By}, \delta V_{Bz}, \Delta a_x, \Delta a_y, \Delta a_z, \epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, S_x, S_y, S_z, H_x, H_y, H_z],$$

для которого будет уже справедливо уравнение, содержащее в качестве входного случайного воздействия белый шум. При свободном полете КА по круговой орбите с угловой скоростью ω_0 выходы идеальных акселерометров должны давать нулевой сигнал ($\mathbf{a} - \mathbf{g} = 0$). Однако в силу имеющихся погрешностей их работы, методических ошибок неучета в модели сопротивления верхних слоев атмосферы и флуктуаций гравитационного поля Земли $\Delta a \neq 0$. Учтем далее, что применительно к реализуемой сопровождающей системе координат

$$\omega_x = \omega_y = 0; \quad \omega_z = -\omega, \quad (10.45)$$

а соответственно

$$\frac{d\mathbf{g}(t)}{dt} = \begin{bmatrix} -\omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & -2\omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega^2 \end{bmatrix} \quad (10.46)$$

Для расширенного вектора $x_p(t)$ матрица $A(t) = A = \text{const}$ будет представлять собой матрицу размерности 21×21 , которой соответствует блочная матрица вида

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & 0 & 0 & E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{32} & A_{33} & E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_\epsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_H \end{bmatrix};$$

причем

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\omega & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad A_{32} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3\omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega^2 \end{bmatrix};$$

$$A_{33} = \begin{bmatrix} 0 & -2\omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2\omega & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \alpha_i = \begin{bmatrix} \alpha_{ix} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{iy} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{iz} \end{bmatrix},$$

а E и 0 — единичная и нулевая матрицы размерности 3×3 .

Теперь необходимо конкретизировать уравнение наблюдения

$$y(t) = Cx_p(t). \quad (10.47)$$

Для астроориентатора, по показаниям которого определяются составляющие векторов $\delta\theta$ и S , матрица C размерности 3×21 будет иметь все нулевые элементы, за исключением $c_{11} = c_{22} = c_{33} = c_{116} = c_{217} = c_{318} = 1$.

Применительно к датчику горизонта, по показаниям которого определяется сумма $\delta\theta \times r + \delta r + H$, элементы матрицы C принимают нулевые значения, кроме $c_{12} = -r$; $c_{21} = r$; $c_{14} = c_{25} = c_{26} = c_{119} = c_{220} = c_{321} = 1$.

Приведенные сведения, дополненные начальным значением оцениваемого вектора $\hat{x}(0|0) = \tilde{x}_0$ и начальной ковариационной матрицей ошибок оценивания, дают все необходимые данные для реализации в БЦВМ дискретного фильтра Калмана, полный алгоритм которого, описан, в частности, в [9].

ГЛАВА 11. МАНЕВРЫ СБЛИЖЕНИЯ И ВСТРЕЧА КА НА ОРБИТЕ

Осуществление операции встречи КА на орбите обычно связано с необходимостью управления относительным движением аппаратов, в результате которого создаются условия, требуемые для их совместного полета. Причем под совместным полетом будем понимать как движения при наличии между несколькими КА физического контакта (полет "в связке" или в состыкованном состоянии), так и движение на некотором расстоянии друг от друга (совместный групповой полет). Примером первого

вида совместного полета служит полет связок орбитальной станции (ОС) "Салют", космического корабля (КК) "Союз" и транспортного корабля (ТК) типа "Прогресс", второго — групповой полет КК "Союз-6", "Союз-7" и "Союз-8".

Хотя в общем случае может иметь место управление всеми аппаратами, участвующими в выполнении совместного полета, обычно все же задачу встречи на орбите трактуют как осуществление операции сближения маневрирующего активного КА — транспортного корабля с неманеврирующей, совершающей свободный полет, орбитальной станцией. Осуществление встречи может проводиться либо по схеме сближения непосредственно с участка выведения активного КА на орбиту (прямое выведение), либо по схеме сближения с промежуточной орбиты (орбиты ожидания) [7, 52].

При прямом выведении время запуска и траектория ракеты-носителя выбираются такими, чтобы непосредственно в конце участка выведения были обеспечены требуемые начальные условия сближения КА. Траектория выведения при этом может или располагаться в плоскости орбиты пассивного аппарата (компланарное выведение), или в общем случае не совпадать с этой плоскостью (некомпланарное выведение). Схема прямого выведения накладывает достаточно жесткие ограничения на значения углов некомпланарности (углов между плоскостями орбиты пассивного и траектории активного КА) и на время запуска, определяемое вхождением пассивного КА в район стартовой позиции ракеты-носителя. Поэтому при решении задачи встречи космических объектов предпочтение отдается схеме сближения с использованием промежуточной орбиты. Реализация данной схемы предполагает предварительное выведение активного КА на орбиту ожидания. Разница в периодах обращения аппаратов позволяет выбрать момент начала сближения при наиболее выгодном их взаимном положении. Время, необходимое для достижения этого положения, являющееся функцией времени старта, называют **временем фазирования**.

Обеспечение встречи КА требует высокоточного определения параметров относительного движения сближаемых объектов. Это возможно только при использовании автономных измерительных средств, входящих в состав системы наведения аппаратов, обычно активного КА. Однако дальность действия указанных средств, учитывая допустимые их массы, ограничена. В связи с этим процесс выведения активного КА на объект встречи подразделяют на **этапы дальнего и ближнего наведения**. На этапе дальнего наведения для управления сближением используются данные наземных измерительных средств. Управление сближением КА с помощью наземного КИК основывается на тех же самых принципах, что и выполнение межорбитальных маневров. Этап ближнего наведения начинается с момента обнаружения и захвата по дальности и угловым координатам пассивного аппарата бортовыми измерительными средствами активного КА. Используемые при этом методы наведения принято подразделять на две основные группы;

методы наведения, основанные на использовании законов орбитального движения;

методы наведения, не учитывающие законы орбитального движения аппаратов.

Реализация методов наведения первой группы предполагает известность параметров орбитального движения КА и их относительного состояния, заданного, как правило, в осях ОСК. Получение исходной информации для целей управления, "привязанной" к орбитальной системе координат, начало которой совмещено с центром масс одного из аппаратов, требует ее обработки (как правило, на основе рекуррентной схемы фильтрации) и последующего решения в общем случае краевой двухточечной задачи, вытекающей из условия выполнения процесса встречи для заданных начальных условий относительного движения. В результате решения находятся значения импульсов скорости, формирующих траекторию сближения в виде нескольких активных участков малой продолжительности, разделенных длительными участками свободного полета. Методы наведения первой группы следует считать наиболее экономичными, однако техническая реализация их сопряжена со значительными трудностями. В меньшей степени отмеченный недостаток присущ методам наведения второй группы. Их бортовая реализация предполагает наличие информации об относительном состоянии объектов, получаемой по результатам измерений дальности, радиальной скорости и угловой скорости линии визирования. Целесообразность записи уравнений движения через перечисленные выше измеряемые параметры относительного движения приводит к использованию в качестве отсчетной базы лучевой или визирной системы координат.

Принятие допущения об отсутствии относительного гравитационного ускорения эквивалентно рассмотрению процесса сближения в безгравитационном пространстве. Поэтому методы наведения второй группы называют также методами наведения в безгравитационном пространстве. Кинематическая сущность их остается той же, что и для методов наведения управляемых снарядов, реализующих принцип самонаведения [9]. Однако применение этих методов в условиях космического пространства для решения задач встречи КА сопряжено со следующими особенностями:

осуществление орбитальной встречи предполагает, как правило, регулирование скорости движения, что не требуется при наведении управляемого снаряда на цель;

необходимая для удержания снаряда на траектории наведения перегрузка обеспечивается за счет работы аэродинамических органов управления, тогда как в условиях космического пространства она формируется за счет непосредственных затрат топлива, что выдвигает требование выбора наиболее экономичного метода наведения из числа известных.

Многочисленные исследования дали основание считать, что наиболее перспективным методом самонаведения для задач встречи КА является метод параллельного сближения (точнее, его разновидность), при котором угловая скорость линии визирования относительно фиксированной базы поддерживается близкой к нулевой в течение всего времени сближения. При этом ориентация линии визирования может задаваться либо относительно инерциального базиса (инерциальное параллельное сближение), либо относительно ОСК (орбитальное параллельное сближение).

Для обеспечения мягкой встречи КА после этапа ближнего наведения следует участок причаливания, завершающийся механической стыковкой аппаратов при близкой к нулю величине относительной скорости. Навигационные аспекты процесса встречи аппаратов в условиях космического пространства мало отличаются от соответствующих аспектов наведения ракет. Имеющиеся отличия связаны, главным образом, с возможностью привлечения более полного информационного обеспечения при решении навигационных задач и особенностями реализуемых базисных направлений.

11.1. УРАВНЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ КА

Рассмотрим движения пассивного и активного КА в процессе их сближения, пренебрегая возмущениями от несферичности Земли, а также возмущающими факторами более высокого порядка малости. При математическом описании процесса параметры движения активного КА обозначим индексом "а". Дифференциальные уравнения аппаратов в векторной форме относительно базовой инерциальной системы координат будут иметь вид

$$\frac{d^2}{dt^2} \mathbf{r} + \frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} = \mathbf{a}; \quad (11.1)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} \mathbf{r}_a + \frac{\mu}{r_a^3} \mathbf{r}_a = \mathbf{a}_a; \quad (11.2)$$

где $\mathbf{a}$ и $\mathbf{a}_a$ — управляющие ускорения пассивного и активного КА.

Приведенные выражения соответствуют случаю одновременного управления движением каждого из аппаратов. Как уже отмечалось, в наиболее распространенном случае стыковки транспортного аппарата с орбитальной станцией $\mathbf{a} = 0$, поэтому уравнение (11.1) целесообразно представить в виде

$$\frac{d^2}{dt^2} \mathbf{r} + \frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} = 0. \quad (11.3)$$

Полностью описывая исследуемый процесс в рамках принятых предположений, рассматриваемая модель, однако, является не совсем удобной из-за достаточно большой размерности пространства управляемых движений n (размерность вектора состояния каждого аппарата равна 6). Число n может быть уменьшено в результате рационального подбора переменных состояния. Стандартным приемом уменьшения размерности является переход к рассмотрению относительного движения.

Для этого вычтем почленно из (11.2) уравнение (11.1). В результате получим

$$\frac{d^2}{dt^2} (\mathbf{r}_a - \mathbf{r}) + \mu \left(\frac{\mathbf{r}_a}{r_a^3} - \frac{\mathbf{r}}{r^3} \right) = \mathbf{a}_a - \mathbf{a}. \quad (11.4)$$

Введем в рассмотрение вектор относительной дальности $\mathbf{D} = \mathbf{r}_a - \mathbf{r}$. Тогда

$$\frac{d^2}{dt^2} \mathbf{D} - \mu \left(\frac{\mathbf{r}}{r^3} - \frac{\mathbf{r}_a}{r_a^3} \right) = \mathbf{a}_a - \mathbf{a}. \quad (11.5)$$

Или после относительно несложных преобразований, связанных с заменой $\mathbf{r}_a$ его выражением, получим

$$\frac{d^2}{dt^2} \mathbf{D} - \frac{\mu}{r^3} [\mathbf{r} - (\mathbf{r} + \mathbf{D})] \left(1 + \frac{D^2}{r^2} + 2 \frac{\mathbf{r} \mathbf{D}}{r^2} \right)^{-\frac{3}{2}} = \mathbf{a}_a - \mathbf{a}. \quad (11.6)$$

Данное уравнение является существенно нелинейным, что затрудняет его практическое использование. Вместе с тем нетрудно заметить, что для этапа ближнего наведения $D/r \ll 1$. Указанное обстоятельство дает основание записать уравнение относительного движения КА с точностью до малых величин второго порядка в следующей форме

$$\frac{d^2}{dt^2} \mathbf{D} - \mu \frac{\mathbf{D}}{r} \left(3 \frac{\mathbf{r} \mathbf{r}^T}{r^2} - 1 \right) = \mathbf{a}_a - \mathbf{a}, \quad (11.7)$$

где τ — индекс транспонирования вектора.

Для получения скалярных уравнений относительного движения КА воспользуемся ОСК, связанной с пассивным КА, при каноническом ортонормировании ее осей (рис. 11.1).

На рисунке обозначено: $\dot{\chi} = \omega$ — угловая орбитальная скорость пассивного КА; точкой — O — центр поля сил притягивающего тела. Выражение (11.5) в ОСК может быть представлено в виде

$$\mu \left[\frac{\mathbf{r}}{r^3} - \frac{\mathbf{r}_a}{r_a^3} \right] = \ddot{\mathbf{D}} + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{D}} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{D}) + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{D} - (\mathbf{a}_a - \mathbf{a}). \quad (11.8)$$

Скалярная форма этого уравнения записывается как

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \frac{\mu x}{r_\Phi^3} - \ddot{\chi} y - 2\dot{\chi} \dot{y} - \dot{\chi}^2 x &= a_x; \\ \ddot{y} + \frac{\mu(r+y)}{r_\Phi^3} - \frac{\mu}{r_\Phi^2} - \dot{\chi}^2 y + \ddot{\chi} x + 2\dot{\chi} \dot{x} &= a_y; \\ \ddot{z} + \frac{\mu z}{r_\Phi^3} &= a_z, \end{aligned} \quad (11.9)$$

где приняты следующие обозначения: $r_\Phi = [x^2 + (y+r)^2 + z^2]^{1/2}$; a_i — проекции векторной разности $(\mathbf{a}_a - \mathbf{a})$ на оси ОСК. Линеаризация (11.8) при аналогичной предыдущему исходной предпосылке $D/r \ll 1$, приводит непосредственно к получению выражения

$$\mu \frac{\mathbf{D}}{r^3} \left[3 \frac{\mathbf{r} \mathbf{r}^T}{r^2} - 1 \right] = \ddot{\mathbf{D}} - 2\boldsymbol{\omega} \dot{\mathbf{D}} + (\boldsymbol{\omega}^2 - \dot{\boldsymbol{\omega}}) \mathbf{D} - (\mathbf{a}_a - \mathbf{a}), \quad (11.10)$$

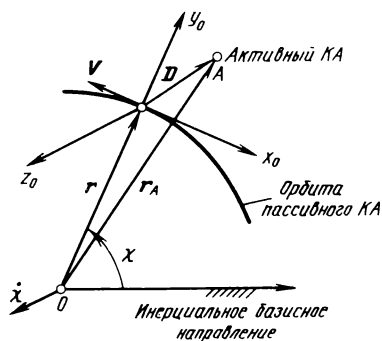


Рис. 11.1. Орбитальная система координат, связанная с пассивным КА

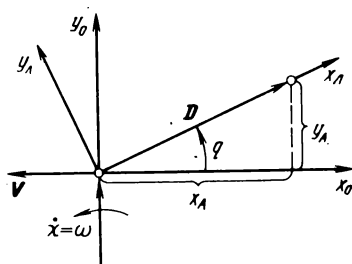


Рис. 11.2. Схема, поясняющая получение уравнений движения относительно лучевой системы координат

скалярным аналогом которого является система вида

$$\begin{aligned} \ddot{x} - 2\dot{y}\omega + \omega^2(rp^{-1} - 1)x - y\dot{\omega} &= a_x; \\ \ddot{y} + 2\dot{x}\omega - \omega^2(2rp^{-1} + 1)y + x\dot{\omega} &= a_y; \\ \ddot{z} + \omega^2rp^{-1}z &= a_z, \end{aligned} \quad (11.11)$$

где p — фокальный параметр эллиптической орбиты.

Для случая круговой орбиты пассивного КА $r = p$ и $\omega = \text{const}$, поэтому система (11.11) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \ddot{x} - 2\dot{y}\omega &= a_x; \\ \ddot{y} + 2\dot{x}\omega - 3\omega^2y &= a_y; \\ \ddot{z} + \omega^2z &= a_z. \end{aligned} \quad (11.12)$$

Анализ уравнений системы (11.12) дает основание считать, что боковое движение является независимым от движения в плоскости орбиты.

При выводе дифференциальных уравнений движения, записанных в осях лучевой системы координат (ЛСК), положим для простоты, что плоскость сближения совпадает с плоскостью орбиты цели (рис. 11.2).

Лучевая система координат (ЛСК) имеет следующую ориентацию своих осей: ось x_L направлена по линии визирования в направлении сближаемого (сближающегося) объекта; ось z_L — совпадает с направлением угловой скорости линии визирования $\dot{q}$, ось y_L дополняет систему до правой. Переходя от декартовых координат к полярным, получим:

$$x = D \cos q; \quad y = D \sin q. \quad (11.13)$$

Здесь D и q являются функциями времени.

Продифференцируем (11.13) дважды по t . В результате найдем

$$\dot{x} = \dot{D} \cos q - D \dot{q} \sin q; \quad \dot{y} = \dot{D} \sin q + D \dot{q} \cos q; \quad (11.14)$$

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \ddot{D} \cos q - 2\dot{D} \dot{q} \sin q - D \ddot{q} \sin q - D \dot{q}^2 \cos q; \\ \ddot{y} &= \ddot{D} \sin q + 2\dot{D} \dot{q} \cos q + D \ddot{q} \cos q - D \dot{q}^2 \sin q. \end{aligned} \quad (11.15)$$

Умножим первое уравнение (11.15) на $\cos q$, а второе — на $\sin q$ и почленно сложим их

$$\ddot{x}\cos q + \ddot{y}\sin q = \ddot{D} - D\dot{q}^2. \quad (11.16)$$

Кроме того, умножим первое уравнение (11.15) на $\sin q$, а второе на $\cos q$ и произведем почленное вычитание так, чтобы уменьшаемым было второе уравнение

$$\ddot{y}\cos q - \ddot{x}\sin q = 2\dot{D}\dot{q} + D\ddot{q}. \quad (11.17)$$

Подставим в (11.16) и (11.17) значения $\ddot{x}$ и $\ddot{y}$ из первых двух уравнений системы (11.12)

$$\ddot{D} - D\dot{q}^2 = 2\omega\dot{y}\cos q + a_x\cos q + 3\omega^2 y\sin q - 2\omega\dot{x}\sin q + a_y\sin q. \quad (11.18)$$

$$2\dot{D}\dot{q} + D\ddot{q} = 3\omega^2 y\cos q - 2\omega\dot{x}\cos q + a_y\cos q - 2\omega\dot{y}\sin q - a_x\sin q. \quad (11.19)$$

Будем иметь в виду, что

$a_x\cos q + a_y\sin q = a_D$ — проекция вектора управляющего ускорения на линию визирования;

$a_y\cos q - a_x\sin q = \dot{a}_q$ — проекция вектора управляющего ускорения на нормаль к линии визирования

и, кроме того, $3\omega^2 y\sin q = 3\omega^2 D\sin^2 q$; $3\omega^2 y\cos q = 3\omega^2 D\sin q\cos q = 1,5\omega^2 D\sin 2q$.

С учетом изложенного, уравнения (11.18) и (11.19) примут вид

$$\ddot{D} - D\dot{q}^2 - 2\omega D\dot{q} - 3\omega^2 D\sin^2 q = a_D; \quad (11.20)$$

$$D\ddot{q} + 2\dot{D}\dot{q} + 2\omega\dot{D} - 1,5\omega^2 D\sin 2q = \dot{a}_q.$$

Система (11.20) описывает относительное движение активного КА в полярной системе координат, начало которой совпадает с центром масс пассивного КА, находящегося на круговой орбите ($\omega = \text{const}$).

Для написания уравнений связи параметров, измеряемых бортовым координатором и задаваемых в ЛСК с фазовыми координатами, определяемыми в ОСК, рассмотрим рис. 11.3. Из рисунка следует, что начало ОСК в данном случае совпадает с центром масс активного КА. Кроме того, будем полагать, что ось ox , лежащая в плоскости орбиты, направлена вперед по направлению движения.

Очевидно, что искомые уравнения связи будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} D &= (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}; \\ \dot{D} &= (x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z})(x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2}; \\ \beta &= \arctg(y/x); \\ \dot{\beta} &= (y\dot{x} - x\dot{y})(x^2 + y^2)^{-1}; \\ q &= \arctg[z(x^2 + y^2)^{-1/2}]; \\ \dot{q} &= [(x^2 + y^2)^{3/2}\dot{z} - xz(x^2 + y^2)^{1/2}\dot{x} - \\ &\quad - yz(x^2 + y^2)^{1/2}\dot{y}][(x^2 + y^2 + z^2)z^2]^{-1}. \end{aligned} \quad (11.21)$$

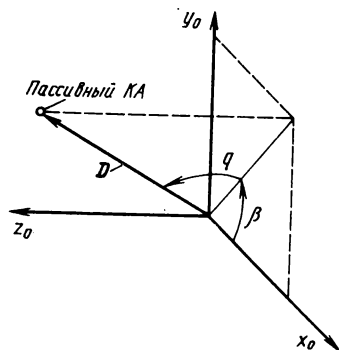


Рис. 11.3. Схема определения соотношения параметров движения в орбитальной и лучевой системах координат, связанных с активным КА

Вернемся теперь вновь к рассмотрению уравнений (11.20). Введя допущения, что задача сближения решается в однородном поле тяготения, исключим из рассмотрения эффекты орбитального движения. Тогда получим

$$\begin{aligned}\ddot{D} - D\dot{q}^2 &= a_D; \\ D\ddot{q} + 2\dot{D}\dot{q} &= a_q.\end{aligned}\tag{11.22}$$

Заметим, что к числу рациональных с точки зрения минимизации энергетических затрат схем сближения относятся схемы обратного и прямого догона. Согласно этим схемам точка выведения активного КА в зону ближнего наведения выбирается так, чтобы орбитальная станция находилась впереди (сзади) по курсу на более высокой (более низкой) орбите. Тогда за счет разницы в значениях орбитальных скоростей будет иметь место естественное сближение КА вдоль линии визирования без формирования составляющей управляющего ускорения a_D . В этом случае при реализации метода параллельного сближения управление сводится, главным образом, к поддержанию значения угловой скорости линии визирования у нулевых значений за счет составляющей a_q .

Таким образом, для рассматриваемых схем имеем

$$\begin{aligned}\ddot{D} - D\dot{q}^2 &= 0; \\ D\ddot{q} + 2\dot{D}\dot{q} &= a_q.\end{aligned}\tag{11.23}$$

Линеаризация его относительно параметров невозмущенной траектории приводит к получению канонической формы уравнения состояния $\frac{d}{dt}\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t)$ при следующих значениях элементов векторов-столбцов и матриц:

$$\mathbf{x}^T(t) = [x_1, x_2, x_3, x_4] = [\Delta D, \Delta \dot{D}, \Delta q, \Delta \dot{q}]\tag{11.24}$$

$$\mathbf{u}^T(t) = [u_1, u_2] = [0, a_q].\tag{11.25}$$

$$\begin{aligned}a_{11} &= a_{13} = a_{14} = a_{22} = a_{23} = a_{31} = a_{32} = a_{33} = a_{43} = 0; \\ a_{12} &= 1; a_{21} = \dot{q}_*^2; a_{24} = 2D_*\dot{q}_*; a_{34} = 1; a_{41} = 2 \frac{\dot{D}_*\dot{q}_*}{D_*^2}; \\ a_{42} &= -2\dot{q}_*D_*^{-1}; a_{44} = -2\dot{D}_*D_*^{-1}; b_{42} = D_*^{-1}; \\ b_{11} &= b_{12} = b_{21} = b_{22} = b_{31} = b_{32} = b_{41} = 0.\end{aligned}\tag{11.26}$$

Здесь звездочкой обозначены параметры движения, отвечающие движению по невозмущенной траектории.

11.2. НАЧАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ВСТРЕЧИ

Использование для решения задачи встречи КА орбиты ожидания приводит к необходимости специального рассмотрения вопроса [52] об обеспечении требуемых начальных условий по начальной фазе, т. е. угловому

расстоянию между ОС и ТК в момент выхода последнего на орбиту (или на какой-нибудь иной заданный момент времени) .

Весьма важным моментом баллистического решения задачи встречи КА является выбор параметров орбиты стыковки, иначе называемой **монтажной орбиты**. Процессы управления движением на этапах дальнего и ближнего наведения значительно упрощаются, если в качестве монтажной орбиты выбирается круговая орбита. После определения монтажной орбиты осуществляется перевод пассивного аппарата на нее, если параметры его начальной орбиты существенно отличаются от требуемых. Так, для обеспечения стыковки на монтажные орбиты переводились ОС "Салют-5" и "Салют-6". В программе ЭПАС [6] роль ОС выполнял КК "Союз-19" с космонавтами А. Леоновым и В. Кубасовым. При этом в качестве номинальной монтажной орбиты была выбрана квазикруговая орбита с высотой в восходящем и нисходящем узлах 225 км и наклонением $51,8^\circ$.

Очевидно, что с целью минимизации энергетических затрат на последующее наведение целесообразно азимут и время старта выводимого на орбиту ожидания ТК выбирать так, чтобы после окончания участка выведения орбиты ТК и ОС оказались бы компланарными. Это может быть обеспечено за счет выбора времени старта, при котором обеспечивается равенство долготы восходящего узла орбиты ТК (Ω_1) с долготой восходящего узла орбиты ОС (Ω_2) . Это требование теоретически удовлетворяется всегда, по крайней мере один раз в сутки.

Если Ω_1 и Ω_2 — соответствующие долготы, отвечающие старту ТК в момент времени t , то время старта, обеспечивающее совмещение узлов орбит аппаратов, будет определяться как

$$t_{ст} = t = \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\omega_3}, \quad (11.27)$$

где ω_3 — угловая скорость вращения Земли.

При наличии задержки старта на время Δt долготы восходящих узлов орбит не совпадут, вследствие чего даже при номинально одинаковых наклонениях плоскости орбит пересекутся под некоторым углом, вычисляемым по формуле

$$\cos i_t = \sin i_1 \sin i_2 \cos \Delta\Omega + \cos i_1 \cos i_2, \quad (11.28)$$

$$\text{где } \Delta\Omega = \Omega_2 - \Omega_1 = -\omega_3 \Delta t. \quad (11.29)$$

Для совмещения плоскостей орбит в этом случае потребуется дополнительное сообщение ТК бокового импульса, равного в первом приближении

$$\Delta V_z \approx V \omega_3 \Delta t \sin i_1, \quad (11.30)$$

где V — орбитальная скорость ОС; i_1 — угол наклонения орбиты ТК. Для указанных выше значений высоты и наклонения монтажной орбиты (225 км и $51,8^\circ$)

$$V \omega_3 \sin i_1 \approx 0,44 \text{ м/с}^2.$$

Таким образом, компенсация задержки старта на 1 с потребует для рассматриваемого случая бокового импульса, равного $0,44 \text{ м/с}$.

При обеспечении компланарной орбиты ожидания для определения начальной фазы должна быть указана программа сближения: время (аргумент широты) встречи, номера витков, на которых разрешается проведение маневров, схема и тип маневров и т. д. [52] .

11.3. БЛИЖНЕЕ НАВЕДЕНИЕ С УЧЕТОМ ДЕЙСТВИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ГРАВИТАЦИОННОГО УСКОРЕНИЯ

Учитывая то обстоятельство, что монтажная квазикруговая орбита ОС обладает определенными преимуществами по сравнению с эллиптическими, а также то, что выполнение маневров на этапе ближнего наведения осуществляется на сравнительно небольших относительных расстояниях ($D/r \ll 1$), для решения многих задач встречи представляется оправданным использование уравнений типа (11.12). Решение их при условии $a = \text{const}$ на интервале коррекции может быть получено в форму (9.8).

Пусть Ψ_a — угол в момент включения КДУ, образованный проекцией вектора тяги на плоскость движения и положительным направлением оси o_0x_0 ОСК, а θ_a — угол между вектором тяги и его проекцией на плоскость движения. Тогда, обозначив в (9.8) произведение $\Phi(\tau - \tau_1)\mathbf{B}(\tau_1) = \mathbf{Q}(\tau_1)$, представим элементы вектор-столбца $\mathbf{Q}(\tau_1)$, необходимые для получения решения исходного уравнения с учетом работы двигательной установки, в виде

$$\begin{aligned} q_1 &= \left[\frac{4 \cos \Psi_a}{\omega^2} (1 - \cos \omega \tau) - \frac{2 \sin \Psi_a}{\omega} \left(\frac{\sin \omega \tau}{\omega} + \tau \right) + \frac{3}{2} \tau^2 \cos \Psi_a \right] \cos \theta_a; \\ q_2 &= [2\omega^{-1} \sin \Psi_a (1 - \cos \omega \tau) - \omega^{-1} \cos \Psi_a (3\omega \tau - 4 \sin \omega \tau)] \cos \theta_a; \\ q_3 &= [\sin \Psi_a (1 - \cos \omega \tau) - 2 \cos \Psi_a (\omega \tau - \sin \omega \tau)] \omega^{-2} \cos \theta_a; \\ q_4 &= [\sin \Psi_a \sin \omega \tau - 2 \cos \Psi_a (1 - \cos \omega \tau)] \omega^{-1} \cos \theta_a; \\ q_5 &= (1 - \cos \omega \tau) \omega^{-2} \sin \theta_a; \quad q_6 = \omega^{-1} \sin \omega \tau \sin \theta_a. \end{aligned} \quad (11.31)$$

Для вектора-столбца фазовых координат вида

$$\mathbf{x}^T(t) = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6],$$

где $x_1 = x$; $x_2 = \dot{x}$; $x_3 = y$; $x_4 = \dot{y}$; $x_5 = z$; $x_6 = \dot{z}$, элементы матрицы $\Phi(\tau)$ принимают следующие значения:

$$\begin{aligned} f_{11} &= 1; \quad f_{12} = 4\omega^{-1} \sin \omega \tau - 3\tau; \quad f_{13} = 6(\omega \tau - \sin \omega \tau); \\ f_{14} &= 2\omega^{-1} (1 - \cos \omega \tau); \quad f_{22} = 4 \cos \omega \tau - 3; \\ f_{23} &= 6\omega (1 - \cos \omega \tau); \quad f_{24} = 2 \sin \omega \tau; \\ f_{32} &= -2\omega^{-1} (1 - \cos \omega \tau); \quad f_{33} = 4 - 3 \cos \omega \tau; \\ f_{34} &= \omega^{-1} \sin \omega \tau; \quad f_{42} = -2 \sin \omega \tau; \quad f_{43} = 3 \omega \sin \omega \tau; \\ f_{44} &= \cos \omega \tau; \quad f_{55} = \cos \omega \tau; \quad f_{56} = \omega^{-1} \sin \omega \tau; \\ f_{65} &= -\omega \sin \omega \tau; \quad f_{66} = \cos \omega \tau; \quad f_{15} = f_{16} = f_{21} = f_{25} = f_{26} = f_{31} = f_{35} = \\ &= f_{36} = f_{41} = f_{45} = f_{46} = f_{51} = f_{52} = f_{53} = f_{54} = f_{61} = f_{62} = f_{63} = f_{64} = 0. \end{aligned} \quad (11.32)$$

Осуществив подстановку в (9.8) с учетом (11.32) первого, третьего и пятого уравнений (11.31) и произведя замену, имея в виду, что $a \cos \theta_a \cos \Psi_a = a_x$; $a \cos \theta_a \sin \Psi_a = a_y$ и $a \sin \theta_a = a_z$, получим окончательно

$$x(\tau) = -\left(\frac{2\dot{y}_0}{\omega} + \frac{4a_x}{\omega^2}\right) \cos \omega \tau + \left(\frac{4\dot{x}_0}{\omega} - 6y_0 - \frac{2a_y}{\omega^2}\right) \sin \omega \tau - (3\dot{x}_0 - 6\omega y_0 - 2a_y \omega^{-1}) \tau + x_0 + 2\dot{y}_0 \omega^{-1} + 4a_x \omega^{-2} - 1,5 a_x \tau^2; \quad (11.33)$$

$$y(\tau) = (\dot{y}_0 \omega^{-1} - 2a_x \omega^{-2}) \sin \omega \tau + (2\dot{x}_0 \omega^{-1} - 3y_0 - a_y \omega^{-2}) \cos \omega \tau - 2a_x \tau \omega^{-1} - 2\dot{x}_0 \omega^{-1} + 4y_0 + a_y \omega^{-2}; \quad (11.34)$$

$$z(\tau) = \dot{z}_0 \omega^{-1} \sin \omega \tau + (z_0 - a_z \omega^{-2}) \cos \omega \tau + a_z \omega^{-2}. \quad (11.35)$$

Таким образом, получены все исходные зависимости для построения алгоритма метода свободных траекторий.

Идеальный вариант его реализации, предполагающий импульсное приращение скорости, если не накладывать ограничений на условия встречи, требует проведения лишь одной коррекции.

Составляющие вектора требуемой скорости на момент окончания проведения импульсной коррекции определяются из условия равенства нулю x_1 , x_3 и x_5 , вычисляемых с учетом (11.32) для участка свободного полета при заданном времени сближения T . Соответствующие расчетные зависимости имеют вид

$$\dot{x}_{\text{тр}} = \omega \frac{x_0 \sin \omega T + y_0 [6\omega T \sin \omega T - 14(1 - \cos \omega T)]}{3\omega T \sin \omega T - 8(1 - \cos \omega T)}; \quad (11.36)$$

$$\dot{y}_{\text{тр}} = \omega \frac{2x_0(1 - \cos \omega T) + y_0 [4 \sin \omega T - 3\omega T \cos \omega T]}{3\omega T \sin \omega T - 8(1 - \cos \omega T)}; \quad (11.37)$$

$$\dot{z}_{\text{тр}} = \omega z_0 \operatorname{ctg} \omega T. \quad (11.38)$$

Более корректное решение [17] предполагает необходимость учета продолжительности участка коррекции τ_1 . Координаты сближаемого КА и их производные (компоненты вектора $x(\tau)$) на момент окончания этапа коррекции определяются из уравнения (9.8) с учетом известных значений матриц $\Phi(\tau)$ и $Q(\tau_1) = \Phi(\tau - \tau_1)B(\tau_1)$ при замене в выражениях их элементов τ на τ_1 .

Координаты активного КА после проведения коррекции рассчитываются по соотношениям:

$$x(\tau) = x_1 - 2\dot{y}_1 \omega^{-1} [\cos \omega (T - \tau_1) - 1] + 6y_1 [\sin \omega (T - \tau_1) - \omega (T - \tau_1)] + \dot{x}_1 \omega^{-1} [4 \sin \omega (T - \tau_1) - 3\omega (T - \tau_1)]; \quad (11.39)$$

$$y(\tau) = y_1 [4 - 3 \cos \omega (T - \tau_1)] + \dot{y}_1 \omega^{-1} \sin \omega (T - \tau_1) + 2\dot{x}_1 \omega [1 - \cos \omega (T - \tau_1)]; \quad (11.40)$$

$$z(\tau) = z_1 \cos \omega (T - \tau_1) + \dot{z}_1 \omega^{-1} \sin \omega (T - \tau_1). \quad (11.41)$$

Требуемые значения скорости определяются по уравнениям (11.36), (11.37) и (11.38) при замене компонент вектора-столбца x_0 на x_1 и T на $(T - \tau_1)$. Выбор рациональной величины времени сближения T позволяет минимизировать энергетические затраты на сближение в рамках рассматриваемого метода [16].

Обеспечение встречи с ограниченными (в пределе нулевыми) значениями скоростей в момент контакта требует приложения второго импульса, сообщаемого в конце участка для выравнивания скоростей КА.

Достоинством двухимпульсной схемы метода свободных траекторий при условии реализации ее в пределах интервала времени, не превосходящего половины периода обращения ОС по монтажной орбите, является его абсолютная энергетическая оптимальность, т. е. по сравнению с любым другим способом реализации процесса встречи данный способ требует минимальных затрат топлива.

Следует иметь в виду, однако, что практическая возможность использования двухимпульсной схемы в ее классическом варианте весьма маловероятна. Это связано с неизбежными ошибками в определении и формировании корректирующих импульсов (см. гл. 9 настоящего раздела).

В этом смысле заслуживает внимания так называемый метод "затухающего перехвата" [7, 55]. Этот метод, хотя и использует расчетные зависимости метода свободных траекторий, существенно отличается от последнего тем, что реализация корректирующих управлений осуществляется в нем либо непрерывно, либо с помощью большого числа импульсов, количество которых выбирается таким, что требуемые конечные условия встречи (по скорости) реализуются без дополнительного сообщения КА тормозного импульса.

11.4. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДОВ БЛИЖНЕГО НАВЕДЕНИЯ БЕЗ УЧЕТА ДЕЙСТВИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ГРАВИТАЦИОННОГО УСКОРЕНИЯ

Предварительно дадим несколько определений, широко используемых при решении задач сближения в предположении об отсутствии относительного гравитационного ускорения (сближение в безгравитационном пространстве). Будем понимать под относительной скоростью $V_{отн}$ вектор скорости активного КА по отношению к пассивному аппарату. Тогда плоскость, образованная векторами относительной скорости и относительной дальности D , будет представлять собой плоскость сближения, а минимальное расстояние h , которое будет иметь место при сближении КА в случае их движения в этой плоскости в соответствии с заранее введенной гипотезой о используемом законе, будет называться прогнозируемым пролетом либо промахом.

Реализация метода параллельного сближения, относящегося к числу наиболее рациональных методов наведения в космическом пространстве, связана с некоторыми особенностями.

Суть их в том, что условие метода $\dot{q} = 0$ при наведении КА в космическом пространстве не выполняется. Угловая скорость линии визирования $\dot{q}$ в процессе сближения оказывается отличной от нуля, хотя изменение ее и происходит в малом диапазоне. Поэтому для более точного отображения характера реального относительного движения объектов целесообразно принять $\dot{q} = \text{const}$ в пределах ограниченного диапазона регулирования. Управление угловой скоростью линии визирования осуществля-

ется при ориентации управляющего ускорения по нормали к ней, т. е. за счет a_q . Рассмотрение относительного движения КА с $\dot{q} \neq \text{const}$ имеет смысл не только с точки зрения более реальной модели процесса, но и с точки зрения анализа его, как самостоятельного метода. Это не означает, однако, что исследование классических предпосылок метода параллельного сближения применительно к условиям космического пространства лишено смысла. Учет динамики объекта во многих случаях излишне усложняет используемую модель, делает ее малоинформативной с позиций качественного анализа. Поэтому исследование кинематических алгоритмов процесса сближения при $\dot{q} = 0$ представляет определенный интерес и ему должно быть уделено соответствующее внимание. Положим в первом уравнении системы (11.23) $\dot{q} = 0$.

В результате указанное уравнение превратится в равенство $\frac{d^2}{dt^2}D = 0$, интегрирование которого приводит к получению зависимости

$$D = D_0 + \dot{D}_0 t. \quad (11.42)$$

Подставив (11.42) во второе уравнение (11.23), найдем

$$\ddot{q} + \frac{2\dot{D}\dot{q}}{D_0 + \dot{D}_0 t} = \frac{a_q}{D_0 + \dot{D}_0 t}. \quad (11.43)$$

Решение (11.43) методом вариации постоянной дает [41]

$$\dot{q} = \frac{1}{D^2} [a_q (D_0 t + \dot{D}_0 \frac{t^2}{2}) + \dot{q}_0 D_0^2]. \quad (11.44)$$

При $a_q = \text{const}$ $\dot{q}D = a_q t$, поэтому

$$a_q t = \frac{1}{D} [a_q (D_0 t + \dot{D}_0 \frac{t^2}{2}) + \dot{q}_0 D_0^2]$$

или окончательно

$$a_q = \frac{\dot{q}_0 D_0^2}{(D - D_0)t - 0,5\dot{D}_0 t^2}. \quad (11.45)$$

Имея в виду, что $\Delta V_{\text{хар}} = \int_0^t a_q dt$, нетрудно определить энергетические затраты на реализацию процесса сближения (при $t = t_K$) в рамках рассматриваемой постановки задачи.

С учетом очевидных соотношений (рис. 11.4) $\dot{D}_0 = -V_{\text{отн}} \cos q_0$; $D_0 \dot{q}_0 = V_{\text{отн}} \sin q_0$ и условия окончания маневра $Dq = 0$ может быть найдено и время продолжительности маневра встречи t_K .

Следует отметить, что приведенный выше кинематический алгоритм процесса сближения естественно будет несколько видоизменяться в зависимости от реализуемых вариантов конструктивной схемы аппарата, определяющей принцип формирования управляющих воздействий, и от принятого закона управления.

В этом смысле представляет интерес рассмотрение двух возможных модификаций реализации процесса сближения КА с продольным двигателем ($a_D \neq 0$).

Применительно к первому случаю будем рассматривать конструктивную схему активного КА, в которой не предусмотрено наличие боковых двигателей, формирующих управляющие ускорения по нормали к линии визирования. При этом, естественно, напрашивается мысль о необходимости переориентации КА (а следовательно, и его жестко установленной относительно корпуса двигательной установки) в процессе движения. В этом случае принципиально возможна реализация двух вариантов схем сближения:

схемы с последовательным устранением пролета (мгновенного промаха) и скорости сближения;

схемы с одновременным устранением пролета и скорости сближения.

Для первой из указанных схем (в идеальной постановке) сначала ориентируют тягу продольного двигателя по нормали к начальному положению линии визирования и устраняют пролет, затем осуществляют переориентацию двигательной установки и формируют управляющее ускорение вдоль линии визирования.

Для второй из указанных схем ориентация вектора тяги двигательной установки при каждом ее включении выбирается такой, чтобы осуществить одновременное уменьшение пролета и относительной дальности при последовательном уменьшении скорости сближения. Для метода наведения при постоянной угловой скорости линии визирования системы (11.23) преобразуется к виду

$$\begin{aligned}\ddot{D} - D\dot{q}^2 &= 0; \\ 2D\dot{q} &= a_q.\end{aligned}\tag{11.46}$$

Интегрируя первое уравнение (11.46), найдем, что

$$\dot{D}^2 - D^2\dot{q}^2 = c,\tag{11.47}$$

где постоянная интегрирования $c = \dot{D}_0^2 - D_0^2\dot{q}^2$.

Перепишем (11.47), представив его в форме

$$\left(\frac{dD}{dq}\right)^2 - D^2 = \frac{c}{q^2}.\tag{11.48}$$

Из рассмотрения треугольника КОВ (рис. 11.5) и треугольника скоростей, образованного катетами D_0 и qD_0 , следует [52], что

$$\left(\frac{\dot{D}_0}{q}\right)^2 = D_0^2(k-1),\tag{11.49}$$

где $k = D_0 h_0^{-1}$.

Тогда, имея в виду (11.48), получим

$$\left(\frac{dD}{dq}\right)^2 - D^2 = D_0^2(k^2 - 2)\tag{11.50}$$

или в безразмерной форме при принятии обозначения $\tilde{r} = D/D_0$

$$\left(\frac{d\tilde{r}}{dq}\right)^2 - \tilde{r}^2 = k^2 - 2.\tag{11.51}$$

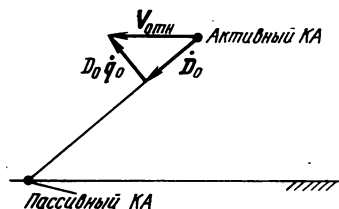


Рис. 11.4. Параметры относительного движения сближаемых КА

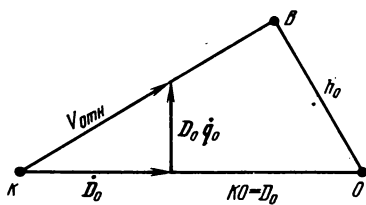


Рис. 11.5. Начальные условия сближения в безгравитационном поле

Отсюда выражение безразмерной радиальной скорости будет иметь вид

$$\frac{d\tilde{r}}{dq} = \pm \sqrt{\tilde{r}^2 + k^2 - 2}. \quad (11.52)$$

Разделив переменные, в результате повторного интегрирования можно получить

$$q - q_0 = \ln \frac{1 + \sqrt{k^2 - 1}}{\tilde{r} + \sqrt{\tilde{r}^2 + k^2 - 2}}; \quad (11.53)$$

$$\tilde{r} = \frac{1}{2} \left[\frac{1 + \sqrt{k^2 - 1}}{\exp[\pm(q - q_0)]} - \frac{(k^2 - 2) \exp[\pm(q - q_0)]}{1 + \sqrt{k^2 - 1}} \right]. \quad (11.54)$$

Знак "плюс" в правой части выражения (11.54) отвечает траектории сближения КА, а знак "минус" — траекториям удаления.

Анализ (11.54) дает основание для следующих выводов, вытекающих из необходимости выполнения условия действительности правой части данного уравнения $\tilde{r} \geq \sqrt{2 - k^2}$.

если $k = 1$, то $D = D_0$, т. е. в этом случае возможно только удаление активного КА от пассивного по раскручивающейся спирали, соответствующей уравнению

$$\tilde{r} = 0,5[\exp(q - q_0) + \exp(q_0 - q)];$$

если $k > 1$, то в зависимости от начальных условий возможно как удаление, так и сближение активного с пассивным КА, причем при $1 < k < \sqrt{2}$ производная $d\tilde{r}/dq$, определяемая (11.52), является отрицательной, затем при $\tilde{r} = \sqrt{2 - k^2}$ принимает нулевое значение и, наконец, принимает положительное значение, что соответствует траектории удаления;

если $k = \sqrt{2}$, сближение аппаратов должно заканчиваться мягким контактом при движении по траектории $\tilde{r} = \exp[\pm(q - q_0)]$, т. е. логарифмической спирали, закручивающейся при сближении;

если $k > \sqrt{2}$, производная $d\tilde{r}/dq$ в процессе сближения все время остается отрицательной; все траектории сближения при этом должны заканчиваться встречей, но встречей со скоростью, отличной от нулевой. Для всех траекторий удаления подкоренное выражение правой части уравнения (11.52) возрастает. Это означает, что при постоянной угловой скорости линии визирования удаление ТК от ОС происходит (в относительном движении) по раскручивающейся спирали со все возрастающей скоростью удаления [52].

11.5. ИЗМЕРЕНИЕ И ОПТИМАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ СБЛИЖЕНИЯ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ ЛОКАЛЬНЫХ МАНЕВРОВ КА

Реализация метода свободных траекторий требует, как следует из анализа отвечающего ему алгоритма, использования информации о:

параметрах орбиты пассивного КА (в случае квазикруговой монтажной орбиты — только об угловой орбитальной скорости ω);

направлении местной вертикали, соответствующем местоположению каждого из КА, участвующих в операции встречи;

полном векторе относительного фазового состояния центра масс сближаемого (активного) КА;

полном времени выполнения маневра и времени, оставшегося до окончания маневра.

Указанная информация предназначена для построения ОСК на каждом из аппаратов, согласования сопровождающих систем (приведения осей сопровождающей систем координат активного КА к осям ОСК пассивного аппарата), учета относительного гравитационного ускорения при бортовой реализации алгоритмов наведения, определения программных и корректирующих управлений.

В зависимости от конкретного способа получения навигационной информации различают две схемы [16] управления встречей КА по рассматриваемому методу:

а) наведение "на себя";

б) наведение на пассивный "молчаливый" аппарат.

При наведении "на себя" измерение параметров относительного движения КА осуществляется на пассивном аппарате, там же производится определение программных и корректирующих управлений для активного КА. Данная информация совместно с информацией о текущей ориентации ОСК пассивного аппарата передается по командной радиолинии на активный КА. В этом случае на активном КА в качестве измерительных устройств могут быть использованы только построитель местной вертикали с игроорбитой (для построения сопровождающей системы координат, согласованной с ОСК пассивного аппарата) и три интегрирующих акселерометра, установленных по осям связанной системы координат, предназначенных для определения момента окончания работы двигательной установки ("отсечки" тяги двигателя) при формировании программных и корректирующих управлений.

Такая схема наведения наилучшим образом отвечает выполнению маневра встречи ТК с ОС при обеспечении мягкого контакта. Очевидно, что ОС обладает существенно большими возможностями по проведению измерительных и расчетно-вычислительных операций, чем меньший по размерам и массе ТК. Поэтому, естественным представляется возложение на бортовой комплекс ОС полного решения навигационной задачи. Однако следует иметь в виду, что реализация рассмотренной схемы наведения далеко не всегда выполнима.

Действительно, не исключена возможность, когда в силу определенных обстоятельств (наличие помех, выход из строя командной радиолинии, наличие нештатной ситуации и т. д.) может оказаться необходимым пол-

ностью автономное (в смысле отсутствия обмена информацией) наведение активного КА на "молчащий" пассивный аппарат с целью осуществления маневра с зависанием. В этом случае вся измерительная аппаратура, в том числе и радиолокационный координатор, должна располагаться на борту активного КА. При этом существенно усложняется структура и характер вычислений, проводимых в БЦВМ для решения навигационной задачи. Указанное усложнение связано прежде всего с необходимостью определения в каждый текущий момент времени ориентации ОСК пассивного аппарата. Особенно эта задача усложняется, если пассивный аппарат не переведен на квазикруговую монтажную орбиту и продолжает оставаться на рабочей эллиптической орбите. В результате на борту активного КА необходимо будет решать в темпе полета задачу текущего определения орбиты пассивного КА относительно планеты и местоположения аппарата на ней по данным, сообщенным с наземного КИК.

При использовании лучевой (визирной) системы координат необходимость в определении направления местной вертикали для каждого из объектов встречи не возникает. Построение лучевой системы осуществляется с помощью следящего радиолокатора с автосопровождением пассивного КА по угловым координатам. Для построения ЛСК на борту КА необходимо иметь информацию о направлении линии визирования относительно связанных осей и данные о величине и направлении угловой скорости вращения этой линии в инерциальном пространстве.

Конкретным примером варианта реализации системы управления сближением, использующей лучевую систему координат, может служить система, установленная на КА типа "Союз".

В качестве измерительных элементов в системе используются [16] следующие датчики:

- радиотехнические датчики ориентации со сферическим полем зрения, с которых снимается информация об относительных углах тангажа и рыскания;

- радиотехнический датчик относительного угла крена;

- датчики угловых скоростей (ДУСы), предназначенные для измерения проекций вектора абсолютной угловой скорости вращения аппарата относительно его центра масс на оси связанной системы координат;

- радиолокационное устройство для измерения относительной дальности и радиальной скорости сближения и определения составляющих угловой скорости линии визирования, а также углов между линией визирования и связанными осями активного КА;

В режиме ручного управления (на этапе причаливания) в качестве дополнительных измерительных элементов используются оптический визир-ориентатор и телевизионная установка. Участок причаливания начинается при относительных дальностях порядка 300 ... 350 м и значении радиальной скорости сближения около 2 м/с. На этом участке построение плоскости наведения не производится, а согласование взаимного положения аппаратов по крену осуществляется с помощью радиотехнического датчика относительного угла крена, функционирующего только на этом участке.

Важной составной частью общего алгоритма решения навигационной задачи является математическая обработка поступивших результатов из-

мерений, иначе называемая оцениванием переменных состояния сближаемых КА. Процесс обработки измерений обычно подразделяют на два этапа: первичную и вторичную обработку.

Первичная обработка не относится собственно к процедуре оценивания. Целью ее является выделение полезного сигнала из выходного сигнала приемника, а в ряде случаев (при интервальной обработке) также отбраковка результатов аномальных измерений и сглаживание поступающей информации.

Целью вторичной обработки является "улучшение" качества информации о реализации процесса сближения, используемой при решении задачи наведения и получаемой по результатам измерений параметров относительного движения КА или их функций. При этом "улучшение качества" информации следует рассматривать в двух аспектах: во-первых, с позиций восстановления неизмеряемых параметров движения или их функций при малоинформативных прямых измерениях; во-вторых, с позиций получения наиболее вероятных значений параметров (в смысле принятого критерия) по результатам измерений, носящих случайный характер.

Первому подходу отвечает задача "наблюдения", базирующаяся на использовании метода косвенных измерений и понятия наблюдаемости как фундаментального свойства динамических систем. Второму — задача оптимальной фильтрации. В рамках последней, применительно к решению задач локального маневрирования, так же как и при решении задач определения орбит по результатам наблюдений, рассматривают два различных метода, относящихся к рекуррентной (точечной) и групповой (интервальной) обработке.

Пусть, например, требуется решить задачу оптимального оценивая вектора состояния $x(t)$, отвечающего математической модели относительного движения КА в безгравитационном поле при значениях матриц состояния и управления, задаваемых соотношением (11.26). Будем считать, что управляющее воздействие формируется в функции текущего мгновенного промаха, определяемого, как $h = \Delta D \Delta q$, что приводит к необходимости представления вектора наблюдаемых переменных в виде

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + n(t). \quad (11.55)$$

Уравнение линейного фильтра Калмана в этом случае будет иметь вид [9]

$$\hat{x}(t) = A(t)\hat{x}(t) + B(t)\tilde{u}(t) + R(t)C^T Q^{-1} [y(t) - C\hat{x}(t)]; \quad \hat{x}(0) = 0, \quad (11.56)$$

а уравнение Риккати

$$\dot{R}(t) = A(t)R(t) + R(t)A^T(t) - R(t)C^T Q^{-1} C R(t) + G, \quad R(0) = R_0, \quad (11.57)$$

$$G = \begin{bmatrix} \sigma_D^{-2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_D^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_q^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_q^{-2} \end{bmatrix}; \quad Q^{-1} = \sigma^2.$$

После подстановки в уравнение Риккати соответствующих матриц и выполнения арифметических действий над ними получим следующую систему скалярных диффе-

ренциальных уравнений, интегрирование которых позволит получить элементы матрицы $R(t)$, необходимые для определения оцениваемых компонентов вектора $x(t)$:

$$\begin{aligned}\frac{dr_{11}}{dt} &= r_{21} - \sigma^2 (r_{11} + r_{13})^2 + \sigma_D^{-2}; \\ \frac{dr_{12}}{dt} &= (a_{21}r_{11} + r_{22} + a_{24}r_{41}) - \sigma^2 (r_{11} + r_{13})(r_{21} + r_{22}); \\ \frac{dr_{13}}{dt} &= r_{23} + r_{41} - \sigma^2 (r_{11} + r_{13})(r_{31} + r_{33}); \\ \frac{dr_{14}}{dt} &= a_{41} + r_{11} + r_{24} + a_{42}r_{21} + a_{44}r_{41} - \sigma^2 (r_{11} + r_{13})^2; \\ \frac{dr_{22}}{dt} &= 2(a_{21}r_{12} + a_{24}r_{42}) - \sigma^2 (r_{21} + r_{23})^2 + \sigma_D^{-2}; \\ \frac{dr_{23}}{dt} &= a_{24} + r_{13} + a_{24}r_{43} + r_{42} - \sigma^2 (r_{21} + r_{23})(r_{31} + r_{33}); \\ \frac{dr_{24}}{dt} &= a_{21}r_{14} + a_{41}r_{12} + a_{42}r_{22} + a_{24}r_{44} + a_{44}r_{42} - \sigma^2 (r_{21} + r_{23})(r_{11} + r_{13}); \\ \frac{dr_{33}}{dt} &= 2r_{43} - \sigma^2 (r_{31} + r_{33})^2 + \sigma_q^{-2}; \\ \frac{dr_{34}}{dt} &= a_{41}r_{13} + a_{42}r_{23} + r_{44} + a_{44}r_{43} - \sigma^2 (r_{31} + r_{33})(r_{11} + r_{13}); \\ \frac{dr_{44}}{dt} &= 2(a_{41}r_{14} + a_{42}r_{24} + a_{44}r_{43}) - \sigma^2 (r_{41} + r_{43})(r_{11} + r_{13}) + \sigma_q^{-2}.\end{aligned}$$

Матрица $R(t)$ является ковариационной, т. е. она обладает свойством симметрии относительно главной диагонали, на которой размещаются дисперсии. Поэтому приведенных выше дифференциальных уравнений достаточно для ее полного определения.

Важной группой методов оценивания, применяемой в случае, когда по каким-то причинам не может быть использована априорная информация в виде уравнений движения, является группа методов, основывающихся на полиномиальной аппроксимации параметров относительного движения. К наиболее простым из указанных методов относится метод временной полиномиальной аппроксимации, в котором коэффициенты полиномов определяются по методу наименьших квадратов (МНК). При его применении измеряемый параметр, в частности относительная дальность $D(t)$, представляется в виде

$$D(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_m t^m. \quad (11.58)$$

Число удерживаемых членов полиномиального разложения определяется требуемой точностью оценивания. В подавляющем большинстве случаев может быть использован полином второго порядка

$$D(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2. \quad (11.59)$$

Применительно к разложению (11.58) в соответствии с МНК для минимизации суммы квадратов невязок (см. гл. 7):

$$\Phi_n = \sum_{n=1}^N [D(t_n) - (a_0 + a_1 t_n + a_2 t_n^2 + \dots + a_m t_n^m)]^2 \quad (11.60)$$

специальные методы исследования. Основными отличительными особенностями спуска аппаратов являются: большой уровень кинетической энергии, которую необходимо погасить за конечный интервал времени; большие динамические и тепловые нагрузки на экипаж, бортовую аппаратуру и конструкцию спускаемого аппарата (СА); быстротечность и необратимость процесса спуска, что повышает цену возможной ошибки и предъявляет высокие (жесткие) требования к системе управления спуском.

ГЛАВА 12. СПУСК КА

С ОРБИТЫ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЗЕМЛИ

В общем случае задача спуска формулируется следующим образом: КА, движущийся по орбите ИСЗ, необходимо "мягко посадить" в заданном районе земной поверхности, выдержав некоторые дополнительно вводимые условия и ограничения. Отсюда вытекает требование выполнения одного из основных условий, заключающегося в том, что скорость встречи КА с Землей должна быть близка к нулю. В результате на участке спуска должна быть погашена практически вся энергия, уровень которой чрезвычайно высок. Действительно, простые расчеты показывают, что только кинетическая энергия составляет около 10^9 Дж на каждый килограмм массы КА, находящегося на орбите ИСЗ. Это и определяет все основные проблемы возвращения.

В сформулированном виде задача возврата, на первый взгляд, обратна задаче выведения на орбиту ИСЗ, т.е., если *при выведении* используется тяга реактивных двигателей для увеличения скорости и подъема КА, то *при посадке* подобные двигатели уменьшают скорость и спускают КА. Однако использование этого "активного способа торможения" сопряжено с огромными затратами массы топлива, ибо прежде чем спустить КА, его надо вывести на орбиту, и каждый килограмм возвращаемого груза требует сотен и даже тысяч килограмм стартового веса КА. Нетрудно видеть, что этот путь, являясь единственно возможным при посадке на небесные тела, не имеющие атмосферу, энергетически невыгоден.

Для Земли и других планет, имеющих атмосферу, возможен другой путь, предполагающий использование аэродинамического торможения КА в атмосфере, — это способ "пассивного" гашения энергии.

12.1. ОБЩАЯ СХЕМА СПУСКА КА

С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ТОРМОЖЕНИЯ

Предположим, что путем кратковременного включения тормозной двигательной установки (ТДУ) КА "переведен" с орбиты ИСЗ на траекторию, проходящую через плотные слои атмосферы (рис. 12.1), — траекторию спуска. Далее будем рассматривать пассивный случай движения, т.е. будем считать, что из всех возможных сил на него действуют сила притяжения Земли mg и сила взаимодействия с окружающей средой — аэродина-

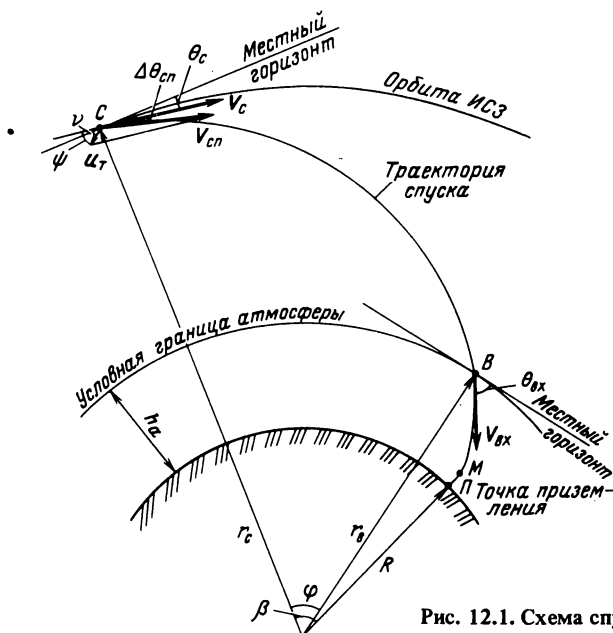


Рис. 12.1. Схема спуска КА с орбиты ИСЗ

мическая сила. Пренебрегая центробежной и кориолисовой силами, запишем для этого случая уравнения движения КА в скоростной системе координат:

$$\begin{aligned} m\dot{V} &= -C_{x_a} S_M \frac{\rho V^2}{2} - mg \sin \theta; \\ mV\dot{\theta} &= C_{y_a} S_M \frac{\rho V^2}{2} + \frac{m V^2}{R+h} \cos \theta - mg \cos \theta; \\ \dot{h} &= V \sin \theta; \\ \dot{L} &= V \cos \theta. \end{aligned} \quad (12.1)$$

При этом для случая, представленного на рис. 12.1, θ отрицателен. Коэффициенты C_{x_a} и C_{y_a} зависят от многих факторов и прежде всего от формы КА, высоты и скорости полета, а также ориентации КА к набегающему потоку, т. е. от угла атаки α . C_{x_a} и C_{y_a} связаны между собой некоторой функциональной зависимостью, называемой полярной.*

Отношение $K = \frac{C_y}{C_x}$ носит название аэродинамического качества.

Проанализируем систему (12.1) для наиболее простого случая, когда $C_y = 0$. В этом случае изменение скорости определяется двумя составляющими:

силой лобового сопротивления $X_a = \frac{C_x S_M \rho V^2}{2}$, которая тормозит КА, т. е. уменьшает его скорость;

* Далее индекс "а" из аэродинамических коэффициентов опущен с целью упрощения записи.

составляющей силы притяжения $mg \sin \theta$, которая разгоняет КА, т. е. увеличивает его скорость.

Очевидно, что аппарат будет тормозиться, если сила лобового сопротивления X_a будет больше силы притяжения $mg \sin \theta$. На начальном этапе полета (участок СВ, рис. 12.1) плотность атмосферы очень мала и скорость аппарата будет расти. Но на некоторой высоте $h = h_a$, называемой высотой условной границы плотных слоев атмосферы, из-за увеличения плотности атмосферы сила сопротивления становится соизмеримой с силой притяжения (порядка нескольких процентов) и продолжает возрастать при $h < h_a$, превышает составляющую от силы притяжения. В результате скорость КА так же, как и высота h , будет уменьшаться, а угол $|\theta|$ увеличиваться по абсолютной величине. Отметим, что для Земли принимается $h_a \approx 100$ км.

Итак, по мере снижения КА в плотных слоях атмосферы его скорость, а следовательно, и полная энергия уменьшается при увеличении по модулю траекторного угла и дальности полета L . Остается выяснить, достаточно ли эффективно аэродинамическое торможение для полного гашения энергии. Рассмотрим случай, когда θ достигает величины -90° (вертикальный спуск), а сила сопротивления в каждый момент времени будет равна силе притяжения. Это так называемый режим установившегося спуска:

$$C_x \frac{S_M \rho V_{уст}^2}{2} = mg \quad \text{или} \quad V_{уст} = \sqrt{\frac{2mg}{C_x S_M \rho}}.$$

Рассмотрим рис. 12.2, где приведена зависимость скорости встречи с Землей ($V_{уст}$ при $h = 0$) от $C_x S_M$ для различных значений веса СА, а на рис. 12.3 зависимость установившейся скорости $V_{уст}$ от высоты полета для разных значений баллистического параметра $\sigma_x = \frac{C_x S_M}{G}$. Видно, что

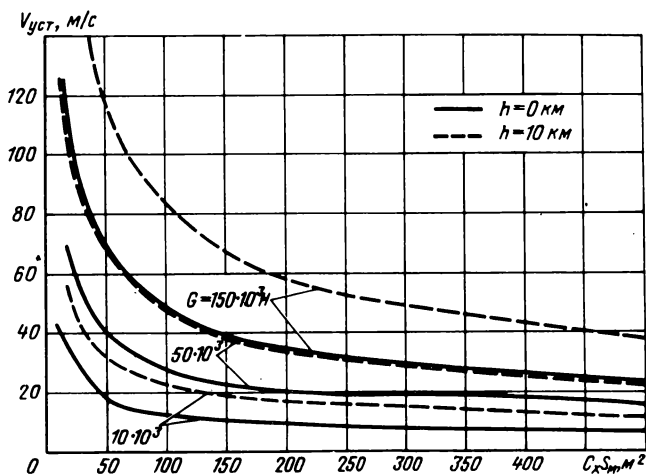


Рис. 12.2. Зависимость скорости установившегося полета $V_{уст}$ от произведения $C_x S_M$

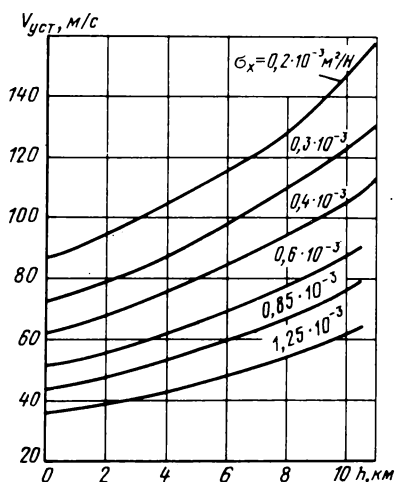


Рис. 12.3. Зависимость скорости установившегося полета от высоты для различных значений баллистического параметра σ_x

небольшие скорости встречи с Землей ($\sim 5 \dots 15$ м/с) на СА разумных размеров ($C_x S_m < 10 \dots 20$ м²) получить невозможно. Однако даже на высотах 5 ... 10 км значения установившейся скорости $V_{уст} \sim 100 \dots 200$ м/с достигаются на аппаратах с $\sigma_x \sim 0,0002$ м²/Н, которые можно практически получить.

Путем аэродинамического торможения принципиально возможно снижение скорости СА до значения

$V_k \sim 100 \dots 200$ м/с, которую, в свою очередь, следует погасить каким-то способом.

Таким образом, можно сформулировать энергетически целесообразный путь спуска КА с орбиты ИСЗ:

путем кратковременного включения тормозной двигательной установки КА направляется к плотным слоям атмосферы (внеатмосферный участок полета — участок СВ на рис. 12.1);

затем следует снижение и аэродинамическое торможение в плотных слоях атмосферы (участок ВМ на рис. 12.1, соответствует высотам 100 ... 10 км);

завершающий этап спуска — участок "мягкой" посадки (участок МП на рис. 12.1, соответствует высотам от 10 км до 0).

Приступим к баллистическому анализу каждого из выделенных трех участков и, соответственно, трех этапов спуска КА.

12.2. ВНЕАТМОСФЕРНЫЙ УЧАСТОК СПУСКА

В настоящее время основным способом перевода КА с орбиты ИСЗ на траекторию спуска является "активный" способ, когда путем включения ТДУ уменьшается величина орбитальной скорости КА до таких значений, чтобы перицентр новой орбиты проходил ниже границы плотных слоев атмосферы. Этот способ является наиболее просто реализуемым и приемлемым с энергетической точки зрения — максимально необходимое уменьшение орбитальной скорости КА не превышает 1 ... 2% от исходного значения (что в пересчете на массу топлива не превосходит нескольких процентов от массы КА на орбите).

Организационно-технически перевод КА с околоземной орбиты на траекторию снижения осуществляется следующим образом:

выбирают так называемый посадочный виток, проходящий через за-

данный район посадки; вычисляют время включения и общее время работы ТДУ; осуществляется ориентация КА на орбите и стабилизация его положения; в требуемое время включается ТДУ, которая работает строго определенное время. В результате, скорость КА меняется по величине и по направлению, и аппарат начинает двигаться по новой траектории — траектории полета к плотным слоям атмосферы.

Схематически спуск КА с орбиты ИСЗ показан на рис. 12.1, отражающем широко применяемый на практике *одноимпульсный сход с орбиты*. "Тормозная" скорость u_T прикладывается таким образом, чтобы изменить вектор скорости V_C в точке C . Положение вектора u_T определяется (в случае рассмотрения только плоского движения КА) углом ν , отсчитываемым от местной горизонтальной плоскости. В результате приложения u_T скорость аппарата меняется по величине ($V_{сп}$) и направлению ($\theta_{сп} = \theta_c + \Delta\theta_{сп}$),

$$V_{сп} = \sqrt{V_C^2 + u_T^2 - 2V_C u_T \cos \psi};$$

$$\Delta\theta_{сп} = \arccos \frac{V_C - u_T \cos \psi}{V_{сп}},$$

где угол ψ характеризует положение вектора u_T относительно исходного вектора скорости V_C и определяется как $\psi = \nu - \theta_c$, причем угол θ_c должен быть с соответствующим знаком (на рис. 12.1 $\theta_c < 0$).

Если известны величина скорости $V_{сп}$ и ее направление $\theta_{сп} = \theta_c + \Delta\theta_{сп}$, то по формулам невозмущенного движения можно определить начальные условия входа в плотные слои атмосферы (на высоте $h = h_a$), т. е. скорость $V_{вх}$ и угол входа $\theta_{вх}$, а также угловую дальность, отсчитываемую от точки включения ТДУ до точки входа (угол φ на рис. 12.1):

$$V_{вх} = \sqrt{V_{сп}^2 + \eta};$$

$$\theta_{вх} = \arccos \left[r \frac{(V_C - u_T \cos \psi) \cos \theta_c - u_T \sin \theta_c \sin \psi}{\sqrt{V_{сп}^2 + \eta}} \right]; \quad (12.2)$$

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{1}{A} \cos \theta_{сп} (\sin \theta_{сп} + \sqrt{\sin^2 \theta_{сп} + \frac{r_c - r_B}{r_B} A}), \quad (12.3)$$

$$\text{где } \eta = 2\mu \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_c} \right); A = \frac{2}{k} - \cos^2 \theta_{сп} \frac{r_B + r_c}{r_B}; \bar{r} = \frac{r_c}{r_B}; k = \frac{r_c V_{сп}^2}{\mu}.$$

Аналогично можно оценить угловую дальность β (см. рис. 12.1) между точкой включения ТДУ и точкой приземления СА (без учета действия атмосферы на участке снижения). Для этой цели в выражении для $\operatorname{tg} \varphi/2$ из (12.3) вместо радиуса r_B надо ввести радиус Земли R .

В процессе баллистико-навигационного обеспечения спуска КА возникает много задач, связанных с различными вариантами одноимпульсного схода с орбиты и условиями входа СА в атмосферу. В рассматриваемой упрощенной постановке (без выбора витка посадки, без определения времени включения ТДУ, без рассмотрения бокового движения СА и др.) основными определяемыми параметрами являются: положение на орбите точки включения ТДУ (характеризуется аргументом широты u), величина u_T и направление ν "тормозной" скорости [47, 48]. При этом могут быть

поставлены дополнительные условия — минимизация затрат топлива на торможение (т. е. $\min u_T$) или угловой дальности спуска, максимизация модуля угла входа в атмосферу ($\max |\theta|$) и т. д. Каждой конкретной задаче исследования отвечает своя постановка и свой путь решения.

Рассмотрим задачу оптимальной ориентации оси ТДУ при сходе с эллиптической орбиты. Считаем, что время работы ТДУ незначительно по сравнению с общим временем спуска, и поэтому изменение вектора скорости V_c происходит мгновенно. Задача формулируется следующим образом: для заданного положения КА на орбите (при известных значениях радиуса r_c ; скорости V_c , угла θ_c) и при фиксированной величине тормозной скорости u_T необходимо определить оптимальное значение угла ν , при котором угол входа $|\theta_{вх}|$ был бы максимальным.

Решение данной задачи, приведенное в работе [48], зависит от комбинации начальных условий — r_c , V_c и u_T . Введем следующие относительные параметры:

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_T &= \frac{u_T}{V_c}; \\ \bar{\eta} &= \frac{\eta}{V_c^2} = 2\mu \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_c} \right) / V_c^2, \end{aligned} \right\} \quad (12.4)$$

где параметр η определяется в соответствии с (12.3). Из анализа выражения (12.4) следует, что $\bar{\eta} > 0$ (при $\bar{\eta} = 0$ задача спуска вырождается, так как $r_c = r_B$).

При значениях $\bar{\eta} \geq 0,25$ решение задачи единственное:

$$\psi = 0. \quad (12.5)$$

Параметры входа ($V_{вх}$, $\theta_{вх}$) в этом случае рассчитываются по формулам

$$\left. \begin{aligned} V_{вх} &= V_c \sqrt{(1 - u_T)^2 + \bar{\eta}}; \\ \theta_{вх} &= \arccos \frac{r(1 - \bar{u}_T)}{\sqrt{(1 - u_T)^2 + \bar{\eta}}}. \end{aligned} \right\} \quad (12.6)$$

В диапазоне значений $0 < \bar{\eta} < 0,25$ возможны два решения, выбор одного из которых определяется значением параметра $\bar{u}_T$. Вычисляются следующие константы:

$$C_1 = 0,5 - \sqrt{0,25 - \bar{\eta}}; \quad C_2 = 0,5 + \sqrt{0,25 - \bar{\eta}},$$

где параметр $\bar{\eta}$ определяется согласно (12.4).

Если выполняется любое из условий $\bar{u}_T \leq C_1$ или $\bar{u}_T \geq C_2$, то решением является $\psi = 0$ и параметры входа ($V_{вх}$, $\theta_{вх}$) определяются зависимостями (12.6).

При выполнении неравенства

$$C_1 < \bar{u}_T < C_2$$

направление тормозной скорости $\bar{u}_T$ (угол ψ) определяется как

$$\psi = \arccos \frac{\bar{u}_T^2 + \bar{\eta}}{u_T}. \quad (12.7)$$

Параметры входа ($V_{\text{вх}}, \theta_{\text{вх}}$) вычисляются согласно зависимостям

$$V_{\text{вх}} = V_c \sqrt{1 - \bar{u}_T^2 - \bar{\eta}};$$

$$\theta_{\text{вх}} = \arccos(\bar{r} \sqrt{1 - \bar{u}_T^2 - \bar{\eta}}).$$

Анализ полученного решения задачи показывает, что нулевой угол ψ ориентации тормозного импульса характерен для тех исходных орбит движения КА, для которых выполняется условие $\bar{\eta} \geq 0,25$ (при любой величине $\bar{u}_T$). В диапазоне значений $0 < \bar{\eta} < 0,25$ ориентация ТДУ может быть как нулевой, так и ненулевой, — все зависит от величины $\bar{u}_T$ и значений констант C_1 и C_2 .

В заключение отметим, что выбором величины и направления вектора скорости $\mathbf{u}_T$, а также времени включения ТДУ можно обеспечить любые требуемые условия входа в плотные слои атмосферы. Это позволяет исследовать участок основного аэродинамического торможения независимо от внеатмосферного участка, формируя требования и определяя наилучшие значения начальных условий входа, которые при необходимости могут быть реализованы на внеатмосферном участке спуска.

12.3. УЧАСТОК ОСНОВНОГО АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ТОРМОЖЕНИЯ

Участок снижения в плотных слоях атмосферы является быстротечным, напряженным и ответственным, так как именно здесь происходит практически полное гашение энергии (более 99%), а СА подвергается мощному динамическому и тепловому воздействию. Для правильного понимания физической картины процесса спуска и в целях получения достаточно строгих для практики результатов при анализе необходимо учитывать множество различных явлений — пространственное движение СА как тела переменной массы со всеми степенями свободы, нестационарное обтекание СА и изменение аэродинамических характеристик, характер теплового нагружения СА и возможность численной оценки тепловых потоков, прочность конструкции аппарата и обеспечение надежной тепловой защиты, управление СА на траектории снижения в условиях реально действующих атмосферных возмущений, ошибок и запаздываний при работе бортовой аппаратуры и т. д.

Решение всех возникающих задач в полной совокупности не представляется возможным как в силу исключительных трудностей математического характера, так и из-за отсутствия достаточно полных и строгих математических моделей. Поэтому в настоящее время каждое из перечисленных направлений изучается самостоятельно, в рамках и методами соответствующего научного направления.

Рассмотрим несколько подробнее основные особенности и проблемы спуска КА в плотных слоях атмосферы. При этом для определенности будем рассматривать наиболее простой **баллистический спуск** — это спуск без участия подъемной силы, когда на всем участке снижения $C_y \equiv 0$ ($K \equiv 0$). Спуск при участии подъемной силы, когда $C_y \neq 0$ ($K \neq 0$), называется планирующим.

Перегрузочный режим. Важной характеристикой, определяющей динамическое нагружение СА, является перегрузка — это отношение всех сил, действующих на СА, кроме силы тяжести к силе тяжести. Как и раньше, будем рассматривать случай, описываемый системой уравнений (12.1). При баллистическом спуске на СА будет действовать скоростная перегрузка $n_x = \frac{X_a}{G} = \frac{C_x S \rho V^2}{2G}$. Рассмотрим 1-е уравнение системы (12.1), записав его после незначительных преобразований в следующем виде:

$$\dot{V} = -g(n_x + \sin\theta).$$

Пренебрегая величиной $\sin\theta$ по сравнению с n_x и изменением ускорения свободного падения с высотой ($g = g_0$), после интегрирования получим

$$V_{\text{вх}} - V_k \approx -g_0 \int_{t_{\text{вх}}}^{t_k} n_x dt. \quad (12.8)$$

В (12.8) индекс "k" соответствует окончанию участка основного аэродинамического торможения, т. е. соответственно началу 3-го участка — участка мягкой посадки. Имея ввиду данные, представленные на рис. 12.2, отмечаем, что $V_k \ll V_{\text{вх}}$. Окончательно получим

$$\frac{V_{\text{вх}}}{g_0} \approx - \int_{t_{\text{вх}}}^{t_k} n_x dt. \quad (12.9)$$

Из (12.9) следует, что уровень перегрузок однозначно определяется временем движения в плотных слоях атмосферы $t_{\text{сп}} = t_k - t_{\text{вх}}$. При этом, имея ввиду, что в момент входа величина перегрузки очень мала (близка к нулю), а в момент t_k близка к единице, можно утверждать, что при времени спуска $t_{\text{сп}} < 800 \dots 1000 \text{ с}$ [см. (12.9)] на траектории должен достигаться максимум перегрузки $n_{x \text{ max}} > 1$, величина которого тем больше, чем меньше время спуска в плотных слоях атмосферы. С целью уменьшения действующих на СА максимальных перегрузок процесс торможения должен быть растянут по времени, т. е. желательно иметь $t_{\text{сп}} = \text{max}$.

Сделанные качественные выводы подтверждаются количественными данными, представленными на рис. 12.4 ... 12.6. Их рассмотрение показывает:

1) максимальная перегрузка увеличивается, а полное время движения на участке основного аэродинамического торможения уменьшается с увеличением по модулю угла входа;

2) баллистический спуск характеризуется тяжелым перегрузочным режимом, ибо даже в самом благоприятном случае $n_{x \text{ max}} > 7 \dots 8 \text{ ед.}$, при этом время действия перегрузок, превышающих 5, составляет более 60 ... 70 с;

3) введение практически необходимого ограничения на величину допустимой максимальной перегрузки $n_{x \text{ max}} \leq n_{\text{доп}}$ приводит к сужению допустимой области входа в плотные слои атмосферы. Например, при $n_{\text{доп}} = 12 \dots 15, |\theta_{\text{вх}}| \leq 2 \dots 3^\circ$ (см. рис. 12.6).

Проблема перегрузок носит принципиально разный характер для автоматических и пилотируемых аппаратов. Для автоматических КА величина максимально допустимой перегрузки определяется сохранностью борто-

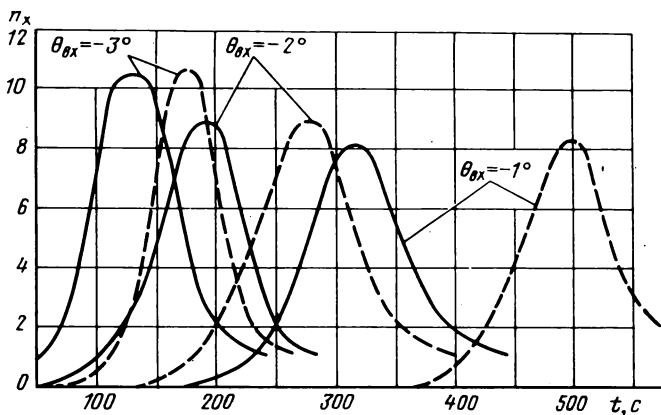


Рис. 12.4. Зависимость скоростной перегрузки n_x от времени полета t при различных значениях углов входа $\theta_{вх}$:

— $\sigma_x = 0,001 \text{ м}^2/\text{Н}$; --- $\sigma_x = 0,0001 \text{ м}^2/\text{Н}$

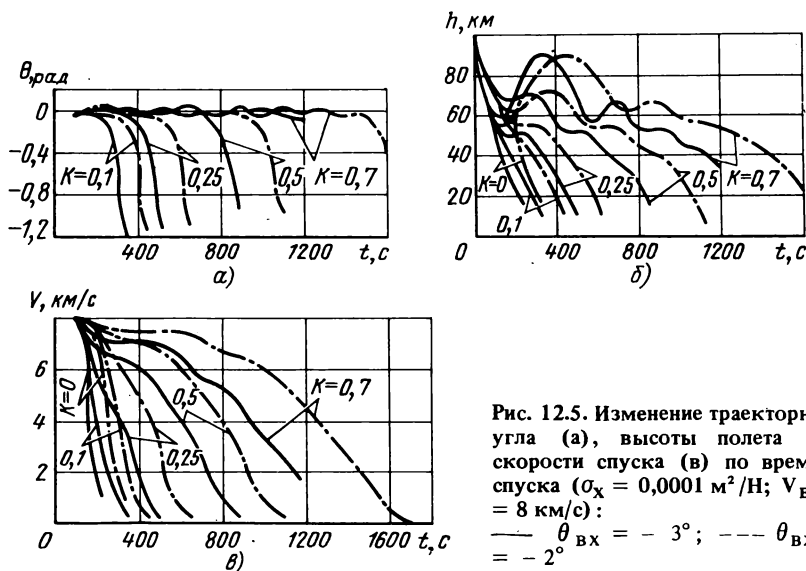


Рис. 12.5. Изменение траекторного угла (а), высоты полета (б), скорости спуска (в) по времени пуска ($\sigma_x = 0,0001 \text{ м}^2/\text{Н}$; $V_{вх} = 8 \text{ км/с}$):
— $\theta_{вх} = -3^\circ$; --- $\theta_{вх} = -2^\circ$

вой аппаратуры и прочностью конструкции СА. В настоящее время созданы автоматические КА и соответствующая бортовая аппаратура, которые в состоянии выдерживать максимальные перегрузки в десятки и даже сотни единиц. Другое дело пилотируемые КА. В этом случае при исследовании проблемы переносимости перегрузок экипажем необходимо совместно учитывать такие факторы, как величина, направление и длительность действия перегрузки, детренированность космонавтов в состоянии невесомости, условия работы людей в космосе, пространственное расположение кресла космонавта в процессе спуска и многое другое. Оптимальным

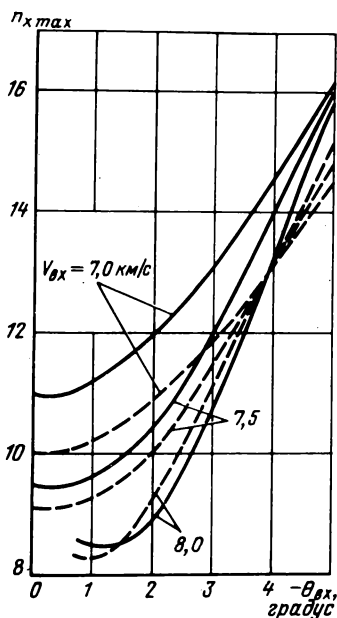


Рис. 12.6. Зависимость максимальной скоростной перегрузки $n_{x \max}$ от угла входа $\theta_{вх}$:
— $\sigma_x = 0,0002 \text{ м}^2/\text{Н}$; --- $\sigma_x = 0,001 \text{ м}^2/\text{Н}$

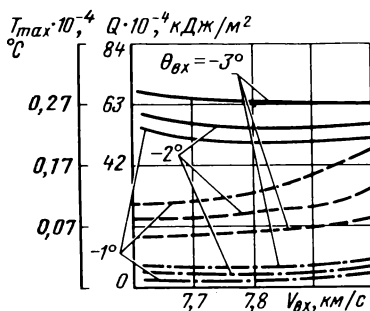


Рис. 12.7. Зависимость максимальной температуры и суммарного теплового потока от скорости входа ($K = 0$; $\sigma_x = 0,00025 \text{ м}^2/\text{Н}$):
— $T_{\max}$; --- Q_{Σ} ; - · - · $Q_{\text{луч}}$

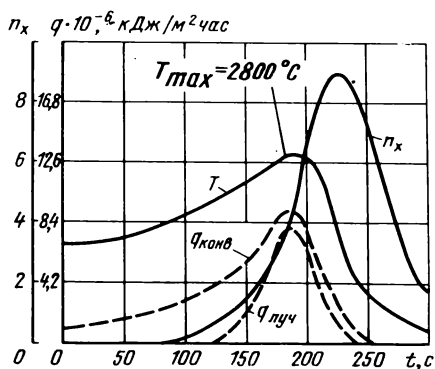
с точки зрения наилучшей переносимости перегрузок является направление "грудь—спина" или "спина—грудь". В качестве ориентировочной оценки предела выносливости принимается значение максимальной перегрузки порядка 12 ... 15, хотя в некоторых случаях человек в состоянии выдерживать кратковременные перегрузки ~ 25 ед. В наименее же благоприятном направлении действия перегрузок — "голова—ноги" или "ноги—голова" — возможности человека существенно меньше и величина $n_{\max} \sim 3 \dots 5$ считается предельно допустимой.

Принимая во внимание ограничения по максимально допустимой перегрузке, отметим, что принципиально спуск пилотируемого КА баллистического типа с орбиты ИСЗ возможен при входе в атмосферу в очень малом диапазоне начальных углов $0 \leq |\theta_{вх}| \leq 2^\circ$.

Тепловое воздействие. Организация тепловой защиты СА является одной из принципиальных проблем спуска в атмосфере. В процессе аэродинамического торможения механическая энергия КА переходит в тепловую, большая часть которой рассеивается в окружающем пространстве, а некоторая часть идет на нагрев СА. Однако уровень тепловой энергии столь велик, что даже малой доли его достаточно для превращения в пар незащищенного аппарата. Все это предопределяет необходимость создания специальной системы защиты СА от теплового воздействия.

При движении в плотных слоях атмосферы с большими скоростями перед СА возникает раскаленная головная воздушная волна, температура в которой превышает 10000°C : СА окружен раскаленным слоем плазмы. В результате нагрев аппарата происходит не только за счет конвективных тепловых потоков, возникающих при обтекании СА воздушным потоком, но и за счет излучения головной волны.

Рис. 12.8. Изменение перегрузки, температуры и удельного теплового потока по времени спуска ($\sigma_x = 0,00015 \text{ м}^2/\text{Н}$, $V_{\text{вх}} = 7,8 \text{ км/с}$, $\theta_{\text{вх}} = -2^\circ$, $K = 0$)



Данные, представленные на рис. 12.7, 12.8, иллюстрируют основные закономерности теплового нагружения КА при спуске с орбиты ИСЗ:

1. Основной нагрев СА происходит за счет конвективного теплового потока, хотя максимумы удельного конвективного ($q_{\text{конв}}$) и лучистого ($q_{\text{луч}}$) тепловых потоков приблизительно равны.

2). Суммарный тепловой поток очень велик и составляет (21 ... 42) · 10^7 Дж/м².

3. Максимальные температуры на поверхности СА в критической точке превышают $(0,2...0,27) \cdot 10^4$ °С. Это означает, что современные конструкционные материалы не в состоянии сохранять свою работоспособность. Отметим, что пик температуры достигается раньше максимума перегрузок.

4. С увеличением модуля угла входа максимальная температура увеличивается, а суммарный тепловой поток уменьшается.

Сделанные выводы определяют выбор типа тепловой защиты — это специально разработанная для спуска КА **сублимирующая тепловая защита** или иначе **теплозащита с уносом массы**. Существо ее состоит в следующем. Поверхность СА покрывают специальным сублимирующим материалом, который начинает плавиться при температурах, превышающих 2000°С. Происходит унос массы, вместе с которой отводится и тепло. В результате, хотя температура и превышает 2000°С, но на поверхности СА за счет плавления и уноса массы сохраняется температура плавления. После того, как температура снизится, обгар (унос массы) прекращается и продолжается только прогрев теплозащитного слоя. В силу этого под слоем сублимирующего материала следует иметь хороший изолятор, который не позволяет распространиться теплу внутрь СА. Суммарная толщина сублимирующего материала и теплоизолятора подбирается такой, чтобы в процессе спуска температура в рабочем отсеке СА не превышала нескольких десятков градусов. Таков принципиальный путь построения теплозащиты современного СА. Достаточно очевидно, что если в силу каких-то особенностей (например, требование многократности использования аппарата и т. п.) выдвигается требование неизменности формы СА (унос массы исключается), то следует искать пути резкого уменьшения максимальных температур, т. е. режим снижения должен отличаться от баллистического. В заключение отметим, что масса теплозащитного покрытия современных СА не превышает 10...15%, т. е. это несопоставимо энергетически более выгодно, чем при организации активного торможения.

Обеспечение устойчивого, строго ориентированного относительно набегающего потока снижения КА в атмосфере, составляет следующую важнейшую особенность проблемы спуска. Это требование объясняется несколькими причинами. Во-первых, необходимо, чтобы действующие перегрузки были направлены определенным образом относительно корпуса СА. Это решающее условие при пилотируемом спуске. Вторая причина заключается в том, что в случае ориентированного спуска представляется возможным обеспечивать максимальную теплозащиту только для критической поверхности СА, находящейся в потоке. Все элементы, которые находятся в аэродинамической тени, могут иметь облегченную теплозащиту. В итоге это дает почти двукратный выигрыш в массе системы тепловой защиты.

И, наконец, СА должен располагаться в определенном положении для обеспечения необходимых начальных условий работы системы мягкой посадки на третьем заключительном этапе спуска.

Ориентированный спуск КА обеспечивается активной или пассивной стабилизацией объекта. "Активная" стабилизация, как обычно, предполагает наличие специальных органов — двигателей, рулевых поверхностей и т. п., — которые принудительно могут разворачивать объект в нужном направлении. "Пассивная" стабилизация достигается путем выбора запаса статической устойчивости, т. е. определенным расположением центра масс относительно центра давления. Это, в частности, было реализовано на первых спускаемых аппаратах типа "Восток". Отсутствие специальной системы стабилизации существенно повысило надежность спуска первого пилотируемого корабля.

Выбор аэродинамической формы СА. Это одна из центральных проблем спуска, для успешного решения которой необходимо комплексное исследование многих сложных задач. На первом этапе развития космической техники разработчики практически сразу отказались от привычных самолетных форм СА ввиду колоссальной сложности решения ряда основополагающих задач, таких как точное определение аэродинамических характеристик в условиях трехмерного обтекания потоком, обеспечение тепловой защиты, устойчивости и управляемости, решение вопросов мягкой посадки и многие другие. Основное внимание было уделено изучению прежде всего осесимметричных аппаратов шаровой, сегментной, конической и других подобных форм (рис. 12.9).

Для спуска по баллистической траектории ($C_y \equiv 0$) принципиально годится любая из приведенных форм, необходимо только обеспечить спуск с нулевым углом атаки ($\alpha = 0$). При этом на СА (типа, 2, 3, рис. 12.9) можно снижаться как тупым, так и острым концом вперед. В рассмотрении были приняты следующие соображения. Траекторные параметры в конце участка основного аэродинамического торможения (скорость и траекторный угол V_K и θ_K на высоте h_K) являются начальными для заключительного участка — участка мягкой посадки. Прежде всего необходимо, чтобы конечная скорость V_K была по возможности меньшей, при этом обязательно меньше скорости звука. Этому требованию при прочих равных условиях лучше всего удовлетворяют формы с максимальным значением коэффициента лобового сопротивления C_x , что следует из фор-

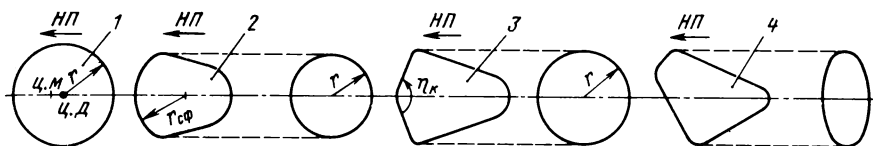


Рис. 12.9. Возможные формы СА:

1 – сфера радиуса r ; 2 – сегментно-коническая с радиусом лобовой сферы $r_{сф}$; 3 – коническая с углом раскрытия конуса η_k ; 4 – биконическая

мулы для установившейся скорости снижения (12.1). Максимальное значение C_x имеют СА типа 2 и 3 (см. рис. 12.9) при движении тупым концом вперед. Например, при движении СА тупой частью вперед (форма 2 на рис. 12.9) $C_x \approx 1,2$ (а наоборот – $C_x < 0,4$). В первом случае скорость в конце участка основного аэродинамического торможения будет почти в 1,5 раза меньше. Кроме того при снижении тупым концом вперед наиболее мощное теплозащитное покрытие можно наносить только на лобовую часть, так как задняя часть находится в аэродинамической тени. Однако первый СА "Восток", на котором совершил спуск Ю. Гагарин, имел шаровую форму. Хотя она имеет C_x несколько меньший, чем у форм 2 или 3 ($\sim 0,8$ вместо 1,2), однако именно "шарику" было отдано предпочтение. Объясняется это тем, что на первый план было выдвинуто соображение надежности: шаровая форма, обеспечивая дозвуковые конечные скорости V_k , позволяет осуществить спуск без специальной системы стабилизации, ибо устойчивое снижение возможно при соответствующем взаимном расположении Ц.М и Ц.Д. Важной особенностью, в значительной степени определяющей сложность практической реализации спуска, является *требование точной посадки в заданном районе поверхности Земли*. Необходимость точной посадки выдвигает дополнительные требования ко многим системам и аппаратуре КА, накладывает дополнительные ограничения на выбор стратегии спуска и траектории снижения, как правило, усложняя решение задач по обеспечению допустимого перегрузочного и теплового режимов.

С баллистической точки зрения эти задачи сводятся к рассмотрению и анализу, так называемых, зон рассеивания и маневра. **Зона рассеивания (эллипс рассеивания)** – это некоторая область на поверхности Земли, в любой точке которой может оказаться СА в результате действия разного рода возмущений. Как правило, она характеризуется величиной разброса дальности в продольном и боковом направлениях.

При спуске с орбиты ИСЗ возможны следующие основные возмущения.

1. Неточное значение орбиты спуска. Это приводит к ошибкам начальных параметров в момент включения ТДУ – ΔV_c , Δh_c , $\Delta \theta_c$.
2. Ошибки начальной ориентации оси ТДУ и времени ее включения.
3. Ошибки стабилизации аппарата во время работы ТДУ и погрешности работы самой двигательной установки. Это приведет к ошибкам в величине и направлении тормозной скорости Δu_T . Отмеченные погрешности, в конечном виде, приводят к погрешностям начальных условий входа в плотные слои атмосферы ($\Delta V_{вх}$, $\Delta \theta_{вх}$, $\Delta \varphi$).

4. Атмосферные погрешности. К ним относятся погрешности знания параметров атмосферы и прежде всего неточность знания изменения плотности по высоте.

5. Ошибки в расчетных характеристиках и параметрах СА. Они связаны с неточным знанием массы и площади мишени аппарата, сложностью учета уноса массы теплозащитного покрытия, а также погрешностями в аэродинамических характеристиках (ошибки в балансировке СА, погрешности ΔC_x , ΔC_y и др.).

Отмеченные и ряд других погрешностей приводят к тому, что разброс точек посадки аппаратов баллистического типа может достигать нескольких сотен километров в продольном и сотни километров в боковом направлении. Принципиально возможны два пути уменьшения рассеивания точек посадки. Во-первых, это улучшение характеристик всех систем, обеспечивающих посадку, и уточнение всех необходимых данных о СА и окружающей его среде, а также увеличение (по модулю) начального угла входа в плотные слои атмосферы. Этот путь следует иметь в виду, хотя и не всегда его можно реализовать в силу объективных обстоятельств. В частности, увеличение $|\theta_{вх}|$ сразу приведет к увеличению максимальных перегрузок, что для пилотируемого полета недопустимо.

Второй путь решения задачи повышения точности посадки связан с введением специальной системы управления дальностью полета СА. В этом случае СА должен располагать прежде всего управляющими силами, которые можно было бы изменять в полете в зависимости от складывающейся обстановки в соответствии с разработанными алгоритмами управления. Возможности системы управления спуском (СУС) определяются *зоной маневра* — это та область на поверхности Земли, которую может достигнуть СА в результате целенаправленного изменения его управляющих сил (с обязательным учетом поставленных требований и ограничений). Как и эллипс рассеяния, эта зона характеризуется достижимыми дальностями в продольном и боковом направлениях. Для решения задачи точной посадки необходимо, чтобы зона маневра СА превышала его возможную зону рассеяния.

Из рассмотрения системы уравнений (12.1) видно, что при баллистическом спуске влиять на траекторию полета можно только с помощью параметров C_x или S_m , изменяя их определенным образом. Практически реализовать это достаточно сложно, а достигаемый эффект не очень значителен. В силу этого в настоящее время на аппаратах баллистического типа не устанавливаются специальные системы для управления дальностью полета, и форма СА остается неизменной во все время спуска (не считая обгара). Учитывая отмеченное, основным параметром, характеризующим

СА баллистического типа, является баллистический параметр $\alpha_x = \frac{C_x S_m}{G}$,

который при проведении исследовательских расчетов можно считать неизменным во все время спуска и который характеризует тормозные свойства конкретного СА. Тогда все траекторные и зависящие от траектории параметры при баллистическом спуске полностью определяются начальными

условиями входа в плотные слои атмосферы ($V_{\text{вх}}, \theta_{\text{вх}}, \varphi$ на высоте h_a) и баллистическим параметром σ_x . В частности, перегрузка

$$n_x = \frac{C_x S_M \rho V^2}{2G} = \sigma_x q, \quad (12.10)$$

где q – скоростной напор. Если рассматривать экспоненциальный закон изменения плотности с высотой $\rho = \rho_0 e^{-\beta h}$, то имеет место важное соотношение для максимальной перегрузки, достигаемой на траектории баллистического спуска:

$$n_{x\text{max}} \simeq \frac{\beta V_{\text{вх}}^2 \theta_{\text{вх}}}{2g_0}. \quad (12.11)$$

Формула (12.11) “не работает” только в области углов входа, близких к нулю. Из ее рассмотрения видно, что максимальная перегрузка не зависит от баллистического параметра σ_x . Однако текущая перегрузка при прочих равных условиях больше у аппарата с большим значением σ_x , что следует из формулы (12.10). Сказанное подтверждается данными, представленными на рис. 12.4. На аппаратах с разными значениями σ_x (прочие условия одинаковы) максимальные перегрузки равны, но достигаются в разное время на траектории спуска. При этом полное время спуска $t_{\text{сп}}$ существенно зависит от баллистического параметра, особенно при малых (по модулю) углах входа.

Подводя итоги, отмечаем, что баллистический спуск характеризуется большими перегрузками ($n_{\text{max}} > 8$), температурами на поверхности СА ($T_{\text{max}} > 2500^\circ\text{C}$), суммарными тепловыми потоками ($Q_{\Sigma} \sim (21 \dots 42) \times 10^7$ Дж/м²) и большим рассеянием точек посадки. Однако главные достоинства – сравнительная простота и надежность практической реализации – предопределили применение аппаратов баллистического типа в качестве первых спускаемых КА.

12.4. УЧАСТОК МЯГКОЙ ПОСАДКИ

Тормозных свойств КА недостаточно для полного гашения энергии, и необходимо введение специальной системы мягкой посадки, которая работает на третьем, заключительном, участке спуска. При этом значения траекторных параметров в конце участка основного аэродинамического торможения являются начальными для заключительного участка. Следует иметь в виду, что начало участка мягкой посадки не фиксировано по высоте, а определяется особенностями работы используемой конкретной системы мягкой посадки (СМП). Прежде всего следует различать вертикальную (“вертолетную”) и горизонтальную (“самолетную”) посадку. Вертикальная посадка возможна практически на любую ровную площадку, ибо, как и при посадке вертолета, СМП должна обеспечить практически полное гашение скорости. Допускается только небольшое значение вертикальной составляющей скорости (порядка 2–4 м/с при пилотируемой посадке). При самолетной посадке к вертикальной составляющей предъявляются еще более жесткие требования в сторону ее уменьшения, но зато

горизонтальная составляющая скорости может достигать нескольких сотен километров в час. Окончательное гашение скорости происходит во время пробега КА по специально подготовленной посадочной полосе, т. е. посадка возможна только на специально подготовленный космодром. Ввиду достаточно большого рассеяния точек посадки на начальном этапе космических полетов предпочтение было отдано вертикальной посадке.

Рассмотрим некоторые возможные типы СМП.

1. *Реактивная СМП* предполагает работу двигательных установок на заключительном участке спуска.

2. *Параютные СМП* для полного гашения скорости используют системы парашютов.

3. *Параютно-реактивная СМП* предполагает первоначальное торможение на парашютах, а непосредственно перед приземлением включаются двигатели мягкой посадки.

4. *Посадка на баллоны или разрушающиеся фермы*. В этом случае на днище КА прикрепляются или специальные баллоны, которые заполняются каким-нибудь газом незадолго до контакта с Землей, или специальные конструкции (фермы), которые деформируются (разрушаются при встрече с поверхностью) и тем самым гасят скорость.

5. *"Вертолетная" СМП* для посадки использует специальную систему винтов, подобно вертолетным.

Известны и другие типы СМП. Однако в настоящее время наибольшее распространение для посадки на Землю получила парашютно-реактивная СМП. Для примера приведем некоторые характеристики и порядок работы системы, используемой для посадки КА типа "Союз". На высоте ~ 10 км, когда СА имеет скорость $V_k \approx 200$ м/с, по датчикам от барореле начинает работать парашютная система: сначала выбрасывается небольшой вытяжной парашют, который извлекает тормозной парашют также сравнительно небольшого размера (площадь купола ~ 24 м²). СА на тормозном парашюте снижается ~ 17 с, а его скорость уменьшается до ~ 80 м/с. Затем срабатывает основной парашют с площадью купола ~ 1000 м², на котором аппарат снижается ~ 15 мин; у Земли СА имеет скорость $\sim 6 \dots 9$ м/с. Отметим, что многоступенчатая система парашютов необходима для постепенного гашения скорости аппарата с целью избежания недопустимых динамических ударов. На высоте ~ 1 м по команде от высотомера включаются двигатели мягкой посадки, которые гасят скорость до $2 \dots 4$ м/с. Следует отметить, что для повышения надежности помимо основного на борту СА находится еще запасной парашют. Он имеет несколько меньшую площадь купола (~ 600 м²). Запасная система вступает в действие на высоте $\sim 4 \dots 5$ км, если по каким-либо причинам не сработала основная система.

12.5. СКОЛЬЗЯЩИЙ СПУСК

Тяжелый перегрузочный режим ($n_{\text{х max}} > 8$) в сочетании с большим разбросом точек приземления делает непригодными аппараты баллистического типа для регулярных полетов с человеком на борту. Только на

первом этапе развития космической техники, когда относительная простота реализации играет решающую роль, оправдано применение СА баллистического типа. Для уменьшения максимальных перегрузок необходимо увеличивать время движения СА в плотных слоях атмосферы (см. (12.9)), осуществляя снижение по более пологим траекториям по сравнению с баллистическим спуском. Эта задача может быть решена путем использования СА, обладающих аэродинамической подъемной силой (см. (12.1)).

Даже небольшое значение аэродинамического качества приводит к существенному уменьшению максимальных перегрузок. При разработке аппаратов, обладающих подъемными силами, велись поиски форм, располагающих максимальным значением коэффициента лобового сопротивления, на которых можно получить подъемную аэродинамическую силу — качество СА. Отмеченные обстоятельства способствовали появлению аппаратов так называемого скользящего спуска, базирующихся на формах для СА баллистического типа и отличающихся большими значениями коэффициентов лобового сопротивления ($C_x > 1$) и подъемной силы ($C_y > 0,3 \dots 0,5$) при небольшом значении качества ($K \approx 0,2 \dots 0,4$).

Достигается это следующим образом. Рассмотрим рис. 12.10, на котором схематически изображен аппарат сегментно-конической формы, представляющий собой тело вращения с сегментной лобовой поверхностью СА и конической задней. При симметричном обтекании подобной формы (при $\alpha = 0$) подъемная сила будет отсутствовать, т. е. спуск будет баллистическим. В случае несимметричного обтекания ($\alpha \neq 0$) появляется вертикальная составляющая аэродинамической силы — подъемная сила ($K \neq 0$).

Режим спуска СА такой формы с $\alpha \neq 0$ можно обеспечить приложением реактивных управляющих сил, создающих необходимую величину угла атаки α на траектории снижения — управление с помощью изменения угла атаки. Однако такой способ сопряжен с большими расходами рабочего тела для реактивного управления, так как моменты инерции относительно поперечных осей аппаратов сегментно-конических форм достаточно велики. Но существует другой путь. Сместим центр масс СА вверх от оси симметрии. Тогда спуск такого аппарата будет проходить под некоторым балансирующим углом атаки $\alpha = \alpha_b \neq 0$, так как появляется момент относительно центра масс от силы лобового сопротивления, который будет уравниваться моментом от подъемной силы (см. рис. 12.10).

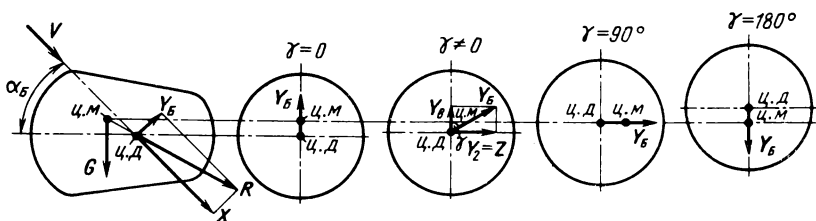


Рис. 12.10. Схема балансировки СА, управляемого креном:

Ц.М — центр масс; Ц.Д — центр давления; α_b — балансирующий угол атаки; Y_b — значение подъемной силы при $\alpha = \alpha_b$; $Y_b = Y_{б0} \cos \gamma$; $Y_r = Y_{б0} \sin \gamma$

При этом реактивное управление для обеспечения режима спуска с $\alpha = \alpha_6 = \text{const}$ необходимо только для парирования разного рода возмущений. Необходимо отметить важный момент: *вектор подъемной силы всегда лежит в одной плоскости (плоскости симметрии аппарата), проходящей через центр масс и центр давления*. В силу этого, разворачивая аппарат на угол γ относительно оси, соединяющей центр масс с центром давления, или скоростной оси (назовем γ углом крена), мы будем изменять проекцию подъемной силы на вертикальную плоскость симметрии СА. Значение подъемной силы при полете на балансировочном угле атаки $\alpha = \alpha_6$ и при угле крена $\gamma = 0$ обозначим через Y_6 . Тогда вертикальная составляющая Y_B при $\gamma \neq 0$ равна: $Y_B = Y_6 \cos \gamma$ и соответственно горизонтальная $Y_T = Y_6 \sin \gamma$.

Таким образом, появляется возможность не только получить подъемную силу Y_6 , но и изменять ее в полете от $Y_B = Y_6$ до $Y_B = -Y_6$ посредством изменения угла крена. В силу того, что СА практически статически нейтрален при вращении относительно оси "ЦМ — ЦД", реактивная сила, потребная для разворота и удержания аппарата на некотором угле γ , очень незначительна, а величина реактивного управляющего момента определяется в основном возможной величиной момента сопротивления, возникающего из-за технологической несимметричности аппарата, неравномерного уноса массы при обгаре тепловой защиты и т. д. В этом заключается очень большое достоинство СА, управляемых с помощью изменения угла крена.

Необходимо отметить, что спуск аппаратов скользящего типа на основном участке траектории (при числах $M > 4 \dots 5$) протекает практически с постоянным углом атаки α_6 . Поэтому достаточно обосновано допущение о постоянстве коэффициентов лобового сопротивления C_x , подъемной силы C_y и соответственно аэродинамического качества $K_6 = \frac{C_y}{C_x}$ ($\alpha = \alpha_6$). Аппараты скользящего типа удобно характеризовать баллистическим параметром σ_x и располагаемым значением качества $K_{\text{расп}}$, за которое принимается значение качества K_6 при полете с углом атаки $\alpha = \alpha_6$: $K_{\text{расп}} = K_6$.

Вертикальная составляющая аэродинамического качества, называемая *эффективной*, как и подъемная сила, зависит от угла крена γ : $K_{\text{эф}} = K_6 \cos \gamma$. В соответствии с этим говорят об управлении с помощью изменения угла крена или "эффективным" качеством.

Из изложенного выше ясно, что приземление аппаратов "скользящего" типа должно производиться теми же средствами, что и аппаратов баллистического типа, ибо малое располагаемое аэродинамическое качество не позволяет осуществить планирующую посадку.

В заключение необходимо отметить, что наряду с возможностью управления формы СА с сегментной лобовой поверхностью имеют и ряд других существенных достоинств по сравнению, например, с СА шаровых форм:

1) удобство компоновки, связанное в первую очередь с размещением экипажа и оборудования;

2) относительно небольшие скорости СА к моменту ввода в поток парашютной системы приземления. Действительно, за счет большого значения C_x скорость движения СА к моменту ввода не превышает 100 ... 200 м/с;

3) реализация на СА аэродинамической подъемной силы возможна без применения специальных устройств;

4) потребной массы тепловой защиты СА в среднем требуется меньше на 20% (при равных условиях). Это объясняется тем, что находящиеся за лобовым сегментом в "аэродинамической тени" части аппаратов подвергаются меньшему тепловому воздействию и соответственно их меньше надо защищать от теплового воздействия.

Неуправляемый спуск СА "скользящего" типа с постоянным значением аэродинамического качества требует лишь простейшей стабилизации аппарата по крену. Рассмотрим прежде всего перегрузки и время их действия на траекториях указанного типа. Перегрузка от силы аэродинамического сопротивления вычисляется по формуле:

$$n_{\Sigma} = \sqrt{n_x^2 + n_y^2} \text{ или } n_{\Sigma} = n_x \sqrt{1 + K^2},$$

$$\text{где } n_x = \sigma_x \frac{\rho V^2}{2}; \quad n_y = \sigma_x \frac{K \rho V^2}{2}.$$

Общий характер зависимости перегрузок от начальных условий движения баллистического и аэродинамического качества аппарата виден из рассмотрения рис. 12.11 и рис. 12.12. При углах входа от -1 до -3° максимальные перегрузки для одного и того же значения K изменяются незначительно, как и при изменении начальных скоростей входа в пределах 7,8 ... 8,2 км/с. При $|\theta_{\text{вх}}| > 3^\circ$ максимальные перегрузки сильно растут и выходят за допустимые пределы, поэтому угол входа при пилотируемой посадке должен быть ограничен. Учитывая, что при изменении коэффициента торможения в пределах $0,0001 \leq \sigma_x \leq 0,0005 \text{ м}^2/\text{Н}$ максимальные перегрузки практически не изменяются, все данные приведены, в основном, для одного значения $\sigma_x = 0,0001 \text{ м}^2/\text{Н}$. Результаты расчетов показали, что при изменении аэродинамического качества в пределах от 0,1 до 0,7 максимальные перегрузки уменьшаются и для $K = 0,25$ при углах входа $\theta_{\text{вх}}$ от -1 до -3° не превышают значения $n_{\Sigma} = 3,5$. При $K = 0,5$ для тех же углов входа значения будут не более 2,5.

Кривые, характеризующие изменение скорости, высоты и угла наклона вектора скорости к местному горизонту по времени, представлены на рис. 12.5, а, б, в, а на рис. 12.13 показана зависимость суммарного теплового потока и дальности полета в атмосфере от нагрузки на лобовую по-

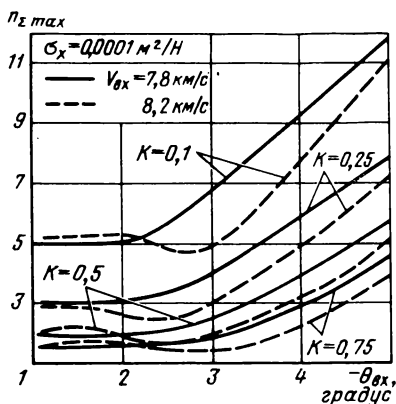


Рис. 12.11. Зависимость максимальной суммарной перегрузки $n_{\Sigma \text{ max}}$ от угла входа $\theta_{\text{вх}}$

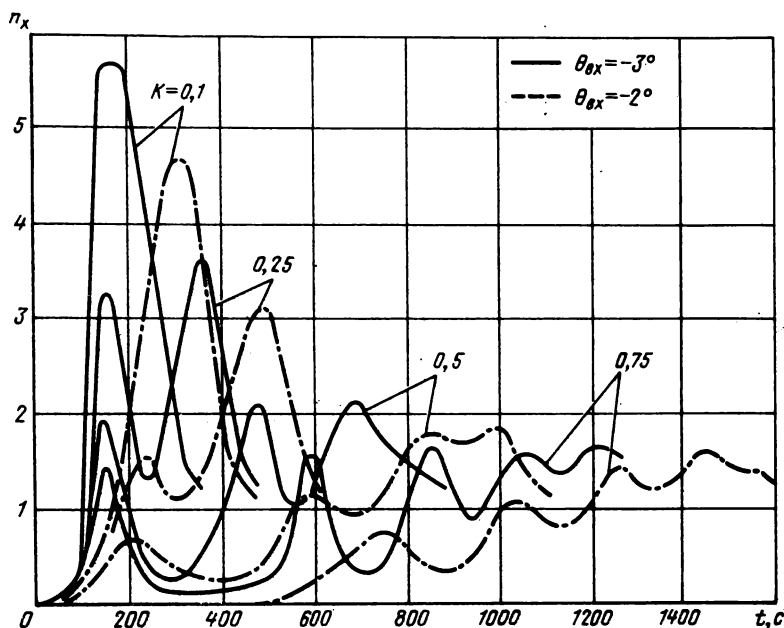
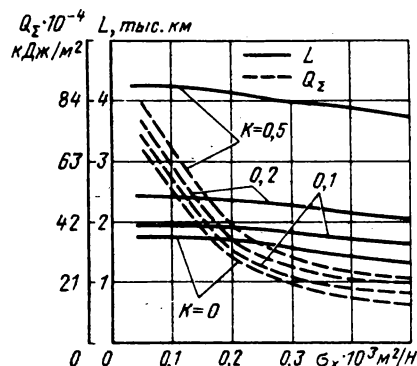


Рис. 12.12. Изменение скоростной перегрузки n_x по времени спуска для различных значений постоянного аэродинамического качества

верхность. Видно, что с увеличением качества время спуска сильно возрастает. Спуск происходит не по плавной кривой, а по так называемой фугоиде. Движение по ней нежелательно, так как увеличиваются пики перегрузок, время спуска и суммарный тепловой поток. При этом также резко возрастает рассеяние точек приземления.

Приведенные материалы показывают, что при неуправляемом "скользящем" спуске максимальные перегрузки при соответствующем подборе параметров входа в атмосферу (в основном угла входа $\theta_{вх}$) и качества не будут превышать 3 ... 4. Вместе с тем видно, что при $K > 0,2 \dots 0,3$ существенно увеличивается время спуска и суммарный тепловой поток, а



следовательно, и увеличивается потребная масса тепловой защиты аппаратов подобного типа. Для обеспечения наименьшего времени "скользящего" спуска и обеспечения допустимого уровня перегрузок необходимо, чтобы качество СА составляло величину порядка 0,15 ... 0,2. В этом слу-

Рис. 12.13. Зависимость дальности спуска в атмосфере L и суммарного теплового потока (Q_z) от баллистического параметра; $V_{вх} = 7,8$ км/с; $\theta_{вх} = -2^\circ$

чае при небольших перегрузках тепловой режим спуска достаточно близок к баллистическому. Он характеризуется лишь несколько меньшими значениями максимальных температур и некоторым увеличением суммарного теплового потока (Q_{Σ}). Так, при $K = 0,2$ максимальные значения температур уменьшаются на $300 \dots 400^{\circ}\text{C}$, а Q_{Σ} увеличивается на $(63 \dots 105) \times 10^6$ Дж/м² по сравнению с баллистическим спуском.

Управление аппаратами скользящего типа. Использование аппаратов скользящего типа без управления аэродинамической подъемной силой нецелесообразно, в первую очередь, из-за значительного разброса точек приземления, существенно превышающего рассеяние при баллистическом спуске. Вместе с тем наличие подъемной силы позволяет осуществлять управление спуском с целью выполнения различных задач. Управление аппаратами скользящего типа наиболее целесообразно осуществлять с помощью изменения угла крена. Этот путь отличается достаточной простотой и минимальными потребными затратами рабочего тела на стабилизацию СА. Программное изменение в процессе снижения угла крена (изменение вентикальной составляющей подъемной силы) позволяет осуществить спуск по траекториям, удовлетворяющим поставленным условиям. Процесс изменения в полете угла крена СА с целью выведения аппарата в заданную точку фазового пространства или выдерживания определенной оптимальной траектории осуществляется системой управления спуском (СУС).

При решении различных задач к СУС могут предъявляться самые различные требования в зависимости от целевого назначения объекта. В одних случаях основным условием может быть требование построения СУС минимальной массы, обеспечивающей приемлемую точность посадки, а в других — исключительно точная посадка и т. д. Путей построения СУС в настоящее время достаточно много. Каждой системе присущи свои преимущества и недостатки в отношении обеспечиваемой точности посадки, надежности, массовых затрат, потребных бортовых и наземных средств, простоты реализации и т. д. В силу этого приходится отдавать предпочтение той или иной системе в каждом конкретном случае в зависимости от поставленных задач и имеющихся средств.

Первым этапом построения СУС является определение номинальной программы изменения управляющего параметра (номинальное управление), обеспечивающей снижение СА по определенной заданной (программной) или вырабатываемой в процессе полета траектории. В общем случае поставленные условия могут выполняться при движении по самым различным траекториям. Задача номинального управления состоит в том, чтобы определить это семейство траекторий и обеспечить движение СА по ним в номинальных условиях, т. е. при отсутствии возмущений.

Второй этап построения СУС состоит в определении закона изменения управляющего параметра, обеспечивающего спуск аппарата по выбранной номинальной траектории (или, по крайней мере, по траектории, близкой к номинальной) в реальных условиях — при действии разного рода возмущений.

Одной из основных особенностей построения СУС аппаратов скользящего типа является необходимость управления продольной и боковой

дальностью полета с помощью одного управляющего параметра — угла крена. В этом случае управление боковой дальностью может быть организовано только в рамках управления продольной дальностью полета путем переворотов СА "с боку на бок" в определенные моменты на траектории спуска. Аппарат будет двигаться по колеблющейся кривой относительно заданного направления движения. В моменты переворота система управления фактически размыкается и может быть нарушено условие устойчивости управления продольной дальностью. Отмеченный фактор существенно затрудняет построение СУС для СА скользящего типа.

Другой особенностью, которую необходимо принимать во внимание при построении СУС, является то, что на аппаратах скользящего типа управляющую силу на участке основного аэродинамического торможения нельзя убрать ("обнулить"), ибо СА движется в атмосфере с постоянным углом атаки $\alpha = \alpha_6 \neq 0$ и соответственно $C_{y6} \neq 0$. Третья особенность состоит в следующем. Ввиду того, что величина располагаемого аэродинамического качества у аппаратов скользящего типа мала ($K_6 \sim 0,2 \dots 0,4$), то возможности управления определяются в основном общим запасом энергии СА и, следовательно, убывают по мере снижения, т. е. по мере гашения скорости аппарата.

В настоящее время одним из основных требований к спуску аппаратов скользящего типа является обеспечение их посадки в заданном районе ограниченных размеров. Возможности обеспечения точной посадки характеризуются зоной или областью маневра, которая определяется полуразностью максимальной и минимальной дальностей полета (в продольном и боковом направлениях), достигаемых на данном СА. В том случае, когда величина предполагаемого рассеяния за счет действия разного рода возмущающих факторов существенно меньше возможной зоны маневра (т. е. имеется избыток в величине управляющей силы — качества аппарата), можно говорить о построении оптимальной траектории спуска.

Рассмотрим построение оптимальной с точки зрения минимума потребной массы тепловой защиты СА ($G_{Т.з.}$) траектории снижения. Наиболее естественным в этом случае принимать "прямой" критерий

$$G_{Т.з.} = \min. \quad (12.12)$$

Однако из-за больших математических трудностей решить задачу в такой постановке не удастся. Обычно применяют какой-либо косвенный критерий, определенным образом связанный с массой тепловой защиты. Проведенные исследования позволили сделать очень важный вывод: для аппаратов с сублимирующей теплозащитой условие (12.12) выполняется на траекториях с минимальным временем атмосферного участка спуска ($t_{сп} = \min$). Решение задачи в такой постановке существенно упрощается.

Найдем выражение для времени спуска в плотных слоях атмосферы $t_{сп} = t_K - t_{вх}$, которое будем минимизировать. Проведя те же рассуждения, что и при выводе соотношения (12.8) (см. разд. 12.3), получим

$$\int_{t_{вх}}^{t_K} dt \approx - \frac{1}{g_0} \int_{V_{вх}}^{V_K} \frac{dV}{n_x} \quad \text{или} \quad t_{сп} \approx \frac{1}{g_0} \int_{V_{вх}}^{V_K} \frac{dV}{n_x}. \quad (12.13)$$

Решение задачи будем проводить с учетом ограничения на максимально допустимую перегрузку:

$$n_{\max} \leq n_{\text{доп}}. \quad (12.14)$$

В такой постановке очевидно, что минимум функционала $t_{\text{сп}} = \min$ будет достигаться на траектории, в каждой точке которой перегрузка n_x (а следовательно, и суммарная перегрузка, так как $K_6 \approx \text{const}$) максимальна. Однако обеспечить спуск аппаратов по изоперегрузочной траектории от момента входа в плотные слои атмосферы ($h_a, V_{\text{вх}}$) и до момента раскрытия парашютной системы (h_k, V_k) не представляется возможным из-за малого значения плотности на высотах, близких к $h_{\text{вх}}$, и малых скоростей спуска на высотах, близких к h_k . Оптимальная траектория будет состоять из трех участков: движение по ограничению (участок II рис. 12.14) и вне ограничения (участок I, III рис. 12.14).

Для решения поставленной задачи надо дополнительно минимизировать время t_1 и t_3 на участках движения вне ограничения, т. е. на участке выхода и схода с ограничения.

Решение задачи минимизации времени от входа в плотные слои атмосферы до выхода на ограничение (12.14) показало, что оптимальным управлением является программа одноразового "переключения" аэродинамического качества с " $-K_6$ " на " $+K_6$ ". Точка переключения определяется начальными условиями входа и величиной допустимой максимальной перегрузки. После достижения максимума перегрузок необходимо мгновенно уменьшить эффективное значение качества для удержания СА на ограничении (12.14). В дальнейшем происходит увеличение эффективного качества для предотвращения сваливания в зону недопустимых перегрузок, а затем, по мере гашения скорости полета — уменьшение для предотвращения ухода с ограничения. И хотя в дальнейшем аппарат выходит на минимальное значение качества $K_{\text{эф}} = -K_6$, перегрузки начинают уменьшаться. Минимум времени спуска на 3-м участке обеспечивается при спуске с $K_{\text{эф}} = -K_6$. Типичная программа изменения эффективного качества схематически представлена на рис. 12.14. Полное время спуска $t_{\text{сп}}$ уменьшается по мере увеличения допустимой перегрузки, и в пределе при снятии ограничения (12.14) минимум времени обеспечивается на траектории спуска с $K_{\text{эф}} = -K_6$.

Необходимо отметить, что при построении оптимального управления совершенно не говорилось о требовании точной посадки в заданном районе Земли. Во многих случаях введение этого и некоторых других конкретных условий существенно видоизменяет оптимальное управление. Во-первых, орбиты спутников могут быть такими, что

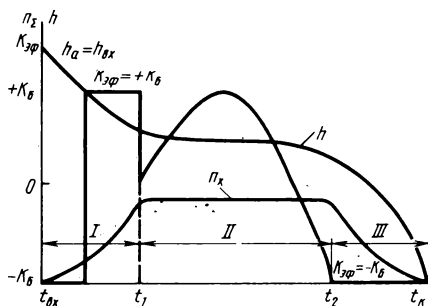


Рис. 12.14. К построению оптимальной траектории спуска в атмосфере: I, III — участки движения без ограничения по перегрузке; II — участок движения по ограничению $n_{\max} = n_{\text{доп}}$

не всегда можно получить оптимальные условия входа, удовлетворяющие требованию посадки в заданном районе Земли. Во-вторых, СА должен располагать определенными маневренными возможностями, чтобы парировать возмущения и обеспечить точную посадку. В силу отмеченных и ряда других обстоятельств при практической реализации не удастся добиться абсолютно оптимального решения, а приходится несколько отступать от него с целью выполнения всех условий.

Первоочередное требование точной посадки в заданном районе Земли способствовало тому, что в настоящее время наибольшее распространение получили простейшие номинальные траектории с постоянным значением эффективного аэродинамического качества (или угла крена). В зависимости от реальных начальных условий входа в атмосферу может быть установлено такое значение угла крена (эффективного качества), которое обеспечивает приход СА в заданный район (естественно, в пределах зоны маневрирования). Номинальные траектории, определяемые движением на постоянном значении аэродинамического качества, приводят к более тяжелому тепловому режиму СА по сравнению с рассмотренными выше оптимальными траекториями. Но отход от оптимальности тем меньше, чем меньше располагаемое качество СА, и при $K_{расп} \leq 0,3$ во многих случаях использование неоптимальных номинальных траекторий практически оказывается более целесообразным (учитывая, в первую очередь, простоту реализации). Еще раз отметим, что при спуске с орбиты ИСЗ значения качества $\sim 0,1 \dots 0,15$ является достаточным для существенного облегчения перегрузочного режима (максимальные значения перегрузок не превышают 4 ... 5). Небольших запасов эффективного качества в пределах 0,10 ... 0,15 относительно номинального значения в целом достаточно для парирования действующих на СА возмущений. Потребное номинальное значение эффективного качества определяется условиями входа аппарата на границе плотных слоев атмосферы и заданной точкой посадки.

Во многих случаях целесообразной является номинальная траектория с постоянным значением качества на основном участке полета с переходом на закрутку (режим полета, близкий к баллистическому спуску) с высоты полета 20 ... 30 км при скорости полета СА менее ~ 5 М. Основным преимуществом указанной траектории является отсутствие необходимости полного учета изменения аэродинамических характеристик на последнем участке полета, ибо наиболее существенное их изменение (положение центра давления, балансирующий угол атаки, C_y , C_x и т. д.) происходит, начиная с чисел М, меньших 4 ... 5, в то время как при $M > 5$ аэродинамические характеристики можно считать неизменными.

В заключение следует отметить следующее: применение угла крена γ в качестве единственного управляющего параметра вызывает необходимость распорядиться последним так, чтобы обеспечить одновременно продольное и боковое управление. Общее решение этой задачи состоит в раздельном использовании модуля и знака угла γ в одном из двух вариантов: а) изменение модуля подчиняется требованиям продольного управления, изменение знака γ — требованиям бокового; б) обратное распределение модуля и знака γ . При этом управление с помощью изменений знака γ по смыслу является дискретным, благодаря чему в конце траектории

имеет место неуправляемый участок, на котором образуется некоторый конечный промах по соответствующей координате. Первый вариант более удобный, универсальный, точный, так как в этом случае более совершенное управление (модулем угла γ) применяется для решения наиболее сложной части задачи: формирования и стабилизации траектории в продольной плоскости, а более грубое управление (знаком угла γ) — для ликвидации относительно небольших боковых отклонений.

Простые системы управления непрерывного действия. Требование точной посадки СА в заданном районе Земли является в настоящее время доминирующим, и система управления спуском должна обеспечить выполнение его при соблюдении некоторых ограничений, в первую очередь, по перегрузкам. Это определило целое направление в построении СУС — управление конечной дальностью полета. Сделаем два принципиальных замечания.

1. Правильнее было бы говорить об управлении конечным состоянием объекта, ибо конечные условия включают не только дальность полета, но скорость и траекторный угол на заданной конечной высоте. Однако, как показали проведенные исследования, "тормозных" свойств аппаратов скользящего типа достаточно, чтобы обеспечить необходимые начальные условия для работы, например, парашютно-реактивной системы мягкой посадки независимо от величины реализуемой дальности полета. Это и позволяет при построении СУС контролировать только дальность полета (в общем случае — продольную и боковую).

2. При построении СУС для аппаратов скользящего типа обычно не учитывается движение СА на заключительном участке (участок работы СМП), т. е. конечная точка берется на высоте начала работы СМП. Следует понимать, что это приведет к дополнительному рассеянию точек посадки на поверхности Земли. Действительно, например, при действии ветра со средней скоростью ~ 10 м/с за время спуска на парашюте СА может отнестись на величину ~ 10 км относительно точки посадки, определенной без учета заключительного участка.

Можно рассматривать следующие *принципы синтеза СУС* непрерывного действия:

- с использованием заранее рассчитанных программных зависимостей;

- с "прогнозированием" точки посадки;

- смешанного типа, когда по результатам прогноза выбирается программная зависимость.

Наиболее простыми являются СУС первого типа.

Под простыми СУС будем понимать системы, которые строятся с использованием простой, легко доступной для измерений информации и предусматривают обработку этой информации (для выдачи управляющего сигнала) на простейших вычислителях (или простых аналоговых устройствах). В настоящее время можно считать, что такой простой информацией является измерение перегрузок, интегралов от перегрузок и времени полета. При этом СУС получается наиболее простой, если перегрузки измеряются в осях, жестко связанных с корпусом СА.

При проектировании СУС непрерывного действия необходимо опре-

делить некоторую функцию фазовых координат (функционал управления), поддержание значений которой близкими к расчетным, позволяет получить необходимую точность приземления. В качестве такой функции можно рассматривать отклонение точки приземления от заданной $\Delta L_K = L_K - L_{\text{ном}}$, которое должно быть равно нулю. Здесь L_K — конечная дальность полета, т. е. дальность, отсчитываемая по поверхности Земли, от точки входа в плотные слои атмосферы (или от момента включения ТДУ) до точки посадки; $L_{\text{ном}}$ — требуемая конечная дальность полета. Считая, что действующие на СА возмущения невелики, отклонение точки посадки (в продольной плоскости движения) можно записать

$$\Delta L_K(t_i) = \frac{\partial L_K}{\partial x_i} \Delta x_i + \frac{\partial L_K}{\partial y_i} \Delta y_i + \frac{\partial L_K}{\partial V_{xi}} \Delta V_{xi} + \frac{\partial L_K}{\partial V_{yi}} \Delta V_{yi}, \quad (12.15)$$

здесь $\frac{\partial L_K}{\partial x_i}, \dots, \frac{\partial L_K}{\partial V_{yi}}$ — частные производные конечной дальности полета по координатам и составляющим скоростей, взятым в момент времени t_i ; $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta V_{xi}, \Delta V_{yi}$ — соответственно отклонения координат и составляющих и скорости СА в момент t_i от заданных значений.

Приводя в каждый момент времени выражение для $\Delta L_K(t_i)$ к нулю путем введения соответствующего управляющего воздействия

$$\Delta L_K(t_i) \checkmark \xi \frac{\partial L_K}{\partial \gamma} \Delta \gamma = 0,$$

можно обеспечить условие посадки в заданном районе. Здесь $\frac{\partial L_K}{\partial \gamma}$ — частная производная конечной дальности по углу крена для момента t_i ; коэффициент $\xi \neq 0$ необходимо ввести для улучшения динамики процесса управления,

$$\Delta \gamma = \gamma(t_i) - \gamma_{\text{ном}},$$

$\gamma(t_i)$ — требуемое постоянное значение угла крена в момент t_i , обеспечивающее привод СА в заданную точку посадки; $\gamma_{\text{ном}}$ — значение угла крена при отсутствии возмущений.

Для решения выбранного функционала следует знать частные производные $\frac{\partial L_K}{\partial x}, \dots, \frac{\partial L_K}{\partial \gamma}$, номинальные (программные) значения траекторных параметров $x_{\text{ном}}, y_{\text{ном}}, \gamma_{\text{ном}}$ и текущие значения этих же параметров, которые необходимо определять на борту СА.

Частные производные могут быть определены либо численным интегрированием уравнений движения на ЭВМ с введением отклонений по соответствующим параметрам, при этом производные определяются как

$$\frac{\partial L_K}{\partial x}(t_i) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta L_K}{\Delta x}, \dots, \frac{\partial L_K}{\partial \gamma}(t_i) = \lim_{\Delta \gamma \rightarrow 0} \frac{\Delta L_K}{\Delta \gamma},$$

либо интегрированием сопряженной системы к исходной линеаризованной системе [48].

Номинальные значения фазовых координат $x_{\text{ном}}, V_{x\text{ном}}, V_{y\text{ном}}, y_{\text{ном}}$, соответствующие некоторой заданной траектории, и найденные частные

производные могут быть заложены на борту СА в виде некоторых таблиц в функции от используемого в системе управления аргумента. Принципиальных затруднений в реализации эта часть СУС не вызывает, хотя и желательно, чтобы количество программных зависимостей было по возможности минимальным. Гораздо сложнее определить на борту СА в процессе снижения текущие значения фазовых координат. В полном объеме эти данные могут быть получены только с использованием инерциальной системы навигации. Но в этом случае СУС не будет уже относиться к классу простых.

В простейших СУС информация о текущих фазовых координатах получают косвенным путем весьма приближенно, что ведет к существенным методическим ошибкам.

Первый вариант – чувствительные (измерительные) элементы жестко связаны с корпусом СА. Управление с использованием угла крена СА позволяет в принципе достаточно просто получить данные о скорости снижения аппарата. Действительно, в этом случае (в номинале) снижение СА по крайней мере на основных режимах при $M > 4 \dots 5$, происходит с постоянным углом атаки $\alpha = \alpha_6$. Поэтому, зная положение центра масс СА, нетрудно определить направление скоростной оси относительно корпуса СА.

Перейдем к скоростной системе координат. Тогда положение СА в продольной плоскости определяется скоростью, высотой, дальностью полета и углом наклона вектора скорости к местному горизонту. Запишем уравнение для производной от скорости:

$$\dot{V} = -C_x \frac{\rho V^2}{2m} - g \sin \theta = -n_x g - g \sin \theta.$$

Проинтегрировав обе части, получим скорость

$$V_K = V_{BK} - V_s - \int_{t_{BK}}^{t_K} g \sin \theta dt, \quad (12.16)$$

где $V_s = \int_{t_{BK}}^{t_K} |n_x| g dt$ – кажущаяся скорость.

Угол наклона вектора скорости к местному горизонту на основном участке снижения мал и членом $g \sin \theta$ с некоторой погрешностью можно пренебречь (или при необходимости ввести в функции времени вычисленное для номинальной траектории значение этого члена, которое будет незначительно отличаться для возмущенной траектории). Итак, выражение (12.16) позволяет достаточно просто найти скорость СА. Угол наклона θ , определяющий вектор скорости в продольной плоскости, также может быть получен путем измерения перегрузки n_x и производной от перегрузки, так как $\theta \sim \dot{n}_x / n_x$. Измерение перегрузок позволяет достаточно эффективно заменять измерения высоты полета СА. Наконец, текущая дальность полета СА с хорошей точностью может быть выражена через время снижения или получена путем двойного интегрирования перегрузки.

Таким образом, СУС принципиально может быть синтезирована с использованием функционала, получаемого косвенным путем, т. е. путем из-

мерения перегрузки по скоростной оси, производной и интегралов от этой перегрузки и времени полета. Следует отметить, что измерение производной от перегрузки не является желательным для простейших СУС, ибо ее получение сопряжено с достаточными трудностями. В целом, методическая ошибка информации в связанной системе координат должна быть оценена в каждом конкретном случае и сопоставлена с требованиями точности посадки. Отметим только, что одной из принципиальных (и очень существенной) ошибок, определяющих точность этой информации, является ошибка в балансировочном угле атаки. Причина ее возникновения заключается в следующем: измеритель перегрузок "выставляется" под каким-то определенным, (в пределе нулевым) углом к предполагаемой скоростной оси СА. Но при реальном снижении балансировочный угол атаки из-за разного рода неучтенных факторов может отличаться от расчетного. В этом случае будет иметь место ошибка в получаемой на борту скорости и соответственно в дальности полета. Величина этого отклонения пропорциональна отношению проекций суммарной перегрузки на направление акселерометра и на направление действительного вектора скорости.

Отметим, что определенной оптимальной установкой оси акселерометра φ_{opt} эту составляющую ошибки можно несколько уменьшить. Например, считая отклонение балансировочного угла $\Delta\alpha$ и ошибку в качестве СА ΔK (α_6) зависимыми величинами с нормальным законом распределения и дисперсией $\sigma_{\Delta\alpha}^2$ и $\sigma_{\Delta K}^2$, оптимальный угол выставки акселерометра может быть найден из выражения

$$\text{tg} \varphi_{\text{opt}} = - \frac{K(K^2 + 1 + \frac{\partial K}{\partial \alpha})}{\frac{\sigma_{\Delta K}^2}{\sigma_{\Delta \alpha}^2} + (1 + \frac{\partial K}{\partial \alpha})(K^2 + 1 + \frac{\partial K}{\partial \alpha})},$$

где $\frac{\partial K}{\partial \alpha}$ — частная производная аэродинамического качества по углу атаки.

Если возможно смещение балансировки ($\sigma_{\Delta\alpha} \neq 0$) без изменения аэродинамического качества, т. е. при заданном балансировочном угле $\sigma_{\Delta K} = 0$, то

$$\varphi_{\text{opt}} = \alpha_6 + \text{arctg} \frac{K}{1 + \frac{\partial K}{\partial \alpha}(\alpha_6)}.$$

Если смещение балансировки отсутствует ($\sigma_{\Delta\alpha} = 0$), то $\varphi_{\text{opt}} = \alpha_6$.

Системы управления, использующие простую информацию с датчиков, жестко связанных с корпусом СА, имеют существенные ошибки. Эти погрешности приводят к появлению некомпенсируемого промаха свыше десятка километров.

Второй вариант — инерциальное управление дальностью полета СА. В этом случае используются чувствительные элементы — акселерометры, установленные определенным образом на гиросtabilизированной платформе. Члены Δx , Δy , Δz , ΔV_x , ΔV_y , ΔV_z в функционале (12.15) пред-

ставляют собой рассогласования составляющих координат и скоростей в инерциальной системе отсчета.

Перепишем выражение (2.15), взяв только два основных, определенным образом выбранных направления в инерциальной системе

$$\Delta L_{\kappa} = \frac{\partial L_{\kappa}}{\partial V_{\lambda}} (t_i^*) \Delta V_{\lambda} + \frac{\partial L_{\kappa}}{\partial S_{\mu}} (t_i^*) \Delta S_{\mu}. \quad (12.17)$$

Формула (12.17) выражает промах в конечной дальности полета, вызываемый погрешностями в момент времени t^* , причем

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_{\kappa}}{\partial V_{\lambda}} (t_i^*) &= \sqrt{\left[\frac{\partial L_{\kappa}}{\partial V_x} (t_i^*) \right]^2 + \left[\frac{\partial L_{\kappa}}{\partial V_y} (t_i^*) \right]^2 + \left[\frac{\partial L_{\kappa}}{\partial V_z} (t_i^*) \right]^2}; \\ \frac{\partial L_{\kappa}}{\partial S_{\mu}} (t_i^*) &= \sqrt{\left[\frac{\partial L_{\kappa}}{\partial x} (t_i^*) \right]^2 + \left[\frac{\partial L_{\kappa}}{\partial y} (t_i^*) \right]^2 + \left[\frac{\partial L_{\kappa}}{\partial z} (t_i^*) \right]^2}. \end{aligned}$$

где ΔV_{λ} — проекция вектора $(\Delta V_x, \Delta V_y, \Delta V_z)$ на направление λ , определяемое вектором $\text{grad}_V L$, ΔS_{μ} — проекция вектора $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ на направление μ , определяемое вектором $\text{grad}_S L$.

Задача управления состоит в приведении функционала (12.17) к нулю путем введения соответствующих корректирующих добавок. В случае идеального управления равенство $\Delta L_{\kappa} = 0$ должно выполняться вдоль всей траектории. Это условие может быть выполнено, если по траектории

$$\Delta V_{\lambda} = \int_0^t \dot{\Delta V}_{\lambda} dt = 0, \quad \Delta S_{\mu} = \int_0^t \int_0^{\tau} \dot{\Delta V}_{\mu} d\tau dt = 0.$$

Итак, можно построить систему управления дальностью полета, использующую два интегрирующих акселерометра, установленных по направлению баллистических инвариантов (по направлению λ и μ). Эти два направления можно реализовать на СА с использованием гиросtabilизированной платформы. Методические ошибки подобных СУС, вызванные, в частности, использованием вместо рассогласований пути и скорости рассогласований интегралов от перегрузок, примерно подобны ошибкам при использовании датчиков, жестко связанных с корпусом СА; целесообразность их применения объясняется, в первую очередь, незначительными погрешностями за счет неточной балансировки СА в полете (по отношению к расчетной). Вместе с тем применение подобных СУС требует обеспечения достаточно точной установки чувствительных элементов и малых уходов гиropлатформы в процессе снижения.

Отметим, что функционал (12.17) принципиально может быть реализован с использованием и одного интегрирующего акселерометра с переменным направлением оси чувствительности [9].

Третий вариант — простые СУС непрерывного действия. Из приведенных выше данных следует, что для реализации функционала типа (12.15) необходимо помимо интегрирования перегрузок, дифференцировать их, и необходимо также иметь гиросtabilизированную платформу с двумя интегрирующими акселерометрами или одним акселерометром с перемен-

ным направлением, т. е. эти системы можно определить как "не очень простые".

Во многих случаях применяют простые системы, работающие с минимальной информацией при самой простой ее обработке. К таким системам относятся прежде всего СУС, использующие информацию с одного интегрирующего акселерометра. Ось этого акселерометра или жестко связана с корпусом СА ($n_{св}$), или установлена определенным образом в инерциальном пространстве ($n_{ин}$). На борту СА запоминается программная зависимость изменения перегрузок $n_{св}$ или $n_{ин}$ в функции используемого в СУС аргумента. Чаще всего в качестве аргумента берут кажущуюся скорость $V_{св}$ или $V_{ин}$. По величине рассогласований перегрузок $\Delta n_{св} = (n_{св})_{тек} - (n_{св})_{пр}$ или $\Delta n_{ин} = (n_{ин})_{тек} - (n_{ин})_{пр}$ на программной и текущей траектории формируют управляющий сигнал: $\Delta \gamma = \xi \Delta n$.

Коэффициент ξ может быть постоянным во все время спуска или переменным по траектории. Это определяется требованиями, предъявляемыми к точности посадки СА. Отметим также, что на борту СА может запоминаться несколько программных зависимостей $n_{св}$ или $n_{ин}$. В реальном полете в функции от имеющихся начальных условий входа СА в плотные слои атмосферы выбирается та или иная программа, обеспечивающая наилучшее выполнение поставленных условий. В некоторых случаях вместо рассогласований перегрузок используют рассогласования по времени спуска на текущей и программной траекториях.

Управление боковым движением в описанных системах осуществляется путем переворотов СА "с боку на бок" в некоторых определенным образом выбранных точках траектории. Причем для простых СУС точки переворота, как правило, фиксированы.

Подобные простые СУС имеют существенные методические ошибки. Так, при спуске с орбиты ИСЗ они обеспечивают посадку с разбросом в пределах нескольких десятков километров по дальности и в боковом направлении. Это и определяет возможную область их применения.

Системы дискретного управления дальностью полета КА. Построение алгоритма для системы дискретного управления может быть проведено с использованием метода **попадающих траекторий** [9]. Будем называть **попадающими** те траектории, полет корабля по которым приводит к попаданию в заданную точку, т. е. обеспечивается достижение заданной дальности, при обязательном выполнении ограничений по перегрузкам $n_{max} \leq n_{доп}$.

Метод **попадающих траекторий** при управлении дальностью полета возвращающегося космического корабля целесообразно применять по следующим причинам. При решении задачи попадания в заданную точку фазового пространства нет необходимости компенсировать влияние возмущений в каждой точке траектории, выбранной на основании обработки измерений на самом начальном участке спуска в атмосфере. Имеется целое семейство траекторий, движение по которым позволяет выполнить поставленные условия. Поэтому рационально рассматривать задачу *парирования не текущих отклонений параметров движения от номинальных, а конечного отклонения регулируемого параметра*. В нашем случае — это обеспечение минимума рассеяния точек посадки при выполнении постав-

ленных ограничений по перегрузкам и аэродинамическому нагреву. Требование же вести полет по одной траектории должно приводить к чрезмерной перегрузке на СУС, нерациональному расходу рабочего тела.

Следует указать и второе важное соображение в пользу применения дискретных систем. Оно следует из того, что снижающийся в атмосфере аппарат обладает огромной энергией. Поэтому, если на какой-то момент времени t_i на СА действовало возмущение (или управление), то только спустя некоторое время Δt траектория заметно отойдет от невозмущенной. Одним словом, реально существует какое-то время Δt , зависящее от величины действующих возмущений, необходимое для выяснения текущей картины спуска и принятия уверенного решения по управлению. При этом чем проще состав бортовых средств и ниже их чувствительность и быстродействие, тем больше величина Δt .

Рассмотрим один из возможных путей управления при дискретном корректировании траектории в ее характерных точках с использованием семейства попадающих траекторий. При синтезе системы управления по этому пути исходят из того, что на траектории спуска существует " m " точек, в которых можно изменять величину управляющей силы таким образом, что возмущения будут парированы. Места проведения коррекций могут быть фиксированы или выбираться на борту аппарата в зависимости от действующих возмущений или от величины отклонения текущей траектории от расчетной и т. д.

Принцип действия автономной системы управления, строящийся с использованием предлагаемого метода, следующий. В момент достижения аппаратом фиксированного значения аргумента системы $p = p_0$ по полученной на борту информации определяется некоторый постоянный угол крена γ_0 (в общем случае — программа), с которым осуществляется дальнейший полет. В момент достижения аргументом значения $p = p_1$ по результатам сравнения величины некоторого функционала, вычисленного по данным бортовых измерений, с некоторым предвычисленным значением проводится коррекция первоначального угла $\gamma_1 = \gamma_0 + \Delta\gamma_1$. В последующие моменты $p_i = p_2, p_3, \dots, p_m$ проводятся коррекции аналогичным способом соответственно значениям $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_m$. Причем коррекции проводятся таким образом, чтобы на каждом этапе осуществлялся перевод на ближайшую попадающую траекторию.

Таким образом, выбором угла γ_0 (в момент $p = p_0$) определяется расчетная траектория первого приближения. При действии разного рода возмущений параметры действительной траектории будут отличаться от параметров расчетной траектории. Поэтому в последующие моменты полета на основании продолжающихся бортовых измерений проводятся корректировки текущих значений качества 1, 2, ..., m -го приближений в некоторых характерных точках траектории (при заданных фиксированных значениях аргумента).

Изложенный метод называется *методом попадающих траекторий*, согласно которому построение системы осуществляется в предположении, что на каждом этапе полета (от коррекции до коррекции) корабль летит по ближайшей попадающей траектории из всей их возможной совокупности. Проведенные исследования показали, что построение СУС в самом

простом варианте реализации метода попадающих траекторий позволяет обеспечить точность посадки порядка 20 ... 30 км и этот метод может эффективно использоваться для спуска автоматических капсул.

Алгоритмы управления, реализуемые с помощью бортовой вычислительной машины. Существующие в настоящее время бортовые цифровые вычислительные машины (БЦВМ) позволяют реализовать алгоритмы управления с прогнозом движения "наперед". В этом случае структура управления очень гибкая и позволяет в процессе полета получить значительный объем информации о движении и на основании ее перестраивать алгоритмы управления. Очевидно также, что с помощью БЦВМ можно реализовать самые различные алгоритмы, обеспечивающие решение поставленной задачи.

При синтезе СУС с БЦВМ следует различать три основных участка снижения СА;

активный, где работает тормозная двигательная установка (ТДУ); за счет тяги на аппарат действуют перегрузки;

движение в разреженных слоях атмосферы (до высоты $h_a \sim 100$ км) где перегрузки практически отсутствуют;

движение в плотных слоях атмосферы, где действуют перегрузки за счет аэродинамических сил.

Точная посадка СА может быть обеспечена путем управления аэродинамической силой на третьем участке траектории при соответственно выбранной точке включения ТДУ. К моменту начала этого участка компоненты вектора состояния, рассчитанные БЦВМ, будут отличаться от действительных, главным образом, за счет ошибок в задании начальных данных. Для выявления этих погрешностей необходимо использовать дополнительную информацию о траектории.

Наличие БЦВМ открывает новые возможности в навигации КА на участке спуска. Применительно к задаче безопасного спуска аппарата с БЦВМ в заданную точку поверхности навигация предполагает решение следующих основных задач на борту СА:

определение вектора состояния СА в фазовом пространстве и всей необходимой информации о характеристиках корабля и окружающей среды (задача навигации СА);

определение с необходимой дискретностью требуемых значений управляющего параметра для выполнения условий полета (задача наведения СА).

Для определения на борту компонент вектора состояния СА используется обычное дифференциальное уравнение:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} + \mathbf{a}.$$

Здесь $\mathbf{r}$, r — радиус-вектор СА и модуль вектора; $\mathbf{a}$ — вектор ускорения от действия активных сил; $\mathbf{a} = \frac{\mathbf{P}}{m}$ (на участке работы ТДУ); $\mathbf{P}$ — тяга ТДУ;

$\mathbf{a} = \frac{\sigma_x g_0}{2} \rho V^* [-V^* + \frac{KV^*}{\sqrt{(V_1^*)^2 + (V_3^*)^2}} (([h_2 \times V^*]) \cos \gamma + \frac{\sin \gamma}{V^*} [V^* \times [h_2 \times V^*]])]$ (на участке аэродинамического торможения СА).

В последней формуле V^* и V — соответственно вектор скорости аппарата относительно набегающего потока и модуль вектора относительной скорости;

V_1^*, V_2^*, V_3^* — проекции вектора V^* на оси Oh_1, Oh_2, Oh_3 . Оси инерциальной прямоугольной системы координат, совпадающие с осями чувствительности акселерометров, имеют следующие направления: Oh_1 — из центра земли в точку расчетного включения ТДУ; Oh_3 — в плоскости орбиты по направлению движения; Oh_1 — образует с осями Oh_1 и Oh_3 правую систему; h_2^0 — единичный вектор оси Oh_2 .

Вектор V вычисляется согласно формуле: $V^* = V - [\omega_3 \times r]$ (V — вектор скорости СА; ω_3 — угловая скорость вращения Земли).

Для учета динамики движения около центра масс к основной системе уравнений добавляется уравнение типа:

$$I\ddot{\gamma} = M_{упр}f(\sigma) \pm M_{сопр},$$

где I — момент инерции СА; $M_{упр}$ — момент управления по крену; $M_{сопр}$ — момент аэродинамического сопротивления;

$$f(\sigma) = \begin{cases} 1 & \text{при } \sigma \geq \sigma^* \\ 0 & \text{при } -\sigma^* < \sigma < \sigma^* \\ -1 & \text{при } \sigma \leq -\sigma^*, \end{cases}$$

σ^* — зона нечувствительности; $\sigma = T_\gamma(\gamma_{треб} - \gamma_{тек}) + T_{\dot{\gamma}}\dot{\gamma}$; $T_\gamma, T_{\dot{\gamma}}$ — постоянные коэффициенты; $\gamma_{тек}, \gamma_{треб}$ — соответственно текущее и требуемое значение угла крена.

Перед началом спуска задаются координаты требуемой точки посадки. В номинальном случае требуемая продольная дальность, отсчитываемая в плоскости большого круга поверхности Земли, обеспечивается расчетным временем включения ТДУ на орбите и полетом в атмосфере с выбранным значением эффективного аэродинамического качества $K_{эф}$. Точная посадка в боковом направлении обеспечивается переворотом аппарата "с боку на бок" в определенной точке на траектории (смена знака угла крена).

Начальные значения компонент вектора состояния определяются на Земле или автономными средствами и закладываются в БЦВМ. В момент включения ТДУ начинается решение навигационной задачи. Часы, используемые для получения дополнительной информации о траектории, включаются в расчетный момент начала работы ТДУ. После окончания работы двигателя на втором участке снижения — в разреженных слоях атмосферы — акселерометры отключаются и предполагаемое ускорение от действия аэродинамических сил вычисляется с использованием значений номинальной плотности атмосферы, тем самым систематические и случайные ошибки акселерометров не будут включены в вычисления. На этом же участке с учетом ошибок подачи тормозного импульса вычисляется новое расчетное значение угла крена γ_0 , обеспечивающее достижение заданной продольной дальности полета.

При входе в плотные слои атмосферы ($h_a = 100$ км) снова включают акселерометры и их показания используются для решения навигационной задачи. В момент достижения малого фиксированного значения перегрузки n_a по показаниям бортовых часов сравнивается действительное

время с расчетным. Величина рассогласования является исходной информацией для проведения первой коррекции, цель которой состоит в компенсации задания начальных значений компонент вектора состояния и возмущений, накопленных при полете в разреженных слоях атмосферы. После проведения коррекции устанавливается значение угла крена

$$\gamma_1 = \gamma_0 + \Delta\gamma_0; \quad \Delta\gamma_0 = a_0 (\Delta t - \Delta t_{\text{атм}}); \quad \Delta t = t_{n_a} - \tilde{t}_{n_a};$$

$$\Delta t_{\text{атм}} = a_1 (\sigma_x \xi^* - \sigma_{xH})^2 + a_2 (\sigma_x \xi^* - \sigma_{xH});$$

$$a_0 = \left(\frac{\frac{dL}{dt}}{-\frac{dL}{d\gamma}} \right)_{n_a, \gamma_0},$$

где t_{n_a} , $\tilde{t}_{n_a}$ — время полета в момент достижения перегрузки соответственно на действительной траектории по показаниям бортовых часов и на расчетной с углом крена $\tilde{\gamma}_0$; $\Delta t_{\text{атм}}$ — рассогласование времени на текущей и расчетной траекториях, вызванное отклонениями аэродинамических коэффициентов и плотности атмосферы от расчетных значений; σ_{xH} — номинальное значение баллистического параметра; $\xi^* = \frac{\rho}{\rho_{\text{ном}}}$ — отношение

действительного значения плотности к номинальному; a_1, a_2 — коэффициенты, определяемые на борту; $\frac{dL}{dt}, \frac{dL}{d\gamma}$ — производные конечной дальности полета соответственно по времени и углу крена.

Кроме изменения угла крена после первой коррекции для компенсации начальных ошибок вектора состояния изменяется расчетное значение конечной продольной дальности полета

$$L_{\text{расч}} = L_{\text{к.н}} + C(L_1 - L_{\text{к.н}}),$$

где $L_{\text{к.н}}$ — номинальная конечная продольная дальность полета; L_1 — прогнозируемое значение этой дальности, вычисленное при полете с углом крена γ_1 от момента первой коррекции; C — эмпирический коэффициент.

После проведения первой коррекции с учетом сравнительно малой эффективности управления в верхних разреженных слоях атмосферы некоторое время Δt (до высоты ~ 65 км) полет СА проходит в режиме стабилизации угла крена γ_1 .

По истечении времени Δt начинается периодическое решение задачи наведения и проведение коррекций угла крена. Требуемые значения угла крена определяются на основании прогноза дальнейшего движения путем численного интегрирования уравнений движения.

При этом необходимо отметить следующие особенности.

1. Все вычисления проводятся в промежутках времени между коррекциями t_i и t_{i+1} по информации о компонентах вектора состояния, полученной на начало t_i временного промежутка. Требуемое значение угла крена находится для момента t_{i+1} .

Следует отметить две основные стратегии выбора управления:

1) при определении величины управляющего воздействия на момент t_{i+1} действие возмущений на участке полета $t_i - t_{i+1}$ не учитывается;

2) в расчеты управления закладываются прогнозируемые значения возмущающих факторов на участке $t_i - t_{i+1}$. В первом случае компенсация возмущений идет с запаздыванием на шаг коррекции $\Delta t = t_{i+1} - t_i$. В результате действие возмущений на заключительном отрезке спуска ($t_k - \Delta t$) не будет скомпенсировано (где t_k — время окончания участка основного аэродинамического торможения).

Эффективность второго пути полностью определяется надежностью и совершенством методов прогнозирования возмущений. В частности, ниже приводится один из возможных путей учета погрешностей в задании аэродинамического качества и плотности атмосферы.

При помощи простых формул на борту периодически определяются аэродинамическое качество СА и произведение баллистического коэффициента на отношение действительного значения плотности к номинальному, которые принимаются постоянными при решении задачи прогноза:

$$K = \frac{n_y}{n_x}; \quad \sigma_x \xi = \frac{2n_x}{\rho_{\text{ном}} V^2};$$

$$n_x = -\frac{n_1 V_1 + n_2 V_2 + n_3 V_3}{V}; \quad n_y = \sqrt{n_\Sigma^2 - n_x^2};$$

$$n_\Sigma = \sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2}; \quad V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + V_3^2}.$$

Здесь n_j , V_j ($j = 1, 2, 3$) — соответственно проекции векторов суммарной перегрузки и скорости на оси инерциальной системы координат:

2). Вне зависимости от стратегии выбора управления можно утверждать, что к моменту окончания участка управляемого полета шаг коррекции Δt следует уменьшать, чтобы свести к минимуму элементы случайности в обеспечиваемой точности. Это соображение подсказывает, что в начале спуска Δt можно задавать побольше, а к концу — поменьше. Это, в свою очередь, позволяет наилучшим образом построить процесс вычисления управляющего воздействия и снизить требования к БЦВМ, ибо из двух алгоритмов управления, использование которых в СУС с БЦВМ обеспечивает одинаковую точность, предпочтение всегда будет отдано тому алгоритму, реализация которого предъявляет менее жесткие требования к БЦВМ.

Наиболее целесообразным путем в этом направлении является путь использование переменного шага коррекций и числа итераций (здесь итерация — один просчет на БЦВМ траектории спуска "вперед"). В начале спуска шаг коррекции по возможности следует брать наибольшим ($\Delta t_{\text{и}}$), а для вычисления управления использовать специальные приближенно-аналитические зависимости или проводить одну—две итерации. Предположим, что мы используем для расчета управления одну итерацию. Зная полное время спуска $t_{\text{сп}}$, с использованием системы уравнений для расчета прогнозируемой траектории определяем требования к БЦВМ в зависимости от первоначального шага коррекции $\Delta t_{\text{и}}$. Очевидно, что эти требования будут тем жестче, чем меньше $\Delta t_{\text{и}}$. В рамках сформулированной задачи максимизировать $\Delta t_{\text{и}}$ удастся с помощью следующего простого приема. После того как СА пролетел по времени половину пути, т. е. до конца остается

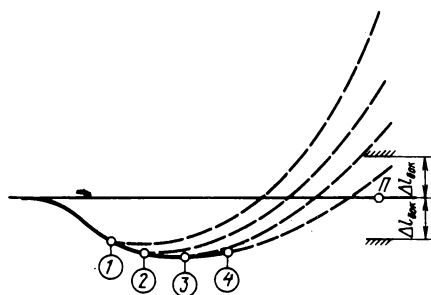


Рис. 12.15. Иллюстрация метода управления боковой дальностью: 1, 2, 3 – точки коррекции угла крена; 4 – место действительного переворота СА с боку на бок; П – точка посадки; $\Delta l_{\text{бок}}$ – допустимый промах в боковом направлении; — — — — действительная траектория полета; — — — — прогнозируемая траектория полета

$\frac{\Delta t_{\text{сп}}}{2}$, можно или удвоить число итераций или вдвое сократить шаг коррекции $\frac{\Delta t_{\text{и}}}{4}$. По истечении по времени еще четверти пути (до конца остается $\frac{\Delta t_{\text{сп}}}{4}$) можно: а) использовать для расчетов четыре итерации или б) в четыре раза уменьшить шаг коррекции $\frac{\Delta t_{\text{и}}}{4}$, или в) в два раза

уменьшить шаг коррекции и проводить две итерации. Чем ближе к окончанию участка спуска, тем число возможных вариантов улучшения качества управления возрастает. В целом этот путь дает хорошие результаты:

3). Для парирования бокового отклонения точки посадки от расчетной целесообразно применять следующий метод (рис. 12.15). Расчет траектории "вперед" в ускоренном масштабе времени осуществляется со значением угла крена, знак которого противоположен действительному значению. Здесь используется практическая независимость продольной дальности полета до точки посадки от знака угла крена ($\Delta L < 1$ км). При этом определяется величина бокового отклонения точки посадки при предполагаемой смене знака угла крена в момент следующей коррекции. После того как значение прогнозируемого бокового отклонения точки посадки попадает в некоторую допустимую окрестность относительно расчетной точки, определяемую требуемой точностью посадки, следует действительный переворот СА "с боку на бок" – смена знака угла крена. Можно ограничиться двумя такими переворотами на траектории.

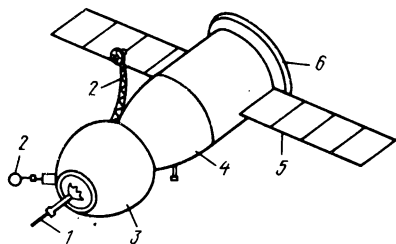
При использовании в СУС алгоритмов управления, основывающихся на рассмотренном подходе, может быть обеспечена точность посадки в пределах 3 ... 5 км в продольной и боковом направлениях при действии возможных возмущений и с учетом динамики движения по крену и существующих приборных ошибках.

12.6. ПЛАНИРУЮЩИЙ СПУСК

СА скользящего типа, наряду со многими преимуществами, имеют два принципиальных недостатка, которые вызывают необходимость создания аппаратов нового типа: 1) однократность использования и 2) исключительно ограниченные возможности бокового маневрирования (в пределах всего нескольких десятков километров). Существо первого недо-

Рис. 12.16. Схема космического корабля "Союз-Т":

1 — активный стыковочный узел (штанга); 2 — антенны радиотехнической системы сближения; 3 — бытовой отсек; 4 — спускаемый аппарат; 5 — панели солнечных батарей; 6 — приборно-агрегатный отсек



статка лучше всего показать на примере возвращения транспортного корабля "Союз-Т". Из рис. 12.16 видно, что он включает три основных отсека: 1) приборно-агрегатный, где размещаются все приборы и основная двигательная установка; 2) бытовой, где космонавты проводят основное время, работая и отдыхая, и 3) возвращаемый на Землю отсек с космонавтами, который и есть собственно спускаемый аппарат. Возвращать полностью сохранным корабль на Землю энергетически и экономически неоправданно из-за огромных затрат на его теплозащиту, организацию управления, построение системы мягкой посадки и т. п. Поэтому за некоторое время до включения ТДУ на орбите от корабля отделяется бытовой отсек, затем после сообщения тормозного импульса перед входом в плотные слои атмосферы происходит отделение СА от приборно-агрегатного отсека. Оба отсека входят в плотные слои атмосферы, но до Земли доходит только СА, а приборно-агрегатный отсек сгорает. На заключительном этапе СА, отбросив теплозащитный экран, снижается на парашюте, а за мгновение до касания Земли срабатывают двигатели мягкой посадки. Тем не менее СА деформируется при посадке, особенно при столкновении с твердым грунтом. Выполнив задачу, корабль прекращает свое существование. Очевидно, что ни о какой многократности его использования не может быть речи.

Отмеченные недостатки принципиально можно устранить на аппаратах планирующего типа, обладающих большой величиной располагаемого аэродинамического качества ($K > 1$). При их разработке и создании надо учитывать прежде всего два основных требования, направленных на устранение недостатков, присущих аппаратам скользящего типа:

спуск должен проходить без изменения аэродинамической формы, т.е. обгар и деформация исключаются;

мягкая точная посадка на специально подготовленный космодром.

Первое требование означает, что должны быть выбраны и реализованы такие траектории, спуск по которым сопровождается умеренными максимальными температурами на поверхности СА. Это температуры, по крайней мере, меньшие $1400 \dots 1500^\circ\text{C}$, при которых могут работать современные конструкционные материалы без разрушения. Уместно вспомнить, что указанные температуры почти вдвое меньше, чем при скользящем спуске.

Второе требование включает необходимость бокового маневра, так как в общем случае посадочный виток может не проходить через космодром, а создание большого числа космодромов исключено из-за огромной их стоимости и трудностей доставки КА к месту старта.

Удовлетворить отмеченным требованиям возможно только на КА, обладающих большими управляющими возможностями. При пассивном спуске это означает, что аппарат должен располагать как можно большим значением аэродинамического качества, т. е. поиск решения следует вести среди аппаратов самолетных форм. В целом, это формальная постановка вопроса, ибо практическое решение задачи по пути увеличения качества входит в противоречие с рядом других, не менее важных, требований. Действительно, с ростом аэродинамического качества сильно возрастает время спуска и суммарные тепловые потоки. При прочих равных условиях максимальные температуры на поверхности КА уменьшаются по сравнению с аппаратами скользящего спуска. Но при этом надо выдерживать ряд строгих ограничений по внешним обводам КА, чтобы исключить все зоны локальные точки, где возможна концентрация тепла, т. е. не должно быть в потоке никаких выступающих частей, острых кромок и т. п. При этих условиях облик КА представляется в виде летающего крыла, спускающегося в атмосфере с большим углом атаки, чтобы фюзеляж, кабину космонавтов и др. можно было бы разместить в аэродинамической тени.

Однако на КА подобной формы очень большое значение аэродинамического качества (с учетом высказанных ограничений) получить весьма сложно. В результате возникает одна из принципиальнейших задач, связанная с определением минимально необходимого аэродинамического качества. При решении этой сложной задачи, в первую очередь, учитывается взаимосвязь величины гиперзвукового аэродинамического качества с максимальными температурами на поверхности КА и величиной бокового маневра.

Прежде всего рассмотрим задачу определения максимально возможного бокового маневра для различных способов управления:

- с помощью угла крена (как и аппаратами скользящего типа);
- с использованием угла атаки и угла крена ("самолетное" управление).

В целях упрощения считаем, что исходная орбита КА лежит в плоскости экватора и поэтому широта φ_K конечной точки посадки полностью определяет реализуемую боковую дальность. Тогда максимально допустимой зоной бокового маневра будет сферическое кольцо шириной $2\varphi_{K\max}$, где $\varphi_{K\max}$ есть максимально допустимое значение широты точки посадки. При значении $\varphi_{K\max} \approx 90^\circ$ можно обеспечить посадку СА в любой точке земной поверхности (обеспечение требуемой долготы возможно за счет коррекции времени входа в плотные слои атмосферы). Если же точка схода СА с орбиты ИСЗ фиксирована, то достижимая область находится внутри сферического кольца, а решение задачи необходимо проводить с учетом ограничения по долготе (ограничение по продольной дальности).

В работе [75] решена задача нахождения максимального бокового удаления СА при фиксированной продольной дальности спуска. Полученные результаты представлены на рис. 12.17. Видно, что основное влияние на величину максимального бокового удаления оказывает аэродинамическое качество.

Значение $\varphi_{K\max} \approx 90^\circ$ достигается при $K \approx 3,5$. Для реализации траек-

торий снижения в этой же работе получены приближенные зависимости для определения угла крена в процессе снижения:

$$\gamma(S) = \frac{2}{\pi} \gamma_0 \arctg \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \eta \cos \varphi} \right);$$

$$\gamma_0 = \frac{\pi}{4} \left(\frac{K_6}{3} + 1 \right), \quad 0 < K_6 \leq 3,$$

где S – независимая переменная (длина дуги углового перемещения СА); η – курсовой угол. Приведенные формулы позволяют определить управление γ в любой точке траектории снижения в зависимости от текущих значений углов φ и η .

Рассмотрим результаты решения задачи максимизации бокового отклонения СА при ограничениях на продольную дальность спуска и на максимально допустимую температуру конструкции [75]. На рис. 12.18 приводятся найденные оптимальные программы управления $\gamma(t)$ для решения указанной задачи при различных значениях допустимой температуры конструкции. Оптимальная программа изменения угла крена очень сильно зависит от конкретного значения допустимой температуры $T_{\text{доп}}$. Если при отсутствии ограничения по $T_{\text{доп}}$ оптимальное значение угла монотонно уменьшается от величины γ_{max} (в начале полета) до величины $\gamma = 0$ (при посадке), то в момент достижения скорости полета $V \approx 6500$ м/с ограничение по температуре приводит к минимуму угла γ . Анализ полученного решения показывает, что при обеспечении $\gamma_{\text{min}} = 0$ достигается наименьшее значение допустимой температуры $T_{\text{доп min}}$. При этом, чем меньше значение температуры $T_{\text{доп}}$, тем меньше величина угла крена γ на участке полета по ограничению (при соблюдении равенства $T = T_{\text{доп}}$) и тем больше значение γ после схода с ограничения.

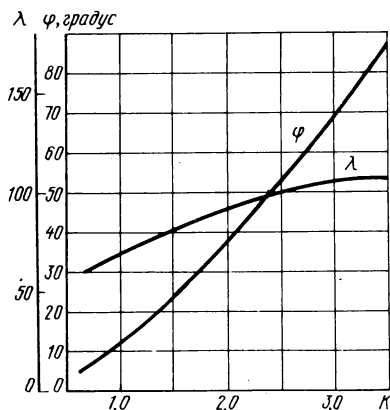


Рис. 12.17. Кривые зависимости конечных параметров траектории спуска от величины аэродинамического качества

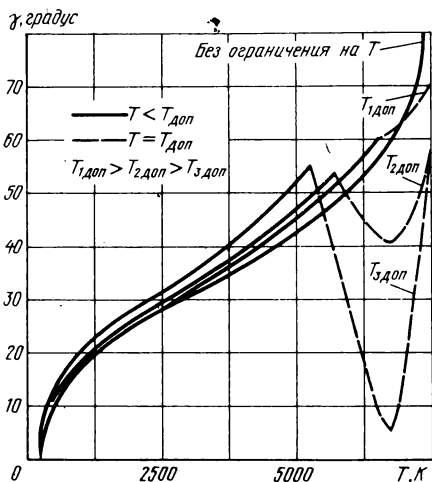


Рис. 12.18. Влияние ограничения по температуре конструкции на оптимальный закон изменения угла крена при управлении траекторией спуска

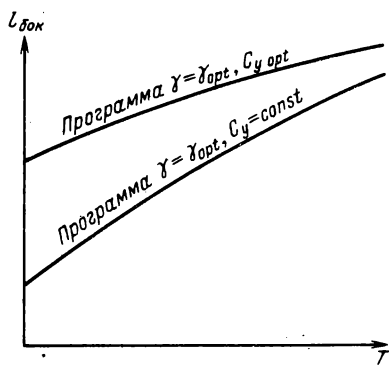


Рис. 12.19. Эффективность одновременного управления углом крена и углом атаки по сравнению с управлением только углом крена

Использование аппаратов, управляемых по углам крена γ и атаки α , позволяет существенно увеличить боковое отклонение СА. На рис. 12.19 дается качественное сравнение двух различных способов управления (только по " γ " и по " $\gamma + \alpha$ "). Результаты решения оптимизационной задачи

показывают, что чем меньше допустимая температура, тем большее значение имеет $C_{y_{opt}}$ и тем меньшее значение — оптимальный угол γ_{opt} (при движении по ограничению $T = T_{доп}$), а после схода с ограничения должен обеспечиваться режим снижения с максимальным значением качества.

Сравнение эффективности самолетного управления ($\alpha + \gamma$) по сравнению с управлением только по γ показывает, что относительное увеличение боковой дальности тем больше, чем меньше значение допустимой температуры.

Итак, теоретически можно реализовать любую боковую дальность (при величине $K_{расп} > 3,5$). Но нужно ли это практически, учитывая исключительную сложность обеспечения столь большой величины аэродинамического качества. В рассмотрение должны быть приняты следующие дополнительные соображения. При запуске КА максимальная вероятность возникновения нештатной ситуации, когда потребуются возвращение аппарата на космодром, имеет место на 1-м витке полета, т. е. в пределе (посадка на 2-м витке) боковое отклонение может достигать величины межвиткового расстояния. Это значение составляет $\sim 2000 \dots 2300$ км на экваторе ($\varphi = 0$) и $\sim 1400 \dots 1600$ км при $\varphi \sim 50^\circ$ для низких орбит ($h_{max} < 500$ км). На эти цифры следует ориентироваться при выборе максимальной величины аэродинамического качества: это значение $K_{расп} \sim 2 \dots 1,5$ соответственно. На аппаратах с указанным значением аэродинамического качества могут быть реализованы траектории с максимальным значением температуры на поверхности снижающегося КА $\sim 1400 \dots 1500^\circ\text{C}$, что позволяет говорить о неразрушающейся конструкции.

Реализация КА с большим значением гиперзвукового аэродинамического качества предопределила необходимость и целесообразность самолетной посадки подобных аппаратов на специально подготовленный космодром ограниченных размеров (несколько километров в длину и 100 ... 200 м в ширину).

При такой посадке вертикальная составляющая скорости должна быть близка к нулю, т. е. сила тяжести должна уравниваться аэродинамической подъемной силой:

$$Y = G \text{ или } C_y \frac{\rho V_{пос}^2}{2} = mg;$$

$$V_{\text{пос}} = \sqrt{\frac{2mg}{C_y S \rho}} = \sqrt{\frac{2mg}{K_{\text{пос}} C_x S \rho}}$$

Нетрудно видеть, что допустимая посадочная скорость $V_{\text{пос}}$ в значительной степени определяет требуемое значение дозвукового посадочного аэродинамического качества. Последнее зависит от размеров, формы и массы КА, но при $V_{\text{пос}} < 300$ км/ч $K_{\text{пос}}$ должно быть более 3.

Таким образом, определены требования к гиперзвуковому и дозвуковому значению управляющего параметра — аэродинамическому качеству. Но это только самый первый шаг на пути решения проблемы создания аппарата планирующего типа.

Итак, с баллистической точки зрения спуск аппарата планирующего типа сводится к решению двухточечной краевой задачи со свободным левым и закрепленным правым концом. С подобной постановкой задачи мы сталкивались и при решении вопросов спуска КА скользящего типа. Но здесь мы имеем два новых условия, принципиально усложняющих решение задачи. Во-первых, появляется "жесткое" ограничение на максимально допустимую температуру и, во-вторых, в конце полета (на правом конце) необходимо обеспечить не только положение объекта в пространстве (широту и долготу на заданной высоте), но также составляющие скорости и направление подлета КА к космодрому. Из этих условий следует, что параметричность задачи многократно возрастает по сравнению с аппаратами скользящего спуска, ибо в конечной точке необходимо обеспечить по меньшей мере семь координат: шесть составляющих вектора состояния, а также азимут подхода к посадочной полосе. Вместе с тем не упоминается ограничение по максимально допустимым перегрузкам. Действительно, наличие большой управляющей силы приводит к тому, что действующие перегрузки сравнительно малы практически на любой разумной траектории спуска. Практическое решение задачи несколько облегчается тем, что допускается возможность двухпараметрического управления — с использованием не только разворотов по крену, но и по углу атаки.

Отмеченные особенности предопределили стратегию выбора номинальных траекторий спуска КА планирующего типа:

сопоставив трассу посадочного витка с положением космодрома, определяют требуемую величину бокового маневра. Возможны два предельных случая: а) спуск с нулевым боковым маневром, когда трасса проходит через космодром; б) спуск с максимальной величиной требуемой боковой дальности, когда посадка должна осуществляться не с n -го витка, проходящего через космодром, а с $(n-1)$ -го или $(n+1)$ -го витка;

варьируя время включения ТДУ, величину и направление тормозного импульса, определяют номинальную траекторию, удовлетворяющую конечным условиям и ограничению по температуре, т. е. траектория, как правило, включает участок движения по изотерме при прохождении области максимального теплового воздействия.

В процессе снижения управление должно удерживать КА на этой номинальной траектории, так как наличие ограничения по максимальной температуре резко сужает класс возможных траекторий спуска. Для реше-

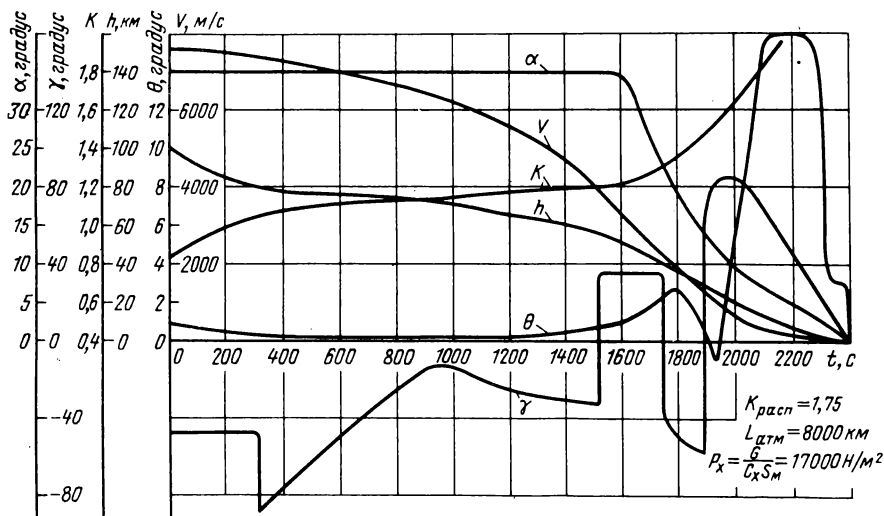


Рис. 12.20. Изменение параметров траектории снижения и параметров управления по времени спуска

ния задач навигации и наведения должны применяться самые совершенные инерциальные системы и БЦВМ. Начальный вектор состояния КА на орбите должен определяться автономно с помощью бортовых средств или передаваться БЦВМ с Земли. Участок снижения КА от момента включения ТДУ до "входа в плазму" может контролироваться спутниковыми системами, а после выхода из плазмы (при $h < 45$ км) контролироваться с помощью наземных станций слежения. Коррекция бортовой инерциальной системы осуществляется как наземными средствами, так и автономно с использованием, например, различных высотомеров и дальномеров, позволяющих получать дополнительную внешнюю информацию.

Учитывая исключительную сложность задачи, предполагается возможность использования любых приборов и устройств, повышающих надежность посадки.

Следует отметить, что несмотря на все принимаемые меры, спуск по "жесткой" номинальной траектории (вплоть до прихода на космодром), как правило, невозможен, так как предъявляемые требования к конечным параметрам исключительно высоки, а за счет действия разного рода возмущений появляются отклонения от номинальных параметров. В силу этого задача снижения на участке движения в плотных слоях атмосферы условно разбивается на несколько этапов:

участок контроля максимальных температур (высота полета от 90 до ~ 40 км), причем ограничение по температуре выполняется во всех случаях (даже если другие условия нарушаются);

участок приведения КА к космодрому (высота полета от 40 км до 7 ... 5 км); на этом участке температуры незначительны и главное внимание уделяется обеспечению конечных условий выхода СА на глассаду — траекторию заключительного этапа посадки;

участок движения по посадочной глиссаде.

В соответствии с приведенным разделением на первом участке управление спуском автономное и автоматическое, а на втором и третьем участках может быть и автономным и неавтономным, автоматическим и ручным и даже **директорным** – это прямое наведение аппарата с Земли с помощью аэродромных средств. Естественно, возможны различные комбинации перечисленных способов управления СА.

В заключение данного раздела представим рис. 12.20, где показано изменение траекторных и управляющих параметров на траектории спуска КА планирующего типа.

ГЛАВА 13. ОСОБЕННОСТИ СПУСКА НА ПОВЕРХНОСТЬ ЗЕМЛИ С ЛУННЫХ И МЕЖПЛАНЕТНЫХ ТРАЕКТОРИЙ ВОЗВРАЩЕНИЯ

При реализации полетов КА к другим небесным телам Солнечной системы (к Луне, планетам, астероидам, кометам) в некоторых случаях может предусматриваться возвращение на Землю какой-то части КА (например, доставка грунта Луны на советских АМС "Луна"). В этом случае обязательным требованием является надежная посадка СА в заданном, специально выбранном районе Земли.

При анализе траекторий возвращения прежде всего рассматривают возможную скорость подлета к Земле и так называемый коридор входа.

При возвращении от Луны скорость входа близка ко 2-й космической скорости ($V_{\text{вх}} \approx 11$ км/с), а при возвращении от других небесных тел – превышает 2-ю космическую скорость ($V_{\text{вх}} > 11,2$ км/с). В последнем случае ее принято именовать гиперболической, так как траектория возвращения КА является (относительно Земли) кеплеровой разомкнутой орбитой, называемой гиперболой. Аналогично траекторией возвращения от Луны является парабола. В результате, возвращающийся от Луны аппарат входит в атмосферу Земли с параболической (точнее, околопараболической) скоростью, в то время как возвращающийся от планет КА – с гиперболической скоростью. Диапазон скоростей входа $V_{\text{вх}} > 11,2$ км/с принято называть также диапазоном гиперболических скоростей возвращения.

13.1. КОРИДОР ВХОДА

Основной характеристикой, широко используемой при анализе различных задач спуска, является **ширина коридора входа** или просто коридор входа. Для его определения удобно использовать высоту условного перигентра (рис. 13.1), которая является высотой перигентра (h_{π}) подлетной кеплеровой траектории, рассчитанной в предположении отсутствия у планеты атмосферы. Между высотой условного перигентра h_{π} и углом входа ($\theta_{\text{вх}}$) существует функциональная зависимость, которая позволяет

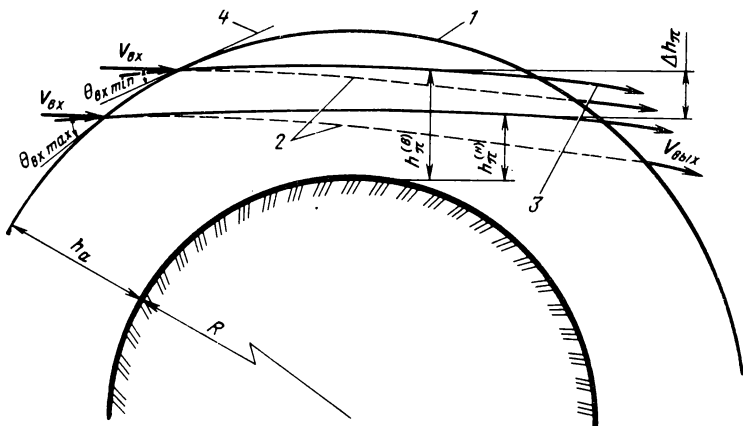


Рис. 13.1. Коридор входа КА в плотные слои атмосферы:

1 – условная граница атмосферы; 2 – траектория движения КА в атмосфере; 3 – траектория движения КА без учета атмосферы; 4 – местный горизонт

при фиксированной скорости входа однозначно определять любой из этих параметров (на границе h_a атмосферы).

Верхняя граница коридора входа ($h_{\pi}^{(в)}$) характеризуется максимальным, а нижняя ($h_{\pi}^{(н)}$) – минимальным значением высоты условного перигея (см. рис. 13.1). Ширина коридора входа определяется как разность этих высот:

$$\Delta h_{\pi} = h_{\pi}^{(в)} - h_{\pi}^{(н)} \quad \text{или} \quad \Delta h_{\pi} = \pm \frac{h_{\pi}^{(в)} - h_{\pi}^{(н)}}{2}.$$

Ширина коридора входа Δh_{π} определяет предельно допустимую (идеальную) область возможных движений СА. Конкретные значения Δh_{π} могут меняться даже для одного и того же СА и типа спуска – при изменении условий снижения и определяющих ограничений в процессе спуска. В частности при входе со сверхкруговой скоростью при определении $h_{\pi}^{(в)}$ можно допустить вылет СА из атмосферы, но при этом ограничить максимальную высоту подъема траектории при вылете (или ограничить время полета после вылета). Так, при расчете траекторий возвращения от Луны максимально допустимая высота вылета не превышала значений 300 ... 400 км. Нижняя граница $h_{\pi}^{(н)}$ коридора входа определяется допустимым перегрузочным режимом на траектории снижения, но могут использоваться и другие ограничения: по максимальной температуре, по глубине погружения, по достижению требуемой дальности полета и т. д.

Фактический (реализуемый) коридор входа меньше теоретического как из-за реальных атмосферных возмущений, отличных от расчетных при моделировании снижения СА, так и из-за различных не строго учитываемых факторов (ошибок определения начальных условий КА при входе, отклонений проектно-баллистических параметров СА от расчетных, инерционности ошибок в работе СУС, нестационарности процессов теплообмена и теплонагружения аппарата и др.). Существование фактического коридора

дора входа позволяет гарантированно решать задачу безопасной и точной посадки СА при любых реальных условиях снижения. Кроме того, знание фактического коридора входа позволяет оценить величину максимально допустимых ошибок системы наведения на подлетном участке траектории движения КА.

Здесь уместно ввести понятие подлетного или навигационного коридора входа, который определяется точностью работы систем навигации и коррекции аппарата на подлетном участке траектории и характеризует ошибки входа СА в плотные слои атмосферы. Знание подлетного коридора позволяет сформулировать требования к основным проектно-баллистическим характеристикам СА. В настоящее время можно при исследованиях ориентироваться на величину подлетного коридора порядка $\pm 6 \dots \pm 12$ км [48] при скоростях входа, меньших 20 км/с. Очевидно, что обязательным условием посадки является требование, чтобы реализуемый коридор был больше или, в крайнем случае, равен подлетному коридору.

С увеличением скорости входа (от сверхкруговой до гиперболической) ширина коридора входа — теоретического и реализуемого — заметно уменьшается. В частности, уже при скорости входа 13 ... 14 км/с баллистический спуск становится невозможным и для обеспечения посадки необходимо использовать СА специальной геометрической формы с величиной аэродинамического качества $K > 0$ [35, 48].

Решение задачи безопасной и точной посадки СА в заданном районе при гиперболических скоростях входа требует разработки специальных способов управления, нахождения нетрадиционной геометрической формы СА, существенного повышения точности определения начальных параметров входа СА в атмосферу и т. д. Кроме того, значительно увеличивается теплонапряженность на траектории снижения, так как при таких скоростях решающее влияние оказывают тепловые потоки излучения (помимо конвективных). Для пилотируемых КА одной из основных проблем является обеспечение безопасного перегрузочного режима, поскольку длительность действия предельных перегрузок превышает допустимый для космонавта предел.

13.2. ВОЗВРАЩЕНИЕ ОТ ЛУНЫ

При возвращении от Луны одной из принципиальных задач является организация точной посадки КА в заданном районе территории Советского Союза. В общем случае возвратные траектории можно подобрать таким образом, чтобы аппарат летел над поверхностью Земли с севера на юг ("северные" траектории) или наоборот ("южные" траектории). При этом взаимное расположение Луны и территории СССР таково, что перицентр "северных" траекторий располагается практически на южной границе СССР и посадка на территорию СССР возможна лишь с большими перегрузками ($n_{\max} \geq 10$). При реализации "южных" траекторий их перицентр располагается в диапазоне широт порядка $\pm 23^\circ$ (относительно экватора), и, чтобы достигнуть территории СССР, протяженность движения СА в атмосфере должна превышать 4500 ... 5000 км (в некоторых случаях 11000 ... 12000 км).

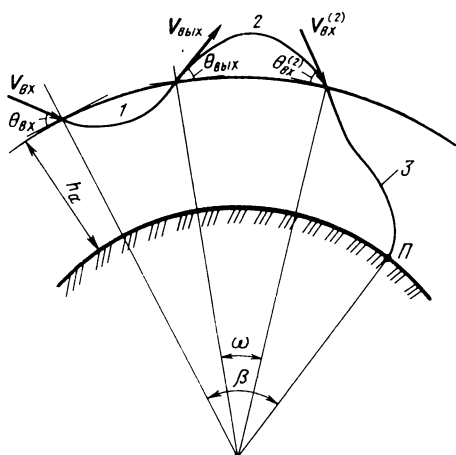


Рис. 13.2. Рикошетирующие траектории посадки КА:

1 — участок первого погружения в атмосферу; 2 — участок полета вне плотных слоев атмосферы; 3 — участок повторного входа и движения в атмосфере

Советским ученым удалось решить эту задачу путем использования так называемых **рикошетирующих траекторий** (рис. 13.2): аппарат после кратковременного погружения в плотные слои атмосферы, погасив скорость приблизительно до

первой космической, вылетает из плотных слоев, летит по кеплеровой (баллистической) траектории, затем опять входит в атмосферу и совершает посадку в заданном районе. В результате, управляемое рикошетирующее позволяет реализовать практически любые разумные дальности полета от входа в атмосферу до точки посадки, не достижимые никаким другим способом — ни коррекцией подлетной траектории, ни выбором метода управления и "затягиванием" планирования СА в атмосфере. По рикошетирующим траекториям осуществляли посадку советские КА "Зонд", спускаемые аппараты которых имели сегментно-коническую форму с величиной располагаемого аэродинамического качества $\sim 0,3$. При этом максимальные перегрузки не превышали 5 ... 6 единиц, а реализуемый коридор входа составлял величину $\sim \pm 12 \dots \pm 15$ км.

С точки зрения навигации КА наиболее принципиальным является участок первого погружения в плотные слои атмосферы: за очень небольшой промежуток времени (несколько минут) скорость аппарата должна быть снижена с ~ 11 км/с до 7,5 ... 8 км/с, при этом требования к точности выдерживания скорости $V_{вых}$ и угла вылета $\theta_{вых}$ из плотных слоев атмосферы (на высоте h_a) очень высоки — в пределах нескольких км/с по скорости и нескольких минут по $\theta_{вых}$. Дело в том, что маневренные возможности СА на участке повторного входа достаточно малы (в пределах нескольких сотен километров), а ошибка по $V_{вых}$ всего в 10 м/с приводит к промаху в точке посадки порядка 350 км (предполагается, что на участке повторного входа управление дальностью не осуществляется). Примерно такой же промах имеет место и при ошибке в угле вылета на величину $\sim 10'$.

Внеатмосферный участок полета полностью определяется условиями вылета из плотных слоев атмосферы. Здесь аппарат летит практически по невозмущенной эллиптической траектории. Следует отметить, что одна и та же дальность внеатмосферного участка полета реализуется при разных сочетаниях $V_{вых}$ и $\theta_{вых}$, и, подбирая нужную комбинацию этих параметров, можно обеспечить требуемую дальность на этом участке полета.

С качественной точки зрения для уменьшения конечного промаха желательно, чтобы в точке вылета из атмосферы угол $\theta_{\text{вых}}$ был бы максимальным. Но значение угла $\theta_{\text{вых}}$ определяется стратегией управления на участке первого погружения и величиной запаса качества на управление. Для увеличения угла $\theta_{\text{вых}}$ аппарат должен, в общем случае, опуститься в более плотные слои атмосферы, где при торможении возникнут большие перегрузки. При наличии запаса управления можно изменить траекторию спуска и обеспечить допустимый перегрузочный режим, но при этом аппарат не вылетит из атмосферы и в дальнейшем, погасив скорость, совершит посадку в нерасчетном районе.

Участок повторного входа в плотные слои атмосферы по сути подобен аналогичному участку при спуске с орбиты ИСЗ. Правда, в рассматриваемом случае начальные условия формируются на участке первого погружения, ибо $|\theta_{\text{вх}}^{(2)}| = |\theta_{\text{вых}}|$, $|V_{\text{вх}}^{(2)}| = |V_{\text{вых}}|$.

В заключение отметим, что при параболических скоростях входа для управления траекторией можно воспользоваться теми же методами и идеями, как и при спуске с орбиты ИСЗ с учетом специфики решаемой задачи.

13.3. ВХОД С ГИПЕРБОЛИЧЕСКИМИ СКОРОСТЯМИ

Трудности спуска КА, входящих в атмосферу Земли с гиперболическими скоростями, в баллистическом отношении связаны, в первую очередь, с необходимостью обеспечить захват аппарата атмосферой, с уменьшением коридора безопасного движения, а также с проблемой переносимости экипажем КА перегрузок после длительного пребывания в космосе.

Простое попадание КА в коридор входа еще не гарантирует захват его атмосферой. В этом случае для принятия правильного решения системой управления необходима информация о положении аппарата в коридоре входа. Поскольку любой системе управления свойственны некоторые погрешности, то необходимо, чтобы ошибки бортовых данных о положении КА внутри коридора не превышали определенной величины. При движении аппарата вблизи верхней границы величина допустимых ошибок не равна нулю и поэтому некоторая часть коридора (в районе верхней границы) оказывается запрещенной для использования и непригодной для безопасного спуска.

Ширина полезной части коридора зависит от условий входа, характеристик КА и реализуемого способа управления. Она может меняться от величины, составляющей 90% от полного (номинального) коридора, до нуля (в крайних случаях). Увеличение скорости входа приводит как к уменьшению полной ширины коридора, так и к сужению его полезной части. В частности, уже при скорости входа 13 ... 14 км/с невозможно реализовать баллистический спуск, даже используя его в качестве дублирующего варианта.

Оценки теплового режима КА, движущихся с гиперболическими скоростями, показывают, что после обеспечения условий захвата аппарата атмосферой решающее значение приобретают вопросы тепловой защиты, по-

скольку от успешности их решения зависит безопасная посадка КА (особенно с экипажем на борту) в требуемом районе земной поверхности.

В настоящее время реализуемыми считаются два способа посадки КА: первый — прямая посадка непосредственно с подлётной межпланетной траектории; второй — посадка с орбиты искусственного спутника, на которую аппарат переводится в результате приложения импульса скорости после аэродинамического торможения и вылета КА из атмосферы. Так как траектории возвращения, рассчитываемые по условиям энергетической оптимизации схемы экспедиции, в настоящее время не различаются по способу посадки, то любой из указанных способов является равновозможным. В силу этого представляет интерес оценка траекторий возвращения, допускающих осуществление прямой посадки КА в заданный район Земли.

13.4. УПРАВЛЕНИЕ СА

НА ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ ТРАЕКТОРИЯХ ВОЗВРАЩЕНИЯ

Наиболее простым и надежным способом управления СА при движении в атмосфере является управление путем изменения угла крена при постоянном значении угла атаки (управление "эффективным" качеством). С увеличением скорости входа для получения необходимого рабочего коридора входа требуется увеличивать располагаемое качество. Но как видно из рис. 13.3, по крайней мере до скоростей входа $V_{вх} \approx 19$ км/с с баллистической точки зрения вполне возможно использовать аппараты, управляемые с помощью изменения угла крена. Это будем иметь в виду при дальнейших рассуждениях.

Обеспечение точной и безопасной посадки КА в большой степени определяется возможностями управления аппаратом в пределах коридора входа. При решении указанной задачи целесообразно применять метод разделения траектории снижения на несколько характерных участков.

Первым участком является участок от точки входа КА в плотные слои атмосферы до точки достижения максимальной перегрузки. На втором участке выдерживаются требуемые физические ограничения на движение аппарата, в частности, ограничения по суммарной перегрузке, высоте полета, максимально допустимой температуре на поверхности КА и т. д. На последнем участке обеспечивается удовлетворение заданных условий в конце полета — по скорости, высоте, дальности. Такой путь разделения траектории позволяет достаточно просто, всесторонне и тщательно проанализировать как отдельные участки, так и траекторию снижения в целом.

Первый участок непродолжителен по времени и мало эффективен для цели гашения скорости. Скорость движения КА на этом участке уменьшается всего на 0,6 ... 3 км/с (меньшие значения характерны для больших скоростей входа).

Одной из основных задач, которые должны быть решены системой управления спуском на этом участке, является уточнение траектории снижения и получение достаточной информации для обеспечения условий как по захвату КА атмосферой, так и по перегрузочному режиму. Малая

Рис. 13.3. Зависимость ширины коридора входа $\Delta h_{\text{вх}}$ от величины располагаемого качества $K_{\text{расп}}$ ($\alpha_x = 0,0002 \text{ м}^2/\text{Н}$, $(n_{\text{max}})_{\text{доп}} = 10$)

продолжительность полета КА на первом участке и значительная инерционность аппарата существенно влияют на выбор программы управления — практически целесообразным является полет с постоянным углом крена.

С момента достижения аппаратом максимальной перегрузки начинается второй участок, который является основным для торможения и гашения скорости СА. Среди возможных номинальных траекторий, которые целесообразно использовать на этом участке, наиболее рациональными можно считать изоперегрузочные траектории. Режим полета СА с постоянной перегрузкой обеспечивает минимальное время торможения и гашения избытка скорости аппарата.

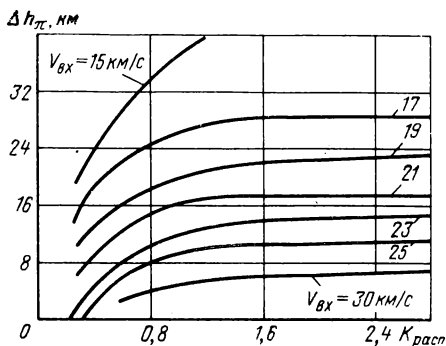
Торможение СА на втором участке рационально организовать так, чтобы к моменту его окончания величина и направление вектора скорости, а также высота полета приблизительно соответствовали тем величинам, которые получаются в момент первого максимума перегрузки при входе СА в атмосферу с параболической скоростью.

Третий участок траектории снижения СА по характеру решаемых задач и по условиям снижения подобен участку траектории при входе СА со 2-й космической скоростью после прохождения максимума перегрузок. В качестве номинальных программ управления на третьем участке можно использовать программы с постоянным углом крена.

На рис. 13.4 показаны границы коридора входа при использовании этих номинальных программ управления.

Кривые слева показывают зависимость потребного эффективного качества $K_{\text{эф}}$ на первом участке от угла входа при реализации минимальных перегрузок. При входе СА с углом $\theta_{\text{вх}}$, соответствующим какой-либо точке a_i ($i = 1, 2, 3$) на первом участке, необходимо осуществлять снижение с соответствующим значением $K_{\text{эф}1} > 0$ (0,9 или 0,5, или 0,3) при последующем переходе на полностью отрицательное качество — $K_{\text{расп}}$. Если же угол $\theta_{\text{вх}}$ находится на линии $a_i b$, то в начале полет происходит с найденным значением $K_{\text{эф}1}$ (см. рис. 13.4), а затем в точке достижения максимума перегрузки необходимо переходить на значение качества — $K_{\text{расп}}$. Пунктирные линии аналогичны кривым $a_i b$, но для них характерны другие значения максимальной перегрузки. Кривые в правой части на рис. 13.4 характеризуют минимально реализуемые значения максимальных перегрузок.

Для гиперболических скоростей входа при использовании номинальных траекторий с $K = \text{const}$ скорость на выходе из плотных слоев атмосферы после первого погружения (даже при движении СА по нижней границе коридора входа) может значительно превышать вторую космичес-



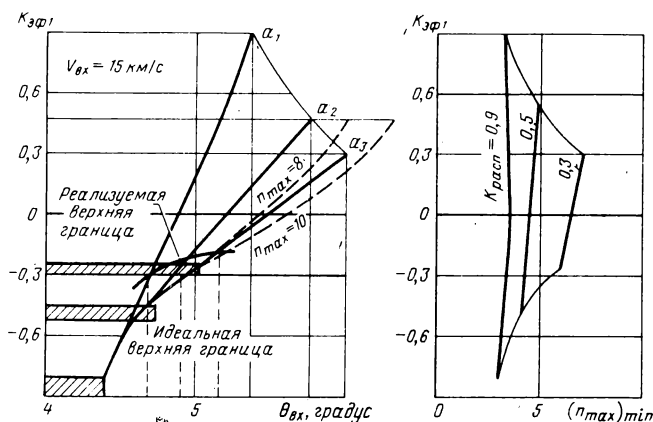


Рис. 13.4. Зависимость качества $K_{эф1}$ от угла $\theta_{вх}$ и от величины $(n_{max})_{min}$ при полете на первом участке траектории снижения

кую. Это означает, что при программе управления $K = \text{const}$ и соблюдении требуемых ограничений по максимальной перегрузке обеспечить конечные условия посадки невозможно.

Определим скорости входа, при которых существует принципиальная возможность использовать номинальные траектории снижения с $K = \text{const}$. Рассматриваем траектории снижения, для которых максимально допустимой перегрузкой является перегрузка, равная 10. Скорость вылета КА из атмосферы после первого прохождения плотных слоев зависит от значения располагаемого качества, причем величина $V_{выл}$ увеличивается с увеличением значения качества. В табл. 13.1 приведены предельные скорости входа ($V_{вх}$)_{пред} (для различных значений качества $K_{расп}$), определяющие допустимые области использования программ управления $K = \text{const}$.

Как следует из данных табл. 13.1, использовать номинальные траектории с постоянным значением качества ($K = \text{const}$) нецелесообразно и в ряде случаев невозможно при ограничении на максимально допустимую перегрузку $(n_{max})_{доп} = 10$. Однако это не исключает применения подобной программы управления на некоторых участках спуска.

Таблица 13.1

$K_{расп}$	Предельная скорость входа $V_{вх, пред}$, км/с	
	при прямой посадке на Землю и $V_{вых} = 7,8 \text{ км/с}$, $n_{доп} = 10$	при выходе на орбиту ИСЗ и $V_{вых} \approx 11 \text{ км/с}$
0,3	12	14,5
0,4	11,8	14,2
0,5	11,2	13,9
0,6	10,8	13,6
0,7	10,5	13,3
1,0	—	11,9

Рассмотрим один из возможных методов построения системы управления на гиперболических траекториях. Главная особенность описываемого метода построения СУС заключается в разделении основных задач управления на каждом характерном участке снижения СА с обязательным выполнением строго определенных требований на каждом из них.

Для реализации подобной СУС необходимо наличие на борту СА быстродействующей ЦВМ (бортовой ЦВМ), позволяющей оперативно проводить расчеты по определению текущего вектора состояния СА и прогнозированию его движения. Исходной информацией для решения системы уравнений движения СА с помощью БЦВМ являются данные о перегрузках, поступающие с трех взаимно перпендикулярных акселерометров, установленных на гиростабилизированной платформе. При этом оси чувствительности акселерометров совпадают с осями некоторой выбранной инерциальной системы координат.

Начальные данные для уравнений движения получают или автономно на борту СА, или засылают с Земли. С помощью наземных средств можно определить местоположение СА по высоте условного перицентра с точностью $\pm(1 \dots 3)$ км и скорость входа с точностью до $\pm(1 \dots 2)$ м/с. При последующем снижении СА в атмосфере в течение некоторого времени Δt_y можно путем обработки на бортовой ЦВМ поступающей с акселерометров информации уточнить начальные данные $V_{вх}$ и h_{π} . При этом в течение времени Δt_y аппарат летит с постоянным значением качества, которое выбирается заранее с учетом ожидаемых начальных условий.

Поэтому на начальном участке СУС прежде всего должна решать задачу обеспечения "захвата" (с учетом перегрузочного режима) и только после гашения скорости до $9 \dots 10$ км/с можно переходить к выполнению конечной цели — обеспечению посадки СА в заданный район, выведению аппарата на орбиту ИСЗ и т. д.

С учетом переносимости человеческим организмом перегрузок можно определить некоторую максимальную допустимую величину $(n_{\max})_{\text{доп}}$. На основе баллистического анализа движения СА определенной формы при обязательном выполнении условия "захвата" определяется минимально допустимая величина максимальной перегрузки $(n_{\max})_{\min}$, которая в общем случае зависит от скорости входа. Условиям задачи удовлетворяет любая траектория СА, при движении по которой с постоянным значением качества обеспечивается выполнение условия

$$(n_{\max})_{\min} \leq n_{\max} \leq (n_{\max})_{\text{доп}}.$$

Такая траектория при входе СА с гиперболической скоростью может быть только рикошетирующей. При этом на выходе аппарата из плотных слоев атмосферы скорость $V_{\text{вых}}$ будет существенно превышать круговую. Для гашения избытка скорости необходимо после прохождения максимума перегрузок "распрямить" траекторию с целью удержания СА в атмосфере.

В результате выявляются три характерные участка траектории снижения (рис. 13.5): первый участок — от точки входа в плотные слои атмо-

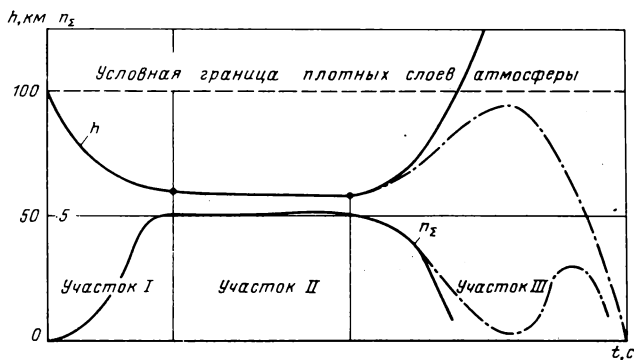


Рис. 13.5. Изменение высоты полета и суммарной перегрузки (n_Σ) по времени спуска

сферы до точки достижения максимума перегрузок; второй участок – от точки максимума перегрузок до границы надежного «захвата» СА атмосферой (эта граница легко определяется при баллистическом анализе и она соответствует скоростям полета $\approx 9 \dots 10$ км/с); третий участок – от границы надежного «захвата» до области, в которой выполняются конечные условия.

На каждом из этих участков СУС должна решать наиболее важные, ответственные задачи. Так, на первом участке снижения СУС должна выполнить единственную задачу – вывести СА в область максимальных перегрузок $(n_{\max})_{\min} \leq n_{\max} \leq (n_{\max})_{\text{доп}}$. На втором участке СУС решает задачу удержания СА в атмосфере и только на третьем участке обеспечивает выполнение требуемых конечных условий.

При использовании указанного метода создаются наиболее благоприятные условия для работы бортовой ЦВМ на наиболее трудных и наименее изученных участках движения СА. Например, движение аппарата на первом участке происходит в течение нескольких десятков секунд (меньше 100 с), поэтому основная задача должна решаться в течение этого небольшого интервала времени. На втором участке расчет «вперед» производится только на время, равное 10 ... 20 с. Третий участок снижения при «протяженных» траекториях и траекториях вывода на орбиту ИСЗ по характеру решаемых задач и исходным предпосылкам подобен участку траектории после прохождения максимума перегрузок при возвращении со второй космической скоростью.

Несколько другой подход к решению задачи управления траекторией спуска применяется для «коротких» траекторий (с малой дальностью атмосферного участка) – «затягивание» второго участка, определенные условия выбора располагаемого качества.

13.6. ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА РАБОТЫ СУС НА ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ ТРАЕКТОРИЯХ

При реализации алгоритма управления работы СУС требуется решать три системы уравнений. Первая система описывает реальное движение СА. С ее помощью получают ускорения, действующие на аппарат в процессе снижения. При этом используется угол крена $\gamma(t)$, который формируется в результате работы СУС с учетом динамики движения СА около центра масс. Полученные при решении первой системы значения перегрузок используются во второй системе, которая предназначена для определения текущего вектора фазового состояния СА. При этом также учитываются ошибки в начальных данных и погрешности, возникающие при бортовых вычислениях и в результате работы органов управления.

Значение угла крена γ , удовлетворяющее текущим условиям (например, выводу СА в область допустимых максимальных перегрузок), определяется при решении третьей системы. При этом используется прогноз текущего значения качества и величины ρ_{χ} . Осуществляется это следующим образом. В некоторый момент времени $t_i - 1$ находятся два значения суммарной перегрузки — текущее (по данным акселерометров) и расчетное (из решения третьей системы). Считается, что их отношение $\xi = \frac{n_{\text{тек}}}{n_{\text{расч}}}$ отличается от единицы только в результате возникновения ошибки при определении плотности атмосферы и ошибки в значении $\sigma_{\chi\text{ном}}$.

При решении третьей системы используется значение

$$\sigma_{\chi}\rho = \sigma_{\chi\text{ном}}\rho_{\text{станд}}\xi.$$

Прогнозируемое качество определяется по величине отношения перегрузок $K_{\text{прогн}} = \frac{n_y}{n_x}$, которое рассчитывается в момент каждой коррекции. Полученное значение качества $K_{\text{прогн}}$ используется при решении третьей системы.

В качестве примера рассмотрим работу системы управления спуском аппарата, управляемого по углу крена, входящего в атмосферу Земли со скоростью 15 км/с и обладающего величиной располагаемого качества, равной 0,5 (при $\sigma_{\chi} = 0,0002 \text{ м}^2/\text{Н}$).

Первый участок. На рис. 13.6 приведена зависимость требуемых значений номинального качества на первом участке спуска от высоты условного перицентра при различных режимах снижения СА. Кривая *ab* соответствует режимам спуска при минимально возможных максимальных перегрузках $(n_{\text{max}})_{\text{min}}$, достигаемых СА в конце первого участка. Величина перегрузок $(n_{\text{max}})_{\text{min}}$ указывается на рис. 13.6. Перегрузка $(n_{\text{max}})_{\text{min}}$ слабо зависит от высоты условного перицентра, поэтому с некоторым запасом можно принять $(n_{\text{max}})_{\text{min}} = 5,1$. Следует отметить, что при достижении перегрузки $(n_{\text{max}})_{\text{min}}$ в конце первого участка необходимо провести мгновенный переход на минимальное значение качества (при $\gamma = 180^\circ$) из условия обеспечения требуемого режима снижения (в частности, полета СА по изоперегрузочной траектории).

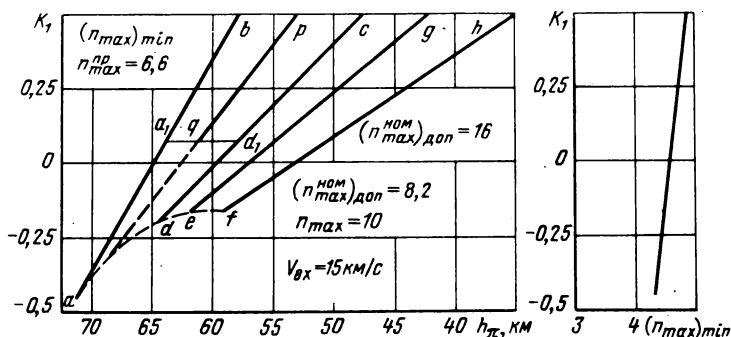


Рис. 13.6. Зависимость качества K_1 от высоты условного перицентра h_π при полете на первом участке траектории снижения (до момента достижения максимальной перегрузки)

Движение аппарата левее кривой ab (см. рис. 13.6) невозможно при использовании рассматриваемого номинального управления, так как не обеспечивается "захват" СА атмосферой. Кривая af ограничивает область максимально возможных перегрузок, которые могут быть достигнуты СА, т. е. при полете ниже кривой af и номинальном управлении максимальные перегрузки достигают значений, недопустимых для человеческого организма. Кривые dc , eg и fh отражают зависимость $K_1 = f(h_\pi)$, на которой обеспечивается достижение в конце первого участка значений перегрузок $(n_{\max})_{\text{доп}}$. Прямая bh соответствует режиму полета СА на первом участке с максимальным значением располагаемого качества.

Итак, зона $abcd$ является номинальной рабочей зоной. Верхняя граница коридора входа соответствует высоте условного перицентра $h_\pi^{(в)} = 70,6$ км, а нижняя ("номинальная") — высоте $h_\pi^{(н)} = 47$ км. Величина коридора входа составляет $(\Delta h_\pi)_{\text{ном}} = 23,6$ км.

Из рис. 13.6 следует, что чем ниже (по высоте условного перицентра, но в пределах допустимой зоны) СА входит в атмосферу, тем шире зона по Δh_π , в которой возможно движение с постоянным значением качества K_1 (без какой-либо коррекции на первом участке). Действительно, в диапазоне высот $h_\pi = 58 \dots 47$ км для обеспечения условий в конце первого участка СА должен двигаться с $K_1 = 0,5$, которому соответствует величина $h_\pi = 52,5$ км и допустим разброс $\Delta h_\pi = \pm 5,5$ км. При изменении K_1 на величину $\pm 0,08$ соответствующий диапазон значений h_π изменяется на ± 3 км. Предполагается, что непосредственно перед входом в плотные слои атмосферы высота перицентра подлётной траектории известна с точностью до ± 3 км (линия a_1d_1 на рис. 13.6). Тогда снижение СА в зоне a_1bcd_1 отвечает наиболее благоприятным условиям для построения СУС, так как в этом случае на первом участке не требуется разрабатывать специальных законов управления. Указанная зона по высотам условного перицентра соответствует коридору входа $\Delta h_\pi = 18$ км (от 46 до 64 км).

Как следует из рис. 13.6, запас по высоте условного перицентра составляет 6,6 км. Вход на меньших высотах $h_\pi < 47$ км приводит к незначительному увеличению максимальных перегрузок. Так, при $h_\pi = 42$ км

величина $n_{\max} \approx 10$. В результате можно определить величину прицельной высоты перицентра траектории возвращения. Для СА с $K_{\text{расп}} = 0,5$ значение $(h_{\pi})_{\text{приц}}$ составляет 56 км (при $K_1 = 0,3$ и $n_{\max} = 6,6$).

Линия pq на рис. 13.6 отражает зависимость необходимого номинального качества K_1 на первом участке от величины условного перицентра h_{π} . В этом случае обеспечивается равный запас по управлению как на меньших, так и на больших высотах условного перицентра.

При $h_{\pi} \geq 60,5$ км (точка q) начальное значение качества K_1 равно $-0,5$. При дальнейшем движении СА это значение качества должно корректироваться в соответствии с текущими и прогнозируемыми условиями спуска.

Итак, на первом участке система управления спуска должна обеспечить выведение СА в зону действия максимальных перегрузок $n_{\max} = 6,6$, что соответствует среднему уровню перегрузок. При этом допустим разброс значения $n_{\max}$ на величину порядка $\Delta n = \pm 1,6$.

Перед входом в плотные слои атмосферы осуществляется ориентирование СА: аппарат разворачивается на угол крена γ , соответствующий требуемому значению качества (в зависимости от величины h_{π}). С этим значением угла крена СА снижается до момента времени t_y . Можно принять $t_y = 30$ с. Начиная с момента $t = t_y$ (при необходимости) проводятся коррекции качества (угла крена) с частотой $\Delta t_{\text{кор}}$, необходимой для выведения СА в область требуемых максимальных перегрузок $n_{\max} \approx 6,6$.

Поиск абсолютно точного максимума перегрузки $n_{\max}$ не является обязательным — на первом участке перегрузка монотонно возрастает (вплоть до максимума). При выполнении условия $n_i < n_{i-1}$ решение третьей системы прекращается, а значение n_{i-1} принимается за максимальное. Чтобы избежать больших ошибок при определении $n_{\max}$, целесообразно использовать переменный шаг интегрирования третьей системы: при перегрузках $n < 3$ шаг интегрирования составляет $\Delta t_{\text{ин}} = 3$ с, а при $n \geq 3$ — величина $\Delta t_{\text{ин}} = 1$ с.

Для решения получаемой из общей задачи краевой задачи можно применять любые (даже самые простые) способы. Действительно, при быстродействии бортовой ЦВМ порядка 10 000 простых операций в секунду один просчет третьей системы от момента t_y до момента $n_{\max}$ (при суммарном времени не более 100 с) занимает менее 0,6 с, т. е. за время $\Delta t_{\text{к1}} = 6$ с можно обеспечить требуемое число итераций (для выполнения конечных условий).

Второй участок. После достижения максимума перегрузок следует увеличение текущего угла крена (или уменьшение эффективного качества) для сохранения перегрузки $n_{\max}$ и для осуществления перехода на полет по изоперегрузочной траектории. Решение краевой задачи ведется на некотором конечном интервале времени, т. е. в момент времени t_{i-1} определяется значение угла крена $\gamma_{\text{треб}}$, которое необходимо для момента t_i и которое обеспечит попадание СА в область $n_{\text{зад}}$ в момент времени $t_{i+1} = t_i + \Delta t_{\text{прогн}}$ ($\Delta t_{\text{прогн}} = 2$ с).

Колебания величины перегрузки в пределах от $(n_{\max})_{\min}$ до $(n_{\max})_{\text{доп}}$ на данном участке не мешают выполнению основной задачи — гашению из-

бытка скорости СА. Поэтому при решении краевой задачи должно выполняться единственное условие обеспечение выхода СА в требуемую область с допустимым разбросом по перегрузке $\Delta n_{\text{зад}} \approx \pm 1$.

При текущей скорости полета $V \leq 10,5$ км/с на втором участке начинается решение второй задачи — осуществляется прогноз движения СА при величине качества $K_{\text{эф}2}$, что необходимо для определения момента достижения заданных конечных условий спуска.

Третий участок. Порядок проведения коррекций, прогнозирование плотности и значения качества на этом участке при полете по "протяженным" траекториям и по траекториям, на которых осуществляется выход на орбиту ИСЗ, подобны управления на участке второго погружения при входе СА с параболической скоростью. В этом случае $K_{\text{эф}2} \approx 0$, что обеспечивает равный запас по качеству. Для "коротких" траекторий условия выбора качества такие же, как и для участка второго погружения.

В целом, описанный метод построения и алгоритм работы системы управления спуском достаточно универсален, является работоспособным в большом диапазоне значений $V_{\text{вх}}$ и $K_{\text{расп}}$. Алгоритмическая и вычислительная реализация данного метода управления свидетельствует о его высокой эффективности при решении задачи точной посадки СА в требуемый район. Метод также является работоспособным при решении задачи спуска с переводом СА на орбиту ИСЗ (практически в границах всего предельного коридора входа).

ГЛАВА 14. ОСОБЕННОСТИ СПУСКА КА В АТМОСФЕРАХ ПЛАНЕТ

В настоящее время способ гашения энергии КА с использованием аэродинамического торможения при спуске на поверхность планет, окруженных атмосферой, как энергетически оптимальный находится вне конкуренции с другими способами. Однако применение его для посадки на конкретную планету имеет свои специфические особенности, неучет которых приводит к тому, что задача безопасной посадки может быть существенно затруднена и даже невыполнима.

14.1. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Для выявления основных особенностей движения КА в атмосфере планеты используется следующий прием. Производится расчет траекторий спуска для наиболее простого типа СА — баллистического. При этом оцениваются значения основных траекторных параметров спуска — скорости, высоты полета, перегрузки, тепловых потоков (конвективных, радиационных и суммарных) и температуры. Эти параметры связаны с основными критериями, на которые ориентируются разработчики при создании СА. Например, величина скорости спуска на заданной высоте полета определяет требования к выбору вида системы мягкой посадки (СМП); величина перегрузки определяет требования к прочностным характерис-

тикам элементов конструкции СА; величины тепловых потоков и температур, действующих на СА, влияют на выбор системы теплозащиты. Кроме того, численное значение каждого из перечисленных параметров влияет на массу (вес) соответствующих систем и конструктивных элементов спускаемых аппаратов.

Проводя сравнение перечисленных выше параметров друг с другом, можно выявить косвенным образом основной критерий, которым руководствуются разработчики. При этом для каждой из рассматриваемых планет Солнечной системы основным критерием, которому нужно удовлетворять при проектировании СА, может быть различным [28]. Объясняется это различием физических условий снижения СА: различием характеристик атмосферы, закона изменения ее плотности, температуры и давления в зависимости от высоты над поверхностью планеты, различием газового состава, наличием ветров, пылевых бурь, уровнем влажности и т. д. Кроме этого, надо учитывать геометрические размеры планет, их массовые характеристики и соответственно силы притяжения на каждой из них. Различие физических условий движения КА в атмосфере также может быть вызвано различной скоростью подлета аппарата к плотным слоям атмосферы.

Ниже рассматриваются специфические особенности снижения аппаратов в атмосфере двух планет — Марса и Юпитера, а также обсуждаются выявленные основные задачи спуска и способы их решения. Эти две планеты являются диаметрально противоположными по своим физическим характеристикам и условиям подлета аппаратов к плотным слоям их атмосфер. Действительно, плотность атмосферы Марса на несколько порядков меньше плотности Юпитера. Протяженность атмосферы Марса в несколько раз меньше юпитерианской. По своим размерам Марс в 10 раз меньше Юпитера и соответственно сила притяжения Марса примерно на порядок меньше юпитерианской. Скорости подлета аппаратов к этим планетам также различаются на порядок. Если при подлете к Марсу она составляет величину $\sim 6 \dots 8$ км/с, то при подлете к Юпитеру — $\sim 60 \dots 80$ км/с. Также значительно отличаются и возможные навигационные коридоры входа, реализуемые автономной системой навигации КА. Так, при спуске на Марс можно говорить о точностях входа $\Delta h_{\pi}^{\text{нав}} = \pm 30 \dots 50$ км, а на Юпитер — $\Delta h_{\pi}^{\text{нав}} = \pm 500 \dots 800$ км [4, 28].

14.2. ХАРАКТЕРИСТИКА СПУСКА В АТМОСФЕРЕ МАРСА

На рис. 14.1 приведены зависимости характерных параметров траектории спуска — максимальной перегрузки (n_{max}) и скорости в конце участка аэродинамического торможения $V_{\text{к}}$ (конечная высота принималась равной $h_{\text{к}} = 5$ км) от угла входа для аппаратов баллистического типа, имеющих различные значения приведенной нагрузки на лобовую поверхность. Видно, что величина n_{xmax} существенно зависит от угла входа, при этом с уменьшением $|\theta_{\text{вх}}|$ происходит уменьшение n_{xmax} и конечной скорости $V_{\text{к}}$. Так, при $V_{\text{вх}} = 6$ км/с и $|\theta_{\text{вх}}| = 90^\circ$ максимальная перегруз-

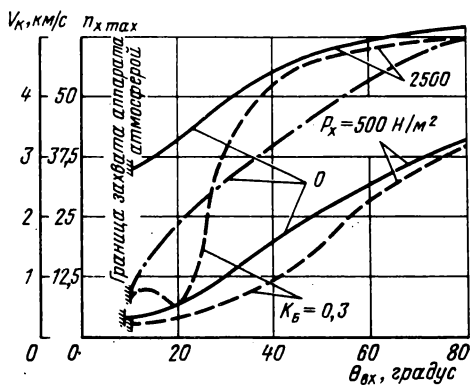


Рис. 14.1. Зависимость максимальной перегрузки и конечной скорости спуска от угла входа:
 - - - $n_{x\max}$; — V_k

ка составляет 50 ... 70 единиц, а $V_k \sim 3 \dots 5$ км/с. При более пологом входе эта перегрузка уменьшается вплоть до 10 единиц вблизи границы захвата. Однако даже при достаточно точном входе вблизи границы захвата можно затормозить до скорости $V_k \leq 500 \dots 700$ м/с только те аппараты

баллистического типа, которые имеют нагрузку на лобовую поверхность не более 500 ... 700 Н/м² (КА типа "Марс-3,6"). Это чрезвычайно малая величина. Создание таких аппаратов представляет собой достаточно сложную задачу. В результате это приводит к тому, что масса полезной нагрузки, доставляемой на поверхность планеты, у аппаратов с малой величиной P_x существенно меньше, чем у аппаратов с большим значением P_x (при одной и той же начальной массе КА). Для сравнения можно отметить, что СА корабля "Союз" имеют нагрузку на лобовую поверхность порядка 5000 ... 6000 Н/м², а СА станций "Венера-9,10" — порядка 4000 Н/м².

В результате анализ траекторий баллистического спуска показывает, что основной особенностью спуска КА в разреженной атмосфере Марса является необходимость организации снижения по траекториям, обеспечивающим максимальное гашение скорости полета. При этом видно, что максимальная эффективность аэродинамического способа торможения достигается при использовании КА, имеющих малую нагрузку на лобовую поверхность ($P_x \approx 500 \dots 700$ Н/м²) и входящих в атмосферу вблизи границы захвата. И даже в этом случае конечная скорость СА в конце участка аэродинамического торможения достаточно высока (составляет величину порядка $V_k = 500 \dots 700$ м/с) и существенно превышает скорость звука, составляющую для Марса на этих высотах примерно 185 ... 200 м/с.

Таким образом, при спуске КА на поверхность Марса основные трудности связаны с организацией безопасной мягкой посадки при возможных меньших затратах энергии. Отмеченные особенности спуска КА в атмосфере Марса требуют обязательного выполнения ряда специфических требований, которые предъявляются к аппаратам на этапе их проектирования и разработки [27, 29, 48].

14.3. ТРЕБОВАНИЯ, ПРЕДЪЯВЛЯЕМЫЕ К СА ДЛЯ ПОСАДКИ НА МАРС

1. **Необходимость точного входа КА в плотные слои атмосферы Марса.** Это приводит к задаче максимизации коридора входа (средствами управления на атмосферном участке движения). Причина заключается в том, что система внеатмосферной навигации

и коррекции получается тем проще, надежней и легче, чем меньшую точность она должна обеспечить, т. е. чем больше допустимый навигационный коридор. Для атмосферного участка — наоборот, чем точнее вход, тем проще организовать оптимальные или близкие к ним режимы снижения. В таких условиях используется следующий компромиссный подход: решается задача максимизации коридора входа ($\max \Delta h_{\pi}$) и исходя из полученных результатов и практических возможностей выдвигаются требования к величине навигационного коридора.

2. Необходимо максимально уменьшить возможность "жесткой" посадки КА (т. е. встречи с поверхностью до введения СМП) и увеличить вероятность мягкой посадки. Это выдвигает требования ограничить максимальную глубину погружения в плотные слои атмосферы, а также ставит проблему выбора места посадки. Разреженность атмосферы Марса вызывает стремление организовать движение в ее нижних приповерхностных слоях, где плотность наибольшая, чтобы максимальным образом увеличить эффективность ее тормозящих свойств. Однако это стремление входит в противоречие с имеющейся большой неопределенностью в знании рельефа поверхности Марса: возможный перепад высот может достигать 5 ... 10 км и более. Чтобы исключить вероятность жесткой посадки КА при организации движения в нижних слоях атмосферы для гашения избытка скорости необходимо накладывать ограничение по минимально допустимой высоте полета над поверхностью ($h > h_{\text{доп}}$). Чем меньше величина $h_{\text{доп}}$, тем больше возможностей у КА эффективно использовать тормозящие свойства атмосферы. Поэтому величина $h_{\text{доп}}$ является очень важной характеристикой, во многом определяющей решение проблемы мягкой посадки. Выбору $h_{\text{доп}}$ должен предшествовать достаточно тщательный анализ рельефа поверхности планеты по трассе снижения аппарата, а также в районе посадки.

3. Необходима комплексная увязка всех участков траектории спуска. При спуске в разреженной атмосфере Марса значительно возрастает роль участка мягкой посадки. Из-за существующей связи участков аэродинамического торможения и мягкой посадки возникает необходимость их увязки. Комплексная оптимизация траекторий спуска — это необходимый первоочередной этап всестороннего исследования проблемы мягкой посадки КА на поверхность Марса, позволяющего в конечном итоге наиболее эффективно решить поставленную задачу. Здесь очень большое значение имеет использование математической теории оптимизации. Во-первых, она позволяет устранить эмпирический подход в решении различных частных задач. Во-вторых, полученные при оптимальном управлении численные результаты определяют тот теоретический предел, к которому надо стремиться при практическом построении той или иной системы.

4. Необходим взаимосвязанный выбор проектно-баллистических характеристик КА. Под основными проектно-баллистическими характеристиками КА скользящего типа подразумевается прежде всего располагаемое аэродинамическое качество, а также приведенная нагрузка на лобовую поверхность P_x (или баллистический параметр σ_x). Известно, что для аппаратов, управляемых по крену и

осуществляющих посадку на планеты с более плотной атмосферой, решающее значение имеет величина $K_{\text{расп}}$, а величина P_x не играет принципиальной роли (по крайней мере с баллистической точки зрения). Иначе обстоит дело при рассмотрении задачи спуска в атмосфере Марса. Здесь одинаково важное значение имеют оба рассматриваемых параметра.

14.4. УПРОЩЕНИЕ ОСНОВНОЙ ЗАДАЧИ СПУСКА

Характерной особенностью математической постановки задачи комплексной оптимизации траектории спуска является необходимость учета в правых частях дифференциальных уравнений движения КА дополнительных сил, возникающих в моменты раскрытия парашюта, снятия рифления, сброса парашютной системы и включения двигателей мягкой посадки. В настоящее время теория решения разрывных вариационных задач для нелинейных систем дифференциальных уравнений развита недостаточно, а предлагаемые в ней пути решения громоздки. Следует упростить рассматриваемую задачу. Для этого необходимо учесть то обстоятельство, что при спуске на поверхность планеты участку работы СМП предшествует участок основного аэродинамического торможения. Рассмотрим вначале участок работы СМП независимо от участка аэродинамического торможения.

Сначала находят оптимальный режим движения КА из условия минимума массы СМП. Затем для этого режима (или близкого к нему) исследуется влияние начальных условий V_0^* , θ_0^* , h_0^* на массу СМП и определяются требования к конечным значениям параметров траектории участка основного аэродинамического торможения. После этого на участке основного аэродинамического торможения ищется такой закон управления КА, который обеспечивает его попадание в найденную область фазовых координат.

В результате предлагаемого подхода комплексная задача оптимизации траектории снижения КА в атмосфере Марса (при обеспечении условия минимума массы СМП) сводится к решению последовательно двух более простых задач — сначала на участке мягкой посадки, а затем на участке основного аэродинамического торможения. Это позволяет избавиться от разрывов правых частей в сформулированной задаче и существенно упростить ее без нарушения общности. Кроме того, в результате решения первой задачи удастся сформулировать достаточно простые критерии оптимальности для участка основного аэродинамического торможения.

14.5. ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ КА НА УЧАСТКЕ РЕАКТИВНОГО ТОРМОЖЕНИЯ

Реактивное торможение КА осуществляется при использовании реактивной системы мягкой посадки. Рассматривается управление КА с использованием двух управляющих параметров: величины тяги двигателя $P(t)$ и ее направления $\delta(t)$. Задача формулируется следующим образом: *требуется определить закон управления вектором тяги ДУ на участке реак-*

тивного торможения из условия минимума расхода топлива или, что одно и то же, максимума конечной массы КА при заданных ограничениях на управляющие параметры и граничных условиях траектории снижения.

Решение этой задачи с помощью математической теории оптимального управления показывает, что минимальный расход топлива достигается при релейном переключении тяги двигателя с одного граничного условия на другое. Анализ оптимальных траекторий свидетельствует о том, что для широкого диапазона изменений начальных условий, массы КА и характеристик ДУ величина тяги имеет одно переключение (с минимального значения на максимальное), а угол между вектором скорости КА и направлением тяги ДУ монотонно убывает с некоторого малого значения $\delta \approx 10 \dots 12^\circ$ до $\delta \approx 0$. Найденный оптимальный закон управления вектором тяги позволяет оценить предельные возможности по управлению ДУ с точки зрения минимизации расхода топлива на торможение КА. Кроме того, оказывается возможным, используя найденное оптимальное решение, определить требования, которым должна удовлетворять траектория в конце участка основного аэродинамического торможения. Так, исследования показывают, что независимо от типа рассматриваемой СМП для уменьшения энергетических затрат на активное торможение КА при работе СМП необходимо стремиться к получению в конце участка аэродинамического торможения (на заданной конечной высоте) минимальных значений скорости V_K и угла наклона траектории к местному горизонту $|\theta_K|$. При этом для $|\theta_K|$ в принципе следует требовать минимума, равного нулю. Этот критерий оптимальности и может быть принят при анализе траекторий основного аэродинамического торможения.

14.6. ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ КА НА ПАРАШЮТНО-РЕАКТИВНОМ УЧАСТКЕ СПУСКА

В табл. 14.1 представлена классификация типов парашютно-реактивных систем (ПРС) и указана область их применения. Для аппаратов, осуществляющих спуск на поверхность Марса, целесообразно использовать наиболее простые типы (типы 5 и 6 в табл. 14.1) построения ПРС. При этом тип 5 является более общим по сравнению с типом 6, отличаясь от него дополнительным этапом — участком полета с зарифованным парашютом. В этом случае спуск КА на участке мягкой посадки рационально осуществлять по схеме, основные этапы которой представлены на рис. 14.2.

Предполагается, что введение парашюта в поток происходит в некоторый момент времени t_0^* . До момента t_1^* следует наддув зарифованного парашюта. На участке от t_1^* до t_2^* проходит торможение с использованием зарифованного парашюта. Промежуток времени $\Delta t^* = t_2^* - t_1^*$ достаточно мал, но тем не менее эффективность торможения здесь велика. В момент времени t_2^* происходит разрифовка парашюта и в течение следующего временного интервала (существенно более продолжительного) осуществляется полет КА с разрифованным парашютом, в процессе которого может быть достигнут установившийся режим снижения. При этом для простоты исследований можно считать, что переходные процессы происходят мгновенно.

№ по пор.	Тип ПРС	Область применения
1	Надувное устройство типа "Ballute" + тормозной парашют + зарифованный основной + разрифованный основной + двигатель	$M < 4$
2	Тормозной парашют + зарифованный основной + разрифованный основной + двигатель	$M < 3,5$
3	Стабилизирующий вытяжной парашют + зарифованный основной + разрифованный основной + двигатель	$M < 3$
4	Стабилизирующий вытяжной парашют + разрифованный основной + двигатель	$M < 3$
5	Зарифованный основной (катапультируемый из "пушки") парашют + разрифованный основной + двигатель	$M < 3$
6	Разрифованный основной парашют + двигатель	$M < 3$

венно. После достижения КА некоторой достаточно малой скорости в момент времени t_3^* следует сброс парашюта. Для надежности выполнения этой операции выделяется некоторый интервал времени (так называется гарантированная задержка $\Delta t_{1..3} = t_4^* - t_3^*$), в течение которого запрещается включение двигателя. Через некоторый момент времени $t_5^* - t_4^*$, выбираемый из условия осуществления мягкой посадки КА, происходит включение ДУ. Программа работы двигателя аналогична вышеизложенной для участка реактивного торможения.

Для описанной схемы спуска на участке работы ПРС можно сформулировать вполне определенные требования к конечным параметрам участка основного аэродинамического торможения.

1. Если задана высота раскрытия парашютной системы, то программа управления на траектории аэродинамического торможения должна обеспечивать минимум скорости к моменту достижения этой высоты.

2. В общем случае минимум массы ПРС при прочих равных условиях достигается в том случае, когда высота включения системы максимальна.

Следует отметить, что последний случай является более характерным для ПРС. Итак, сформулирован простой и наглядный критерий оптимальности для решения задачи на участке

аэродинамического торможения в случае использования парашютно-реактивной СМП.

Выявленные в результате исследования реактивного и парашютно-реактивного участков снижения критерии оптимальности позволяют приступить к исследованию первого, основного участка траектории спуска КА.

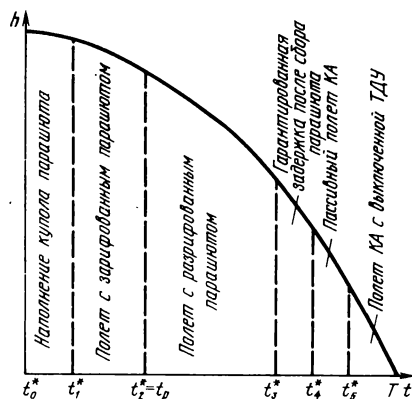


Рис. 14.2. Основные этапы движения КА на участке работы парашютно-реактивной системы мягкой посадки

14.7. ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НА УЧАСТКЕ ОСНОВНОГО АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ТОРМОЖЕНИЯ

Сформулируем задачу оптимального управления на участке основного аэродинамического торможения для случая использования реактивной СМП. На участке основного аэродинамического торможения требуется определить программу управления эффективного аэродинамического качества из условия обеспечения минимума конечной скорости при ограничении на управление и на высоту полета и при заданных конечных значениях параметров траектории. Решение сформулированной задачи показывает, что в зависимости от начальных условий входа и параметров КА возможны четыре типа оптимальных траекторий спуска (рис. 14.3):

оптимальная траектория содержит участки выхода, движения по ограничению и последующего схода с ограничения внутрь допустимой области фазовых координат (кривая 1 на рис. 14.3);

оптимальная траектория целиком лежит внутри допустимой области фазовых координат (кривая 2);

оптимальная траектория касается ограничения $h = h_{\text{доп}}$ (кривая 3);

оптимальная траектория состоит из двух участков — выхода на ограничение и движения по нему (кривая 4).

При движении внутри допустимой области фазовых координат для любого типа оптимальных траекторий эффективное качество может принимать только граничные значения $K_{\text{эф}} = -K_6$ или $K_{\text{эф}} = K_6$. Количество переключений $K_{\text{эф}}$ с одного граничного значения на другое определяется конкретными параметрами КА, поставленными ограничениями и начальными условиями входа в атмосферу.

Рассмотрим задачу поиска оптимального управления КА на участке основного аэродинамического торможения в предположении использования парашютно-реактивной СМП. Она формулируется следующим образом: при заданных начальных условиях, ограничениях на управление и фазовые координаты требуется определить такой закон управления эффективным качеством, при котором функционал $I = h_K$ достигает максимума.

Проведенные исследования показали, что сформулированная задача эквивалентна рассмотренной выше задаче о минимуме конечной скорости спуска и ее решение имеет однотипную структуру оптимального управления.

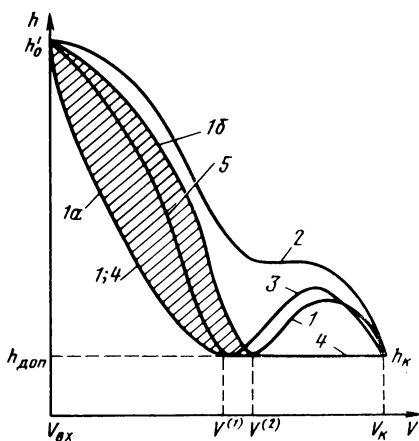


Рис. 14.3. Возможные типы оптимальных траекторий спуска

Исследование движения КА в атмосфере Юпитера в соответствии с изложенной выше методикой начнем с наиболее простого вида спуска — баллистического. Проанализируем влияние высоты условного параметра h_{π} на характерные параметры траектории, максимальную величину перегрузки $n_{\max}$, конечную высоту h_k и величину скоростного напора в конечной точке q_k . Конец траектории определяется из условия достижения заданной скорости $V(t_k) = V_k$.

На рис. 14.4 представлена зависимость максимальной перегрузки от высоты условного перигентра траектории входа в атмосферу для КА с величиной приведенной нагрузки на лобовую поверхность $P_x = 2000 \text{ Н/м}^2$, входящего в атмосферу со скоростью $V_{\text{вх}} = 60 \text{ км/с}$ (рассматривается номинальная модель атмосферы). Из рис. 14.4 следует, что безопасный спуск КА баллистического типа при $n_{\max} \leq 300$ возможен в случае входа КА в атмосферу вблизи границы захвата в диапазоне высот условного перигентра — $1600 \text{ км} \leq h_{\pi} \leq -200 \text{ км}$. Учет возможных отклонений плотности атмосферы от номинальной модели приводит почти к двойному сужению коридора входа. Добиться некоторого расширения коридора входа можно путем уменьшения приведенной нагрузки на лобовую поверхность КА или начальной скорости входа в атмосферу. Однако эффективность этих направлений невысока. При изменении начальной скорости входа и приведенной нагрузки на лобовую поверхность в диапазонах, представляющих практический интерес ($60 \text{ км/с} \leq V_{\text{вх}} \leq 70 \text{ км/с}$, $500 \text{ Н/м}^2 \leq P_x \leq 6000 \text{ Н/м}^2$), не удастся увеличить коридор входа до значений, соизмеримых с точностью работы системы автономной навигации КА.

Следует также отметить, что скоростной напор в конце траектории основного аэродинамического торможения при баллистическом спуске может достигать очень больших значений от $7000 \dots 8000 \text{ Н/м}^2$ при $V_k = a$ (a — скорость звука) до $12000 \dots 14000 \text{ Н/м}^2$ при $V_k = 2a$ на высоте $h_k = 35 \dots 45 \text{ км}$.

Подводя итоги, отметим, что на современном этапе баллистический

спуск КА в атмосфере Юпитера трудно осуществим, ибо возможные погрешности параметров атмосферы в сочетании с ошибками в работе систем автономной навигации могут привести к максимальным перегрузкам, превышающим 450 ... 500 единиц.

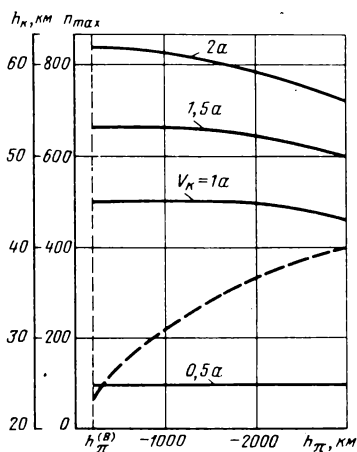


Рис. 14.4. Зависимость максимальной перегрузки и конечной высоты от высоты условного перигентра траектории входа в атмосферу ($V_{\text{вх}} = 60 \text{ км/с}$, $K_0 = 0$, $P_x = 2000 \text{ Н/м}^2$, модель атмосферы — номинальная):

--- $n_{\max}$; — h_k ; a — скорость звука

14.9. АНАЛИЗ ТРАЕКТОРИЙ СПУСКА С ПОСТОЯННЫМ КАЧЕСТВОМ

Недостатки, имеющие место для КА баллистического типа (большие максимальные перегрузки и скоростные напоры в конце траектории основного аэродинамического торможения, малые допустимые коридоры входа), можно в значительной степени устранить для КА, обладающих аэродинамической подъемной силой. Рассмотрим спуск с постоянным аэродинамическим качеством K_6 , причем будем ориентироваться на аппараты скользящего типа, для которых $K_6 \approx 0,2 \dots 0,6$.

На рис. 14.5 и 14.6 в качестве примера представлены зависимости характерных параметров траектории спуска: максимального значения перегрузки $n_{\max}$, конечных значений высоты h_k и скоростного напора q_k от высоты условного перицентра траектории входа в атмосферу h_π для КА с аэродинамическим качеством $K_6=0,3$ и приведенной нагрузкой на лобовую поверхность $P_x = 2000 \text{ Н/м}^2$ (скорость входа $V_{\text{вх}} = 60 \text{ км/с}$, модель атмосферы — номинальная).

Из представленных данных следует, что введение аэродинамической подъемной силы, постоянной на всей траектории снижения, приводит к расширению коридора входа по сравнению с баллистическим спуском. Так, для рассматриваемого примера $\Delta h_\pi = 1660 \text{ км}$, что на 260 км больше коридора входа, реализуемого при $K_6 = 0$. Аналогичная картина наблюдается и при учете атмосферных возмущений. Однако во всем диапазоне изменения проектно-баллистических характеристик КА ширина коридора входа на атмосферном участке остается меньше навигационного. В отношении остальных параметров спуска отметим следующее. Характер

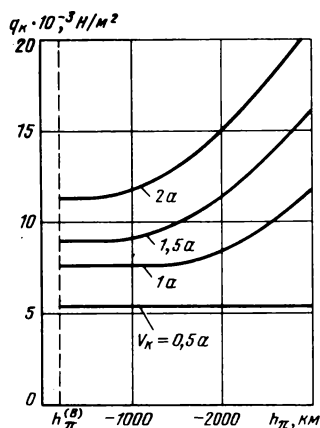


Рис. 14.5. Зависимость скоростного напора в конечной точке спуска (q_k) от высоты условного перицентра траекторий входа ($V_{\text{вх}} = 60 \text{ км/с}$, $P_x = 2000 \text{ Н/м}^2$, $K_6 = 0$, модель атмосферы — номинальная)

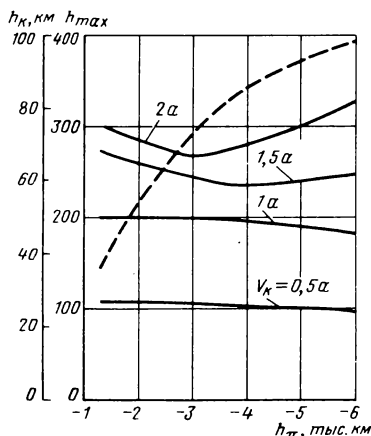


Рис. 14.6. Зависимость конечной высоты и максимальной перегрузки от высоты условного перицентра траектории входа ($V_{\text{вх}} = 60 \text{ км/с}$, $P_x = 2000 \text{ Н/м}^2$, $K_6 = 0,3$): — h_k ; ---- $n_{\max}$

изменения величин h_k и q_k от высоты условного перицентра траектории входа заметно отличается от баллистического спуска: величина h_k существенно возрастает, а q_k уменьшается по сравнению с баллистическим спуском.

Таким образом, снижение КА с постоянным аэродинамическим качеством в атмосфере Юпитера с учетом точности работы систем автономной навигации не представляется возможным. Для решения задачи необходимо введение управления КА на участке снижения в атмосфере.

14.10. УПРАВЛЯЕМЫЙ СПУСК КА В АТМОСФЕРЕ ЮПИТЕРА

Как известно, при наличии ограничения только на величину максимальной перегрузки максимальная ширина коридора входа достигается при достаточно простых программах управления КА. А именно – максимальное смещение верхней границы коридора входа в сторону увеличения высоты условного перицентра h_π до значения $h_\pi^{(в)}$, при входе с которым еще возможен захват КА атмосферой, реализуется при полете КА с величиной аэродинамического качества $K_{эф} = -K_6$. Максимальное смещение нижней границы коридора входа в сторону уменьшения величины h_π до значения $h_\pi = h_\pi^{(н)}$, при входе с которым еще выполняется ограничение по перегрузкам, достигается при использовании программы $K_{эф} = K_6$. При движении КА внутри коридора входа управление может быть различным и для каждого значения h_π не единственным.

Исследования показывают, что программа управления, предусматривающая двухразовое переключение эффективного качества $K_{эф} = K_6 \rightarrow K_{эф} = -K_6 \rightarrow K_{эф} = K_6$, обеспечивает спуск КА с выполнением поставленного ограничения по перегрузке. Движению КА вблизи верхней границы коридора соответствует случай более раннего первого переключения $K_{эф}$. Это необходимо для обеспечения захвата КА атмосферой. Момент второго переключения выбирается из условия выдерживания на траектории ограничения по перегрузке. При входе КА вблизи границы захвата интервал полета с отрицательным значением $K_{эф}$ является наибольшим и соответственно наименьшим при движении КА вблизи нижней границы коридора входа. Приведенный анализ показывает: для КА скользящего спуска, имеющих даже малое значение аэродинамического качества $K_6 \approx 0,3$, коридор входа (реализуемый на атмосферном участке спуска) становится соизмеримым с навигационным.

Известно, что максимальная перегрузка, достигаемая на траектории спуска КА в атмосфере, в общем случае прямо пропорциональна углу входа и квадрату начальной скорости входа. Это определяет качественную картину зависимости ширины коридора входа от величины $n_{доп}$ и $V_{вх}$. Количественные данные представлены на рис. 14.7, 14.8. Анализ рис. 14.7, 14.8 показывает, что даже небольшое увеличение $n_{доп}$ и уменьшение $V_{вх}$ приводит к заметному расширению коридора входа, причем в обоих случаях изменение величины Δh_π происходит, в основном, за счет смещения нижней границы $h_\pi^{(н)}$. При этом верхняя граница либо остается неизмен-

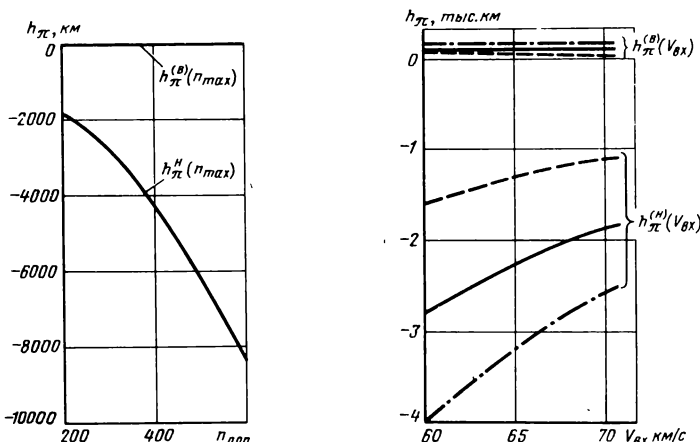


Рис. 14.7. Зависимость верхней и нижней границ коридора входа от максимально допустимой перегрузки ($V_{вх} = 60$ км/с, $P_x = 2000$ Н/м², $K_6 = 0,3$)

Рис. 14.8. Зависимость границ коридора входа от скорости входа ($P_x = 2000$ Н/м², $K_6 = 0,3$, $n_{доп} = 300$):

— — номинальная модель атмосферы; --- — "холодная" модель атмосферы; -.-.- — "теплая" модель атмосферы

ной (при увеличении $n_{доп}$), либо незначительно смещается в стороны уменьшения $h_{\pi}^{(B)}$ (при уменьшении $V_{вх}$).

Таким образом, введение управления КА на траектории снижения позволяет решить задачу спуска в атмосфере Юпитера на аппаратах скользящего типа, обладающих даже небольшим аэродинамическим качеством ($K_6 \approx 0,3$). При этом требования к ширине коридора входа и ограничения на максимально допустимую перегрузку выполняются. Следует отметить, что приведенная нагрузка на лобовую поверхность P_x не оказывает существенного влияния на ширину коридора входа. Это обстоятельство можно использовать для выбора величины P_x с учетом дополнительных критериев. Для увеличения коридора входа следует стремиться к увеличению максимально допустимой перегрузки, аэродинамического качества КА и к уменьшению начальной скорости входа КА в атмосферу [28].

РАЗДЕЛ V. БАЛЛИСТИКО-НАВИГАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УПРАВЛЕНИЯ ПОЛЕТОМ КА

С запуском первого ИСЗ в октябре 1957 г. родилось новое направление в технике, связанное с необходимостью управления полетом КА, находящегося на орбите или, как говорят, с необходимостью осуществления оперативного управления полетом.

Целью каждого космического полета является выполнение некоторой заданной совокупности задач. Наилучшее их решение будет обеспечено в

том случае, если КА и его системы тщательно контролируются с Земли, а стратегия полета и поведения всех систем КА подсказывается, подправляется также с Земли. Это объясняется тем, что возможности наземных средств несоизмеримо больше по сравнению с бортовыми системами КА. Однако это не исключает, при необходимости, и полностью автономную работу КА.

Для решения задач оперативного управления полетом необходимо располагать, прежде всего, полной информацией о КА и его системах, иметь вычислительные средства и соответствующие алгоритмы, программы для обработки этой информации и выработки необходимых решений, а также средства реализации принимаемых решений. К числу параметров, характеризующих КА и его системы, могут быть отнесены:

конкретные характеристики бортовых систем и КА в целом, включая состояние его конструкции;

внутренние условия, в которых работают системы и экипаж КА; параметры, позволяющие определять положение КА в пространстве и др.

Эта информация должна быть доставлена на Землю в Центр управления полетом (ЦУП), что обеспечивает сеть наземных, плавучих и космических станций слежения. В ЦУПе происходит обработка всей поступившей информации, определяется стратегия дальнейшего полета КА, вырабатываются все необходимые команды, которые засылаются на борт. Космический аппарат, приняв служебную и командную информацию, с помощью своих бортовых систем осуществляет практическую реализацию принятых решений. В результате, по линии КА—Земля—КА циркулируют три вида информации:

телеметрическая, которая позволяет судить о состоянии бортовых систем КА и условий их работы;

траекторная, получаемая в результате проведения траекторных измерений, необходимых для определения месторасположения КА в пространстве;

программно-уставочная, определяющая стратегию работы бортовых систем и КА в целом.

О р г а н и з а ц и о н н а я сторона оперативного управления полетом включает обеспечение наилучшего взаимодействия всех специалистов и служб на всех этапах полета с целью безусловного выполнения поставленных перед КА и экипажем задач космического полета. **Т е х н и ч е с к а я** сторона управления полетом — это руководство действиями экипажа или бортовых систем в полете, передача на борт всей необходимой информации, дистанционное управление с Земли КА, координация работы наземных средств слежения за КА и систем обработки поступающей с него информации.

Решаемый здесь круг задач необычайно широк: необходимо обеспечить траекторный контроль КА, рассчитать все необходимые коррекции и маневры для исправления ошибок текущей орбиты, перехода на новую орбиту или осуществления посадки; определить наилучшие условия проведения экспериментов; анализировать телеметрическую информацию о состоянии бортовых систем и информацию о работе наземных средств;

принимать решения о порядке дальнейших работ и формировать соответствующую программно-уставочную информацию [65]. Все это указывает на то, что в оперативном управлении полетом даже одного КА принимает участие большое число специалистов самых различных специальностей и используется совершенная и разнообразная техника.

Таким образом, *управление полетом* включает:

получение, обработку и оперативный анализ траекторной, телеметрической, телевизионной и другой информации о движении КА, работе его бортовых систем, а также информации о работе наземных средств;

выработку на основании результатов анализа поступающей информации решений по управлению движением КА и работой его бортовых систем в целях выполнения задач полета;

отработку принятых решений путем выдачи соответствующей командно-программной информации на соответствующие средства управления и их реализацию.

ГЛАВА 15. СТРУКТУРА ОБЩЕГО КОНТУРА УПРАВЛЕНИЯ ПОЛЕТОМ КА

Наиболее общей и распространенной для современных КА является комбинированная схема управления полетом, в которую входят три управляющих звена: наземные средства управления, экипаж КА и бортовой комплекс средств автоматического управления. Достоинством комбинированной схемы является:

резервирование способов управления, повышающее надежность выполнения задач полета и его безопасность;

обеспечение возможности максимальной разгрузки экипажа от функций управления при выполнении стандартных операций полета;

обеспечение возможности выполнения экипажем основных функций управления полетом при осуществлении наиболее сложных операций полета.

15.1. СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ПОЛЕТОМ КА И ЕЕ ЭЛЕМЕНТЫ

Наземный комплекс управления, в состав которого входят ЦУП, баллистические центры, наземные радиотехнические системы, линии связи и бортовой комплекс средств автоматического управления образуют **систему управления полетом**. Экипаж КА играет двойную роль, выступая как звено системы управления и выполняя на борту целый ряд работ, не связанных с управлением.

Система управления полетом вместе с управляемым объектом образуют **контур управления полетом**, общая схема которого приведена на рис. 15.1.

Система управления полетом выполняет операции процесса управления: планирование полета, реализацию выбранного плана полета путем

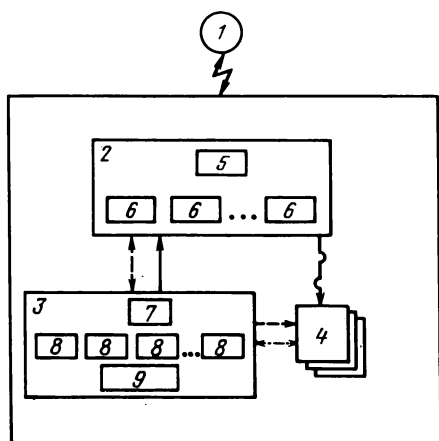


Рис. 15.1. Схема управления полетом КА:

1 — космический аппарат; 2 — командно-измерительный комплекс; 3 — Центр управления полетами; 4 — баллистические центры; 5 — координационный центр КИКа; 6 — станции слежения; 7 — руководство полетом КА; 8 — группы управления; 9 — технические средства ЦУПа; — информация контроля и управления бортовыми системами КА; --- информация управления и контроля наземными средствами; ~ информация радиоконтроля орбиты КА

воздействия на состояние КА, обработку полетной информации и контроль полета, принятие решений по управлению в зависимости от результатов контроля.

Управляемый объект (КА), последовательно выполняющий запланированные операции, является своего рода инструментом, обеспечивающим достижение цели полета.

В течение всего полета между КА и системой управления полетом происходит обмен данными, в состав которых входит:

- информация контроля и управления бортовыми системами КА;
- информация управления и контроля наземными средствами;
- информация радиоконтроля орбиты КА и др.

На состояние управляемого объекта, кроме управляющих воздействий, выдаваемых системой управления полетом, влияет также внешняя среда, в которой происходит полет. Чтобы надежно выполнять свое назначение, все звенья контура управления полетом в отдельности, контур в целом должны быть устойчивыми по отношению к возмущениям. Это обеспечивается целым комплексом организационно-технических мероприятий.

Основным звеном наземного комплекса управления является **Центр управления полетом**. В число решаемых им основных задач входят: обработка и анализ телеметрической информации, поступающей с борта КА;

выполнение операций автоматизированного планирования полета; разработки командной информации и передачи ее на борт или станции слежения;

накопление и хранение различных данных, полученных в ходе полета.

Ответственность за правильность принимаемых решений возлагается на руководство полетом. Управление полетом КА — сложный и ответственный процесс. Для его реализации привлекаются высококвалифицированные специалисты, которые, как правило, объединяются в функциональные группы управления.

Командно-измерительный комплекс (КИК) обеспечивает обмен необходимой информацией между КА и ЦУПом. В состав КИКа входят наземные радиотехнические системы, размещенные на станциях слежения, координационный центр и линии связи, объединяющие элементы КИКа и ЦУПа.

Баллистико-навигационная информация, необходимая для планирования и управления полетом КА, рассчитывается в баллистических центрах (БЦ). Для надежного баллистико-навигационного обеспечения полета к работе привлекается несколько БЦ, один из которых является головным (ГБЦ). ГБЦ, как правило, входит в состав ЦУПа и координирует работу остальных БЦ.

15.2. РОЛЬ И МЕСТО БАЛЛИСТИКО-НАВИГАЦИОННОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ В ОБЩЕМ КОНТУРЕ УПРАВЛЕНИЯ КА

Успешное решение основных задач управления полетом КА, как и сам полет, требуют качественного баллистико-навигационного обеспечения. Из самых общих соображений ясно: чтобы понять, как проходит полет КА, надо прежде всего знать, где аппарат находится в текущий момент времени, где будет находиться через некоторое время и что надо предпринять, если он летит не туда, куда требуется. Если же на борту КА или с самим КА проводятся какие-то операции, то следует знать, при каких условиях они проходят и какие ожидаемые последствия. В результате, под баллистико-навигационным обеспечением космического полета понимается определение текущего и прогнозируемого местоположения КА в пространстве, анализ соответствия фактического движения КА поставленным целям и задачам полета, выработка рекомендаций по навигации КА в рамках решаемых задач, обеспечение персонала управления полетом и, при необходимости, космонавтов требуемой баллистической информацией на проведение планируемых маневров, экспериментов, спуска и т. д.

На этапах проектирования, подготовки и выполнения полета баллистико-навигационное обеспечение решает целый комплекс задач, который условно можно разделить на следующие три группы.

К первой группе относятся *задачи оптимального планирования полета*, главными из которых являются:

- выбор номинальной орбиты выведения КА;

- выбор времени старта ракет-носителей, обеспечивающего наилучшие условия полета и возвращения на Землю КА;

- оптимальное планирование проведения навигационных измерений для контроля движения КА и оценка возможных ошибок определения по ним фактических орбит;

- выбор оптимальных схем маневрирования КА;

- выбор номинальных маневров и траекторий возвращения кораблей на Землю и др.

Задачи подготовки служб к выполнению навигационного обеспечения во время полета составляют вторую группу задач:

- определение внешних сил, действующих на КА в полете;

выбор методов и разработка алгоритмов определения орбит по навигационным измерениям;

выбор метода и разработка алгоритмов уточнения схемы и параметров маневрирования в зависимости от фактической орбиты выведения;

составление алгоритмов расчета различных навигационных параметров, необходимых для управления полетом КА, работы станций слежения и экипажа;

составление алгоритмов расчета баллистических данных, необходимых для проведения научных экспериментов;

теоретическая и экспериментальная проверка средств и методов навигационного обеспечения и др.

К третьей группе относятся *задачи непосредственного навигационного обеспечения полета*:

обработка навигационных изменений и определение орбиты движения КА;

прогнозирование и анализ движения КА по результатам определения орбит;

расчет данных на маневры КА и расчет соответствующих параметров настройки бортовых систем управления;

расчет различной навигационной информации для обеспечения групп управления полетом КА;

расчет навигационных данных для экипажа;

расчет баллистических данных для обеспечения работы наземных станций слежения, проведение запланированных экспериментов;

расчет параметров спуска корабля и др.

Приведенный перечень только основных задач, выполняемых в ходе баллистико-навигационного обеспечения, говорит о его важности на всех этапах подготовки и осуществления полета КА: на этапах проектирования, планирования и в процессе самого полета.

Главными требованиями, предъявляемыми к баллистико-навигационному обеспечению, являются исключительно высокая точность, достоверность и надежность получаемых результатов, а также большая оперативность — это скорость (время) получения этих данных.

Высокая требуемая точность и надежность баллистических расчетов вполне оправдана, что видно из следующих примеров. Скорость полета орбитального комплекса ("Союз—Салют—Прогресс") определяется с точностью $\sim 0,05$ м/с, что при абсолютной скорости полета около 8 км/с составляет $\sim 0,0006\%$. Однако даже эта погрешность приводит к тому, что за один виток (оборот вокруг Земли) КА отклоняется от расчетного положения на 800 м вдоль орбиты, а за сутки — на 12 км. Отклонение начальной скорости КА на межпланетных орбитах в 1 м/с (при величине скорости ~ 11000 м/с) приводит к тому, что КА прибывает к месту назначения (например, к Венере) с ошибкой более 10 000 км. При этом следует понимать, что движение КА непрерывно возмущается из-за динамических операций КА, а также за счет многих других факторов, в частности для ИСЗ за счет неучитываемых колебаний плотности атмосферы. При межпланетных перелетах аналогичные отклонения параметров движения воз-

никают за счет неточности эфемерид планет солнечной системы (эфемериды — расчетное положение планет на небесной сфере), ошибок астрономических и геодезических постоянных, негравитационных возмущений траектории и др.

Все навигационные расчеты, их анализ и выработка рекомендаций должны выполняться в сроки, регламентированные планом управления полетом КА. Эти сроки зачастую оказываются чрезвычайно жесткими, особенно при выполнении сложных динамических операций — коррекции, маневрах, спуске. Дело в том, что служба баллистико-навигационного обеспечения на наиболее ответственных участках (сближение, спуск и т. п.) наряду с расчетами, обеспечивающими управление полетом по номинальной штатной программе, должна выполнять расчеты нескольких возможных нештатных ситуаций. Это делается для того, чтобы при поступлении сведений о нарушении штатной программы можно было перейти на выполнение некоторой другой, заранее предусмотренной, но нештатной программы. Это повышает надежность управления полетом в целом.

Все основные расчеты баллистическая служба проводит на ЭВМ с использованием сложных комплексных программ. В частности, общий объем команд, реализующих баллистико-навигационное обеспечение полета орбитального комплекса "Союз—Салют—Прогресс", составляет более миллиона команд [61]. Чтобы оценить сложность создания этих программ, отметим, что математик-программист в среднем разрабатывает 2 ... 4 команды в день. Для повышения надежности основные баллистико-навигационные расчеты выполняются на нескольких (2—3-х) территориально разнесенных информационно-вычислительных комплексах, созданных на базе однотипных высокопроизводительных вычислительных систем с достаточно развитой памятью и терминальной сетью. Расчеты проводятся по независимо разработанным методикам, тем самым обеспечивается их достоверность. Для управления полетом выбирают данные, которые совпадают минимум по двум вычислительным комплексам. Специалисты баллистической службы контролируют автоматический вычислительный процесс и имеют возможность управлять им.

ГЛАВА 16. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ БАЛЛИСТИКО-НАВИГАЦИОННЫХ ЗАДАЧ ПРИ ОПЕРАТИВНОМ УПРАВЛЕНИИ КА

Баллистико-навигационное обеспечение (БНО) управления полетом, в общем случае, предполагает решение задач по двум основным направлениям:

задачи, непосредственно связанные с определением или изменением движения КА в пространстве в текущий или любой наперед заданный момент времени;

определение всех сопутствующих баллистических данных в предположении известного движения КА.

Наибольшие сложности возникают при решении задач по первому направлению, среди которых, в первую очередь, следует указать:

определение текущего положения КА в пространстве по данным внешнетраекторных и бортовых измерений (задача навигации);

прогнозирование полета КА с использованием определенных моделей движения;

маневрирование КА с целью поддержания заданной орбиты или перехода на некоторую новую или попадания в определенную точку пространства (задача наведения);

спуск КА на поверхность Земли или планет.

Задачи второго направления получили специальное название — это задачи по расчету "стандартной баллистической информации" (СБИ). Номенклатура их весьма обширна, начиная от определения времени существования КА и кончая такими специфическими вопросами, как, например; определение времени или высоты пролета над каким-либо районом Земли (или планеты), определение освещенности КА на орбите и т. д. Получение СБИ не столь сложно, ибо основывается на самых общих законах космической баллистики с учетом возможной специфики конкретных КА, но зачастую получение результата сопряжено с большим объемом расчетов.

16.1. ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ БНО

Для решения задач БНО необходимо разрабатывать специальные алгоритмы, учитывающие баллистические и математические особенности их решения, а также специфику бортовых и наземных систем, участвующих в управлении полетом. В итоге требуется создавать специальное математическое обеспечение полета (СМО), т. е. все представить на языке математики и программных комплексов, ибо решение задач СМО ведется, как правило, с использованием современной вычислительной техники. Надо отметить, что термин "вычислительная техника" предполагает не только саму машину, ее центральный вычислительный процессор, но и все дополнительные, не менее важные элементы, как-то: средства ввода, вывода и хранения информации, качество управляющих терминалов, позволяющих вести диалог с машиной (работать в так называемом *интерактивном режиме*). Весьма важным являются возможные языки программирования и используемые операционные системы, входящие в состав общего математического обеспечения (ОМО) и т. д.

Учитывая исключительную ответственность за правильность полученных результатов, решение задач баллистико-навигационного обеспечения оперативного управления полетом требует участия высококвалифицированных специалистов, владеющих в полном объеме не только материалами по баллистике и навигации КА, но и понимающих, знающих основные особенности и специфику работы основных систем конкретных КА. В силу этого при дальнейшем изложении мы не будем касаться конкретных методов решения задач, рассмотренных в предыдущих разделах, а основное внимание уделяется выявлению номенклатуры задач БНО и методическим особенностям (специфике) их решения.

При этом основное внимание будет уделено вопросам создания СМО. Вместе с тем следует понимать, что уровень и характер СМО существенным, принципиальным образом зависит от используемой вычислительной техники, так как она определяет, в конечном итоге, сложность и полноту принятых алгоритмов и методов решения задач БНО, степень автоматизации, быстродействие, надежность и достоверность получаемых результатов и многое другое. Это обязательно следует принимать во внимание при разработке конкретных алгоритмов и программ.

16.2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ – ОСНОВА РАЗРАБОТКИ И СОЗДАНИЯ СПЕЦИАЛЬНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ УПРАВЛЕНИЯ ПОЛЕТОМ

Разработка специального математического обеспечения начинается с определения математических моделей, отражающих реально происходящие физические процессы. Достоверность исследуемых явлений и точность получаемых количественных оценок полностью определяются качеством и полнотой принятых математических моделей, под которыми будем понимать совокупность математических зависимостей, объединенных логическими условиями в общий алгоритм, позволяющий по заданным исходным данным воспроизвести моделируемый процесс – физическое явление и получить требуемые результаты.

При решении практически любой задачи движения КА в общую математическую модель входят;

- а) математические модели физических объектов, используемых в данной конкретной задаче;
- б) модель движения КА.

Под *математическими моделями физических объектов* понимаются прежде всего алгоритмические и иные описания различных систем КА, от которых зависит или формируется его движение: системы ориентации, тормозные и корректирующие двигательные установки, системы мягкой посадки и т. д. К ним же относятся геометрические модели Земли или планет, модели физических объектов, участвующих в управлении, например, наземные станции слежения и т. д.

Модель движения КА включает математические модели действующих на КА сил и методы решения системы дифференциальных уравнений движения КА. Правильный выбор модели движения КА во многом определяет качество решения навигационных задач, получаемые количественные результаты и их точностные характеристики. Усложнение модели не всегда приводит к наилучшим решениям, но зато всегда увеличивает объем работы, в том числе и затраты времени счета на ЭВМ. При составлении той или иной рабочей модели всегда следует исходить из принципа разумного компромисса, не загромождая ее лишними составляющими и логическими связями, если этого не требуют достигаемые точностные характеристики исследуемых процессов, т. е. допустимыми являются такие ошибки модели движения КА, которые приводят к ошибкам расчетов заданных параметров с точностью в пределах допустимых значений.

Уравнения движения КА в общем случае записываются следующим образом:

$$m\dot{\mathbf{V}} = \mathbf{G} + \mathbf{R} + \mathbf{P} + \mathbf{Q}, \quad (16.1)$$

где $\mathbf{G}$, $\mathbf{R}$, $\mathbf{P}$, $\mathbf{Q}$ соответственно векторы сил тяготения, аэродинамических сил, тяги двигателей и других возможных возмущений (например, нерасчетное истечение газов, унос массы с поверхности КА и т.п.).

В космической баллистике используются различные системы координат. При удачном их выборе дифференциальные уравнения движения КА даже при самом полном учете действующих на КА сил получаются более простого вида, что существенно упрощает решение конкретной навигационной задачи. Однако и при правильном выборе системы координат и состава используемых переменных, характеризующих движение, сложность решения системы дифференциальных уравнений, подбора рационального метода получения требуемых данных в значительной степени зависят от полноты и сложности задания правых частей уравнения (16.1), т. е. ее составляющих $\mathbf{G}$, $\mathbf{R}$, $\mathbf{P}$, $\mathbf{Q}$. Эта задача достаточно сложна и многогранна, чтобы привести все ее возможные решения.

Ограничимся несколькими характерными примерами и укажем одно, выявленное из практики правило, заключающееся в том, что *различные навигационные задачи должны использовать различные модели движения*. Действительно, предположим, что во всех случаях используется одинаковая модель движения. Ошибочность такого подхода очевидна. Во-первых, сложность модели движения определяется целевым назначением данного КА. Ее использование для решения большого числа сопутствующих задач, где не требуется высокая точность, приведет к снижению оперативности СМО и резкому увеличению машинного времени, требуемого для решения всех задач БНО управления полетом. Во-вторых, даже частичное использование разработанного СМО невозможно для нового КА, где требуется более высокая точность решения навигационных задач. В этом случае необходимо создание нового СМО, что потребует огромных трудозатрат. Это условие исключает возможность разработки общего СМО, пригодного для практического использования при управлении КА различных классов, ибо в этом случае даже самые простые КА, где требования по точности решения навигационных задач низки, будут использовать самые совершенные и соответственно самые сложные и громоздкие модели движения с большими затратами времени работы на ЭВМ.

В силу отмеченного, единственным правильным является другой подход, предполагающий, что наиболее точная модель движения используется только в задачах первого направления [6]: определение орбиты по результатам измерений, точное прогнозирование движения, определяющее целевое использование КА (эталонный прогноз для данного КА или класса КА); задачи расчета данных для маневра КА и для спуска на поверхность Земли или планеты назначения. Число подобных задач, как правило, невелико и создание нового СМО для новых КА существенно облегчается, так как переработки программ для большого числа задач, например, ряд задач СБИ, не требуется. Одним словом, с каждым новым КА проис-

ходит наращивание СМО, его совершенствование, а не простая переработка.

Теперь перейдем к примерам. При решении задачи определения движения КА, находящегося на низкой орбите ИСЗ, помимо основной, центральной составляющей сил тяготения, используется разное количество членов, учитывающих нецентральность сил тяготения. В некоторых случаях, где требуется исключительно высокая точность, это могут быть десятки членов разложения земного потенциала. Кроме того, учитываются сопротивление атмосферы путем создания специальных моделей, но вместе с тем не учитываются силы притяжения от Солнца и планет. При полетах к планетам столь тщательный учет составляющих сил тяготения Земли не ведется, но зато обязательным является учет сил тяготения Солнца и других планет и их спутников, влияние солнечного ветра и т. д.

Приведем уравнения движения, используемые в оперативных работах при спуске КА с орбиты ИСЗ, записанные в гринвичской относительной системе координат. Эта система отличается от абсолютной только тем, что плоскость $x^0 O z^0$ связана с плоскостью гринвичского меридиана

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_x^0 &= -\frac{\mu}{r^2} \frac{x^0}{r} + \epsilon \frac{5(z^0)^2 - r^2}{r^6} \frac{x^0}{r} + P_x + R_x + \omega_3^2 x^0 + 2\omega_3 V_y^0, \\ \dot{V}_y^0 &= -\frac{\mu}{r^2} \frac{y^0}{r} + \epsilon \frac{5(z^0)^2 - r^2}{r^6} \frac{y^0}{r} + P_y + R_y + \omega_3^2 y^0 - 2\omega_3 V_x^0, \\ \dot{V}_z^0 &= -\frac{\mu}{r^2} \frac{z^0}{r} + \epsilon \frac{5(z^0)^2 - 3r^2}{r^6} \frac{z^0}{r} + P_z + R_z; \end{aligned} \right\} \quad (16.2)$$

$$\left. \begin{aligned} x^0 &= V_x^0; \\ y^0 &= V_y^0; \\ z^0 &= V_z^0. \end{aligned} \right\} \quad (16.3)$$

В абсолютной системе координат уравнения (16.3) переписутся:

$$\left. \begin{aligned} V_x &= V_x^0 - \omega_3 y^0; \\ V_y &= V_y^0 + \omega_3 x^0; \\ V_z &= V_z^0. \end{aligned} \right\}$$

Первые члены в уравнениях (16.2) учитывают основную составляющую ускорения, вызванную притяжением Земли; вторые члены — составляющие ускорения, вызванные влиянием сжатия Земли; третьи члены — составляющие ускорения за счет действия активных сил (тяги ДУ), а четвертые — составляющие аэродинамических сил. Последние члены в первых двух уравнениях системы (16.2) — составляющие ускорения за счет центробежных сил и сил Кориолиса.

Следует отметить, что "активные" силы имеют место только во время работы ТДУ, а аэродинамические силы учитываются при движении в плотных слоях атмосферы (при $h < h_a$). Конкретный вид членов R_x, R_y, R_z определяется типом спускаемого аппарата и принятым законом управления. В некоторых случаях к основной системе (16.2) и (16.3) следует

добавлять уравнения, учитывающие движение КА около центра масс. Решение систем уравнений проводится на ЭВМ с использованием численных методов интегрирования.

Перейдем к краткому рассмотрению задач БНО, входящих в состав СМО.

16.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРБИТ КА ПО НАВИГАЦИОННЫМ ИЗМЕРЕНИЯМ

Решение этой задачи начинается с получения и предварительной обработки навигационных измерений.

Предварительная обработка предназначена, прежде всего, для приведения результатов измерений к виду, удобному для решения задачи определения орбиты, и заключается в дешифровке результатов измерений, определении их принадлежности к той или иной станции слежения и конкретному измерительному средству для выбора в дальнейшем соответствующих им координат, в определении вида измерений, "расстановке" их по времени и т. д. Второе назначение предварительной обработки – исключение из дальнейшей обработки тех измерений, ошибки которых являются аномальными. В общей выборке измерений могут быть измерения с грубыми ошибками, обусловленными либо большими искажениями при передаче результатов измерений по линиям связи, либо неисправностями измерительных средств, либо другими причинами. Такие результаты измерений необходимо выявить и исключить из обработки в самом начале, так как отсутствие грубых ошибок является важным условием правильного применения методов статистической обработки результатов измерений.

Навигационные измерения входят в состав первоочередных исходных данных для решения задачи определения положения КА в пространстве и орбиты его движения. Кроме этого необходимо знать:

- координаты измерительных средств станций слежения;
- модели сил, действующих на КА в полете, и способ решения дифференциальных уравнений его движения;
- приближенный начальный вектор состояния КА.

В результате решения задачи определения орбиты требуется найти уточненный начальный вектор состояния. Компонентами этого шестимерного вектора являются три координаты КА и три проекции вектора его скорости на оси выбранной системы координат.

В процессе внешнетраекторных измерений определяются, например, такие навигационные параметры, как радиальная дальность от наземного пункта до КА, азимут и угол места КА, скорости изменения дальности и угловых координат. Каждое измерение привязывается ко времени.

Если используемые средства позволяют одновременно измерять полный комплект навигационных параметров (шестипараметрические системы), то для определения орбиты достаточно провести измерения только в одной точке траектории. При сокращенном составе измерений для этой цели необходимы данные в нескольких точках траектории: для трехпара-

метрической системы — в двух точках, для двухпараметрической — в трех точках, для однопараметрической — в шести.

Определение такой траектории движения КА сводится к решению краевой задачи, где краевые условия представляют собой значения измеренных параметров как функции от неизвестного вектора состояния. Решение задачи ведется на ЭВМ с использованием различных численных методов интегрирования системы дифференциальных уравнений.

Если измерения навигационных параметров расположены на малой временной базе, решение краевой задачи может быть неоднозначным. Для разрешения неоднозначности обычно привлекают априорную информацию о параметрах орбиты или расширяют измерительную базу.

Поскольку измеренные значения навигационных параметров искажены ошибками измерительных средств, найденные в результате решения краевой задачи значения составляющих вектора состояния отличаются от их истинных значений. Для того чтобы компенсировать влияние ошибок, количество измерений берется значительно большим, чем минимально необходимое число, т. е. используется избыточная информация.

Высокая оперативность определения вектора состояния достигается при использовании высокоточных шестипараметрических измерительных систем. В этом случае достаточная точность определения орбиты может быть обеспечена при одном прохождении КА над измерительным пунктом.

По вектору состояния вычисляются параметры, определяющие форму траектории, ее положение в пространстве и положение КА на этой траектории в заданный момент времени. Например, для эллиптической орбиты рассчитываются: большая и малая полуоси, фокальный параметр, эксцентриситет орбиты, наклонение ее к плоскости экватора, долгота восходящего узла. Зная вектор состояния КА, можно рассчитать и ряд других баллистических данных, необходимых для выполнения экспериментов, наблюдений, маневров и т. д.

Таким образом, задача определения положения КА и его орбиты является необходимой и первоочередной для обеспечения любого космического полета, а от правильности и точности ее решения зависит возможность, достоверность и надежность решения всех последующих задач. Главной особенностью решения этой задачи является то, что наряду с движением КА моделируются и сами измерения, т. е. имеется тесная взаимосвязь между КА и измерительными станциями на поверхности вращающейся Земли.

16.4. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ КА

Для обеспечения управления полетом КА баллистической информацией и определения условий проведения экспериментов решается задача определения положения КА в пространстве на любой произвольный момент времени или, так называемая, *задача прогнозирования*. Длительность интервала прогнозирования зависит от типа орбиты КА и требуемой точности ее знания, связанной с назначением и целевой функцией, выполняемой КА. С учетом этих же факторов выбирают и математическую модель,

описывающую движения КА. Например, для низких орбит ($h = 300 \dots 600$ км) учитываются аномалии поля тяжести Земли, а для учета влияния атмосферы используется динамическая ее модель. Для высоких орбит ($h = 10\,000 \dots 40\,000$ км) рассматриваются возмущения от Луны, Солнца и светового давления.

Расчет элементов орбиты обычно производится на ЭВМ с использованием численных методов интегрирования дифференциальных уравнений движения КА. При этом применяется преимущественно прямоугольная система координат, в которой реализуется несложный алгоритм вычисления правых частей дифференциальных уравнений и простые формулы для расчета различных баллистических данных.

В результате численного интегрирования системы дифференциальных уравнений движения КА для каждого момента времени с дискретностью шага интегрирования определяются текущие значения координат и составляющих вектора скорости КА. Далее, по простым аналитическим зависимостям рассчитываются любые необходимые для управления полетом и выполнения целевой задачи баллистические данные.

При длительных интервалах прогнозирования и менее жестких требованиях по точности используются численно-аналитические и аналитические методы, требующие меньших затрат машинного времени на расчет.

Прогнозируемые параметры орбиты КА рассчитываются, как правило, на начало каждого витка. За начало витка принимается точка пересечения экватора с плоскостью орбиты при движении КА с юга на север ($z = 0$, $\frac{\partial z}{\partial t} > 0$). При прогнозировании движения КА в этой точке (восходящем узле орбиты) определяются:

вектор состояния КА в прямоугольной системе координат;

оскулирующие элементы орбиты КА;

драконический период обращения, гринвичская долгота.

Кроме того, находятся экстремальные высоты орбиты КА (минимальная и максимальная) и координаты этих подспутниковых точек на Земле (широта и долгота). Все эти данные дают полное представление об орбите, ее форме и положении в пространстве на каждом витке полета КА.

16.5. РАСЧЕТ СТАНДАРТНОЙ БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

К *стандартной баллистической информации* (СБИ) относится информация, не связанная с непосредственным определением движения КА, но знание которой необходимо для выполнения разного рода экспериментов и проведения планирования полета, а также для выявления условий, при которых происходит движение КА и совершается та или иная операция.

Номенклатура задач этой группы весьма обширна. В частности, можно указать на следующие задачи, связанные с расчетом:

времени существования КА на орбите (эта задача рассмотрена в разд. I);

зон радиовидимости КА со станций слежения и подготовка целеуказания;

баллистических данных для планирования работы средств командно-измерительного комплекса;
 освещенности КА на орбите;
 трасс полета КА;
 данных для привязки научных измерений, полученных с помощью данного КА;
 углов взаимного положения Солнца, Луны, различных звезд, планет, Земли и КА;
 времени и высот прохождения над каким-то районом Земли или планеты и т. п.

Требования к точности решения указанных и других подобных задач по сравнению с рассмотренными выше навигационными задачами практически не меняются при переходе от одного КА к другому. Поэтому математические модели, используемые для их решения, во многих случаях остаются неизменными. Вместе с тем возникает вопрос согласования моделей движения задач этой группы и основных навигационных задач, чтобы исключить разные результаты. На практике это сводится к подбору такого начального вектора состояния для задач расчета СБИ, чтобы различие приближенного описания движения КА в этих задачах по сравнению с эталонным прогнозированием было допустимым для заданного времени полета КА [6].

Ниже приведены расчетные алгоритмы основных задач СБИ.

Задача расчета зон радиовидимости КА со станций слежения является одной из главных для целей управления и планирования работы с аппаратом. При расчете зон радиовидимости на каждом витке орбиты для каждой станции слежения рассчитываются времена входа и выхода КА в зону прямой радиовидимости, а также суммарное время пребывания его в этой зоне. Кроме того, рассчитываются и другие величины: время достижения КА некоторого параметра (например, минимального расстояния от станции до КА) и угол места. Эти данные характеризуют условия радиовидимости.

Начало и конец зоны радиовидимости определяется по величине угла места $\tilde{\gamma}$ — это угол между линией местного горизонта, проходящего через точку наблюдения, и направлением на КА. За начало принимается время, при котором достигается $\tilde{\gamma} = 0^\circ$ или $\tilde{\gamma} \neq 7^\circ$ в случае его увеличения, а за окончание — выполнение этих же условий в случае уменьшения $\tilde{\gamma}$. Угол места вычисляется на каждом шаге интегрирования (для каждой станции слежения) по формуле

$$\tilde{\gamma} = \arcsin \frac{\eta}{D} \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leq \tilde{\gamma} \leq \frac{\pi}{2} \right), \quad (16.4)$$

где $D = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}$,

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = [K_N] \begin{pmatrix} x^0 - x_N^0 \\ y^0 - y_N^0 \\ z^0 - z_N^0 \end{pmatrix},$$

$$[K_N] = \begin{bmatrix} -\sin \varphi_N \cos \lambda_N & -\sin \varphi_N \sin \lambda_N \cos \varphi_N \\ \cos \varphi_N \cos \lambda_N & \cos \varphi_N \sin \lambda_N \sin \varphi_N \\ -\sin \lambda_N & \cos \lambda_N & 0 \end{bmatrix};$$

$$x_N^0 = \left(\frac{a}{c} + h_N \right) \cos \varphi_N \cos \lambda_N;$$

$$y_N^0 = \left(\frac{a}{c} + h_N \right) \cos \varphi_N \sin \lambda_N;$$

$$z_N^0 = \left(\frac{a(1 - \tilde{\alpha})^2}{c} + h_N \right) \sin \lambda_N;$$

$$c = \sqrt{1 - \tilde{\alpha} (2 - \alpha) \sin^2 \varphi_N},$$

x^0, y^0, z^0 — координаты КА в гринвичской относительной системе координат;

$\varphi_N, \lambda_N, h_N$ — географические координаты станции слежения (широта, долгота, высота);

$\tilde{\alpha}, a$ — сжатие и большая полуось Земли.

Целеуказания станциям слежения обычно рассчитываются для осуществления поиска, захвата и сопровождения КА в зоне радиовидимости. Для целеуказаний определяются с некоторым шагом по времени (~ 30 с для ИСЗ) следующие величины: время, дальность от КА до станции слежения; угол места и азимут A — угол между меридианом, проходящим через точку наблюдения, и направлением на Север:

$$A = \arcsin \frac{\xi}{D_1} \quad (0 \leq A \leq 360^\circ). \quad (16.5)$$

Знак $\cos A$ совпадает со знаком ξ ; $D_1 = \sqrt{\xi^2 + \zeta^2}$.

При *определении освещенности КА* для каждого витка орбиты с определенным шагом по времени рассчитывается угол Солнце—объект—Земля (СОЗ) по формуле

$$\angle \text{СОЗ} = \pi - \arccos \frac{x \cdot x_c + y \cdot y_c + z z_c}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \sqrt{x_c^2 + y_c^2 + z_c^2}}. \quad (16.6)$$

Здесь x, y, z, x_c, y_c, z_c — соответственно координаты КА и Солнца в абсолютной геоцентрической системе координат.

Освещенность КА на орбите (времена выхода из тени Земли и входа в нее) определяется из условия: $\angle \text{СОЗ} \geq \pi/2 - \kappa$; $\kappa = \arccos \frac{R}{R + h}$.

При этом время выхода из тени определяется из условия $\angle \text{СОЗ} \geq \frac{\pi}{2} - \kappa$

в случае возрастания $\angle \text{СОЗ}$, вход в тень — в случае убывания угла СОЗ. По условию $\text{СОЗ} = 90^\circ$ определяется время прохождения **терминатора**, т. е. границы света—тени на поверхности Земли или на какой-то высоте h . При этом *утро* — в случае возрастания угла СОЗ, *вечер* — в случае убывания. Эти данные используются для оценки возможности работы системы ориентации, наблюдения земной поверхности и при проведении экспериментов.

Одной из наиболее важных задач, связанных с обеспечением планирования полета, особенно на этапе подготовки к спуску КА, является расчет траектории полета КА. **Траектория полета** — это проекция орбиты на поверхность Земли (или планеты), т. е. геометрическое место точек, через зенит которых проходит КА [76]. При решении этой задачи с определенным шагом по времени вычисляются высота полета h и географические координаты — широта φ и долгота λ , которые затем наносят на географическую карту.

Рассмотрим эту задачу несколько подробнее. Обратимся к рис. 16.1, с помощью которого найдем формулы перехода от абсолютной системы координат $oxyz$ к сферической $h\varphi\lambda$. Введем некоторые определения. Положение КА в абсолютной системе координат определяется прямым восхождением α и склонением δ . *Прямое восхождение* — это двугранный угол между плоскостью xoz и плоскостью круга склонения СДД'. Прямое восхождение измеряется в плоскости экватора и отсчитывается от точки весеннего равноденствия Υ против движения часовой стрелки от 0 до 360° . **Склонение КА** — угол между плоскостью экватора xoy и направлением на КА из центра Земли. Склонение может принимать значения от 0 до 90° в северной полусфере и от 0 до -90° в южной.

Введенные углы вычисляются по формулам небесной механики

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \Omega + \arctg(\tgu \cos i), \\ \delta &= \arcsin(\sin u \sin i), \quad u = \omega + \vartheta. \end{aligned} \right\} \quad (16.7)$$

При этом $-i \leq \delta \leq i$ при $0 \leq i \leq \frac{\pi}{2}$. Это соответствует движению с Запада на Восток. Соответственно $i - \pi \leq \delta \leq \pi - i$ при $\frac{\pi}{2} < i < \pi$ (движение КА с Востока на Запад). В приведенных формулах наибольшие трудности вызывает расчет угла u , который связан достаточно сложным выражением с временем полета. Существенно упрощается задача для круговых орбит:

$$u = \frac{2\pi}{P} (t - \tau).$$

где P — период обращения; τ — время прохождения КА через экватор.

Попутно отметим, что угол s между плоскостью xoz и плоскостью гринвичского меридиана OCA_1 равен звездному времени на гринвичском меридиане: $s = s_0 + \omega_3 t$, где s_0 — звездное время в некоторую гринвичскую полночь (определяется по Астрономическому ежегоднику); ω_3 — угловая скорость вращения Земли; t — время, прошедшее от этой полночи. Теперь можно перейти к географическим координатам (см. рис. 16.1):

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \varphi; \\ \lambda &= \alpha - s = \alpha - (s_0 + \omega_3 t); \\ h &= r - R. \end{aligned} \right\} \quad (16.8)$$

Анализ представленных формул показывает, что широта изменяется в пределах от $-i$ до i , а траектория полета целиком определяется наклоном орбиты i и периодом T . Изменения остальных элементов орбиты Ω , τ

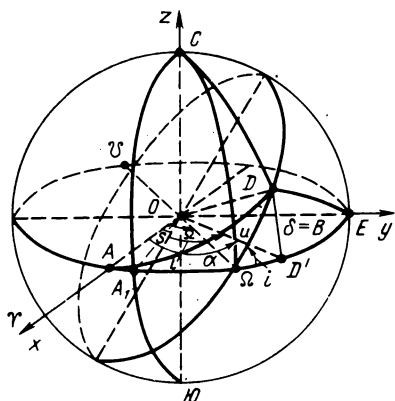


Рис. 16.1. Параметры, определяющие пространственное движение КА по орбите

вызывают лишь смещение проекции спутника вдоль трассы [76]. Трассы полета могут быть самой разнообразной и причудливой формы. На рис. 16.2 в качестве примера приведена трасса КА, находящегося на орбите ИСЗ с периодом $P = 91,9$ мин и наклонением $i = 51^\circ$. Жирная линия показывает первый виток орбиты, т. е. часть витка, соответствующая полному обороту КА вокруг Земли.

За начало витка принимается момент прохождения КА над экватором. *Первым суточным витком* в СССР принято считать первый виток, начало которого соответствует долготе западнее 20° в.д. Расстояние по долготе между начальной A и конечной точкой B первого витка равно углу поворота Земли за один оборот КА и называется смещением по долготе за виток:

$$\Delta\lambda = P\omega_3 = 2\pi \frac{P}{T_3}, \quad (16.9)$$

где T_3 — звездные сутки [76, 78].

Смещение $\Delta\lambda$ отсчитывается с востока на запад, т. е. в сторону убывания долготы. Фактическое значение $\Delta\lambda$ будет несколько отличаться от величины, полученной по (16.9), в силу непрерывного смещения плоскости орбиты под влиянием, в частности, нецентральности поля сил земного притяжения. Определим число витков за сутки:

$$N \approx \frac{T_3}{P} \approx \frac{2\pi}{\Delta\lambda}. \quad (16.10)$$

В общем случае формула дает дробное значение витков, а суточное число витков N берется целым. Для КА, находящихся на сравнительно низких орбитах ИСЗ ($h_a < 2000$ км) $N = 12 \dots 17$. В начале $N + 1$ витка (точка C на рис. 16.2) КА наиболее близко подойдет к исходному положению.

Расстояние по долготе между точками A и C называется суточным смещением орбиты $\Delta\lambda_{\text{сут}}$:

$$\Delta\lambda_{\text{сут}} = 2\pi - N\Delta\lambda \quad (16.11)$$

($+\Delta\lambda_{\text{сут}}$ соответствует возрастанию восточной долготы, а $-\Delta\lambda_{\text{сут}}$ — убыванию). Видно, что

$$|\Delta\lambda_{\text{сут}}| \leq \frac{\Delta\lambda}{2}.$$

Если $2\pi/\Delta\lambda$ является целым числом, то $\Delta\lambda_{\text{сут}} = 0$; если $\frac{2\pi}{\Delta\lambda} = \frac{n}{m}$ (n, m — некоторые целые числа), то в идеальной постановке спутник возвратится в исходное положение, пройдя n витков, т. е. через m суток.

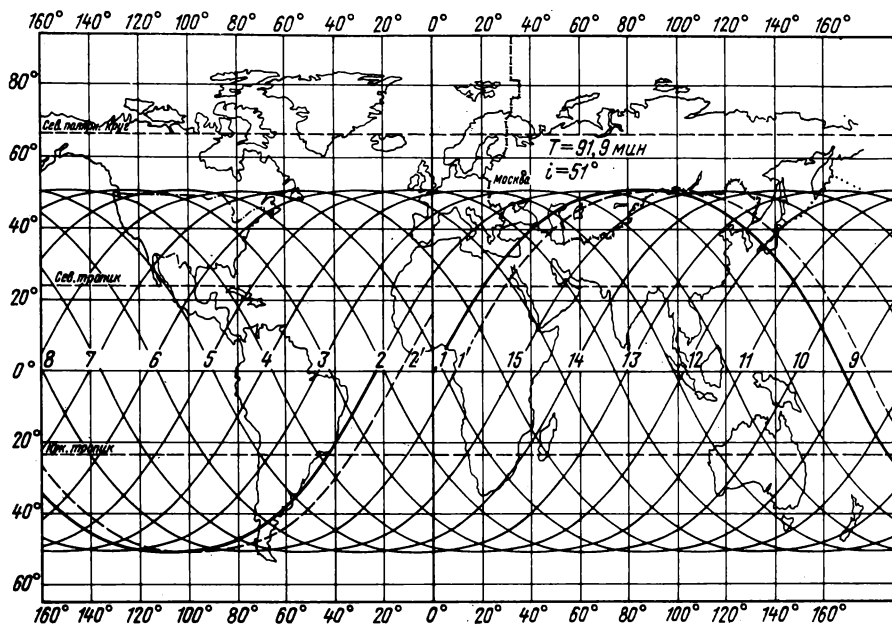


Рис. 16.2. Трасса полета ИСЗ при движении по орбите (период обращения $P = 91,9$ мин, наклонение $i = 51^\circ$)

Если известна орбита КА в гринвичской системе координат, то расчет трассы может быть осуществлен и с использованием следующих формул:

$$\varphi(t) = \arcsin \frac{z(t)}{\sqrt{[(1 - \tilde{\alpha})^2 r_1^2 + z^2(t)]}},$$

$$\lambda(t) = \operatorname{arctg} \frac{y(t)}{x(t)} \quad (\text{знак } \cos \lambda \text{ совпадает со знаком } x);$$

$$h(t) = r - \bar{a} \left(1 - \tilde{\alpha} \frac{z^2}{r^2}\right);$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}; \quad r_1 = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

16.6. НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ РАСЧЕТА МАНЕВРОВ И КОРРЕКЦИЙ ТРАЕКТОРИЙ ПОЛЕТА КА

Во время полета космических кораблей, выводимых на орбиту ИСЗ, для выполнения целей полета необходимо проведение ряда маневров и коррекций. Под *маневром* понимается производимое с определенной целью изменение параметров движения КА с помощью двигательной установки.

Некоторые особенности баллистико-навигационного обеспечения проведения маневров рассмотрим на примере сближения космического корабля "Союз-Т" с орбитальной станцией "Салют" [61].

В маневрах встречи этих КА различают следующие этапы:
формирование монтажной орбиты станции;
старт космического корабля;
дальнее наведение;
ближнее наведение, причаливание и стыковка.

При формировании монтажной орбиты станции ставятся следующие цели:

достижение заданного фазового расстояния между орбитальной станцией и стартующим кораблем (эта величина определяется гринвичской долготой восходящего узла орбиты станции стартового витка);

достижение заданного периода обращения, обеспечивающего m -суточную кратность орбиты;

достижение заданных значений эксцентриситета, положения перигея и др.

В зависимости от набора условий число импульсов в маневре формирования монтажной орбиты может изменяться от трех до одного.

На этапе старта космического корабля и дальнего наведения с помощью наземных измерительных и вычислительных средств решается задача сведения корабля и станции в зону действия автономных средств сближения. Этап дальнего наведения корабля состоит из нескольких циклов, число которых меньше общего числа включений ДУ на этом этапе. Число включений ДУ в каждом цикле обычно не превышает трех. Общее число импульсов на этапе дальнего наведения не превышает шести.

На этапе ближнего наведения с помощью автономных измерительных и вычислительных средств решается задача ввода корабля и станции в зону причаливания и стыковки.

Последовательность операций, проводимых при отработке одного или нескольких включений ДУ, включает в себя:

проведение траекторных измерений наземными станциями;

проведение наземными средствами расчетов по определению параметров движения космического корабля и параметров маневра;

закладку установок на маневр;

отработку одного или нескольких включений ДУ;

проведение траекторных измерений после включения ДУ (целеуказания наземным измерительным средствам рассчитываются по расчетным параметрам движения с учетом отработанного импульса ДУ);

проведение расчетов по определению фактических параметров движения космического корабля.

Высокая точность расчетов параметров маневра требует применения возможно более точной модели движения маневрирующих КА. В общем случае система уравнений, описывающая движение КА с точным учетом основных возмущающих факторов и импульсов маневра, представляет собой систему нелинейных дифференциальных уравнений, а задача расчета оптимальных параметров маневра представляет собой сложную многопараметрическую краевую задачу.

Обозначим через $x(t)$ шестимерный вектор-столбец состояния КА, характеризующий его положение и скорость в некоторый момент времени.

Управляемое движение КА на интервале маневрирования представим некоторой моделью:

$$x(t) = x(x_0, t_1, t, t_2, \dots, t_l, \Delta V_1, \Delta V_2, \dots, \Delta V_l). \quad (16.12)$$

где $x_0 = x(t_0)$; t_i — момент i -го включения ДУ; ΔV_i — компоненты вектора-столбца параметров (приращение скорости полета), характеризующих i -е включение ДУ; $i = 1, 2, \dots, l$ — порядковый номер включения ДУ.

Общую задачу расчета оптимальных параметров маневра КА можно сформулировать следующим образом:

среди всех допустимых значений параметров маневра $t_i, \Delta V_i, l$ связанных на интервале маневрирования моделью (16.12), найти значения параметров, обеспечивающих минимум некоторого функционала $I = I(\mathbf{H}, \Delta V_1, \Delta V_2, \dots, \Delta V_l)$, где $\mathbf{H}$ — вектор конечных условий, определяющих цель маневра.

Вид и размерность этого вектора зависит от принятого в рассмотрении маневра. Так, в случае, когда маневром транспортного корабля обеспечивается его выход в зону сборки с орбитальной станцией, в качестве вектора конечных условий принимается вектор состояния транспортного корабля в расчетный момент встречи.

Решение задачи ведется на ЭВМ с использованием специальных программных автоматизированных комплексов. Наибольшие сложности возникают в силу необходимости одновременного расчета в ограниченное время наряду со штатными дополнительными (запасными) маневрами, которые позволят решить задачу встречи даже при неполном (в пределе—нулевом) выполнении штатного номинального маневра.

Рассмотрим еще один достаточно простой, но очень важный вид коррекции движения КА. Во многих практических случаях важным требованием космического полета является обеспечение прохождения трассы полета КА над определенным районом поверхности Земли (или планеты). Например, КА типа "Союз" при спуске имеют очень ограниченные возможности по боковому маневру, и для решения задачи точной посадки требуется провести так называемую **коррекцию прохождения**. *Основная идея этой коррекции* состоит в том, что с изменением периода обращения КА (T) проходит изменение смещения КА по долготе (см. (16.9)). Подбирая нужную величину корректирующего импульса и время его проведения, можно добиться нужного расположения трассы полета.

Для орбит кораблей с высотой полета ~ 300 км изменение скорости в направлении движения (на разгон или торможение) на 1 м/с приводит к изменению периода обращения приблизительно на 2 с. Это значит, что через сутки КА пересечет экватор на 30 ... 32 с позже или раньше (в зависимости от направления приложения импульса), т. е. КА пройдет на $8'$ западнее или восточнее, а через 2-е суток соответственно на $16'$ и т. д. Следовательно, величина потребной характеристической скорости на коррекцию прохождения существенно зависит не только от величины требуемого смещения по долготе, но и от времени проведения коррекции. Чем раньше проводят коррекцию прохождения, тем меньше при прочих равных условиях энергетические затраты на ее реализацию. Однако здесь приходится учитывать изменение других параметров орбиты и прежде всего высоты

перигея, что влияет на время возможного существования КА на орбите после коррекции. Поэтому коррекцию на разгон, т. е. на "подъем" орбиты, можно проводить за несколько суток до посадки (только бы не накопились новые погрешности за счет разного рода возмущений), а коррекцию торможения, т. е. на "снижение" орбиты, целесообразнее проводить ближе к посадке. Для низких орбит ИСЗ приближенную величину скорости, необходимой для проведения коррекции прохождения, можно рассчитать по следующей эмпирической формуле:

$$\Delta u = 120 \frac{|\lambda_{\text{треб}} - \lambda_{\text{факт}}|}{N_{\text{пос}} - N_{\text{кор}}} \text{ [м/с]}, \quad (16.13)$$

где $\lambda_{\text{треб}}$, $\lambda_{\text{факт}}$ — соответственно требуемая для обеспечения прохождения КА над заданным районом и фактическая долгота восходящего узла; $N_{\text{пос}}$, $N_{\text{кор}}$ — соответственно номер витка посадки и номер витка проведения коррекции.

16.7. БАЛЛИСТИКО-НАВИГАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ СПУСКА КА

Конечной целью оперативного БНО спуска КА является подготовка всей необходимой информации, закладка ее на борт для создания условий, обеспечивающих посадку КА в заранее выбранном районе. Бортовые системы, используя эту информацию, практически реализуют спуск и посадку КА.

Движение КА, находящегося на низкой орбите ИСЗ, проходит в плоскости, которая в пространстве медленно прецессирует (со скоростью $\sim 5,4$ градус/сутки при наклонении орбиты $\sim 51,6^\circ$). Земля вращается с Запада на Восток (с угловой скоростью $\omega_z \approx 0,92 \cdot 10^{-4}$ градус/с). В результате трасса каждого последующего витка смещается к Западу по долготе на $22 \dots 24^\circ$ (см. рис. 16.2) и через заданный район посадки в сутки проходят трассы только несколько (1–4) витков в зависимости от его размера и расположения. Эти витки называются посадочными.

При подготовке к спуску КА в период проведения оперативных работ уточняется район посадки. Проводится, при необходимости, коррекция прохождения. С целью повышения безопасности район посадки по возможности располагается в местности без больших населенных пунктов, предприятий, ЛЭП, без больших геологических образований (горы, водоемы).

Для повышения надежности выбирают, как правило, штатный и резервные витки посадки. Переход на резервные витки может произойти, например, при резком ухудшении погодных условий в основном районе посадки, при сбое "закладки" на борт информации на спуск и т. д.

При пилотируемом полете, учитывая все возможные ситуации, экипажу сообщаются данные для срочной посадки на любом витке полета.

Вся баллистико-навигационная и командная информация готовится на Земле, при этом учитываются:

конкретное состояние космонавтов;

работоспособность систем корабля;
возможные отказы;

светотеневая обстановка на орбите и на Земле во время посадки и т. п.

Для повышения безопасности бортовые системы, как правило, дублируются. Дублирование производится как количественно, так и качественно (с использованием других приборов и принципов). Например, на КА типа "Союз-Т" для торможения можно использовать двигательную установку и двигатели причаливания и ориентации; для ориентации — инфракрасный построитель вертикали в комплексе с БЦВМ и ручное построение ориентации; для стабилизации во время работы ДУ — блок датчиков угловых скоростей или показания гиросприборов и т. д. В итоге возможно до 10 режимов спуска.

При оперативном БНО посадки выбирается конкретный основной и 1–2 резервных режима спуска с учетом фактического состояния борта и условий работы на орбите (главным образом, светотеневая обстановка). Для выбранных режимов и решаются задачи спуска, приведенные ниже.

Остановимся кратко на технологии оперативного БНО спуска. Для обеспечения посадки необходимо по командной радиолинии или вручную с пульта космонавтов включить программу спуска ① (рис. 16.3). Программа спуска — это некоторая жесткая или гибкая временная программа, определяющая последовательность работы бортовых систем. В момент ② начинается ориентация КА на торможение и заканчивается в момент ③, с которого до момента ④ (включение ДУ на торможение) происходит поддержание ориентации. После отработки заданного импульса происходит выключение ТДУ ⑤ и разделение КА на отсеки ⑥. До входа в плотные слои атмосферы ⑦ производятся развороты КА для обеспечения ориентированного входа и управляемого движения в атмосфере (участок ⑦ — ⑧). В момент ⑧ срабатывает парашютная система и в момент ⑨ непосредственно перед контактом с Землей включаются двигатели мягкой посадки. Ряд участков, например, работа ТДУ ③ — ④ контролируется наземными (НИП) и корабельными измерительными пунктами (КИП). Для обеспечения контроля НИПам рассчитываются целеуказания, для КИПов определяется их местоположение и также выдаются целеуказания.

Группа спуска рассчитывает необходимую информацию для обеспечения работы бортовых систем. При этом для повышения точности учиты-

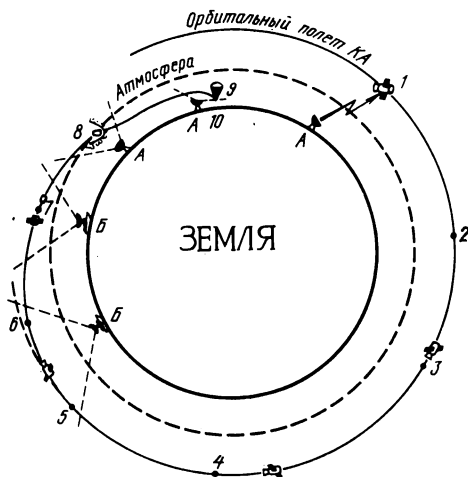


Рис. 16.3. Последовательность операций, выполняемых для обеспечения спуска КА с орбиты ИСЗ

ваются самые последние данные по прогнозу орбиты, что предопределяет жесткие временные ограничения на проведение всех расчетов. После закладки уставок на борт (по мере поступления информации о полете КА) происходит уточнение точки посадки и дается корректировка для перенацеливания средств поисково-спасательного комплекса.

Посадкой КА на Землю работа баллистиков еще не заканчивается: по всей имеющейся баллистической и телеметрической информации происходит провязка траектории с целью выяснения правильности принятых решений, оценки работоспособности систем, обеспечивающих спуск, выдачи рекомендаций на последующие полеты.

Особенности проведения оперативных работ накладывают соответствующие ограничения и требования к баллистико-навигационному обеспечению спуска КА. В частности, требование обеспечения посадки в заданном районе предопределяет ограничения на район включения ТДУ и требуемую величину и направление тормозного импульса. В соответствии с этим *основная задача баллистического обеспечения спуска КА с орбиты ИСЗ* формулируется следующим образом: определить время, величину и направление приложения тормозного импульса на витке посадки (или предпосадочном) с учетом особенностей бортовой аппаратуры в поставленных ограничениях с целью обеспечения надежной посадки КА в заданном районе Земли, т. е. в каждом конкретном случае, как правило, необходимо решать двухточечную краевую задачу со свободным левым и закрепленным правым концом при наличии ряда ограничений, а также с учетом возможностей управления на атмосферном участке снижения.

При решении задачи определения параметров спуска КА необходимо учитывать ряд особенностей: движение КА описывается нелинейными дифференциальными уравнениями, аналитическое решение которых в общем случае неизвестно и, следовательно, отсутствует прямая зависимость корректируемых параметров от управлений;

определению подлежат не начальные условия движения, а управляющие параметры, на которые могут быть наложены ограничения.

Определим состав параметров управления и корректируемых параметров, имеющих место в задачах спуска.

Параметры управления. В общем случае вектор управления может содержать четыре независимых параметра:

$$w = \{t_{\text{вкл}}, u, \vartheta, \beta\},$$

где $t_{\text{вкл}}$ — время включения ТДУ, u — тормозной импульс, измеряемый в метрах в секунду; ϑ — угол, отсчитываемый в плоскости орбиты, между вектором тормозной скорости и местным горизонтом (т. е. это угол тангажа, если вектор u совпадает с осью КА); β — угол между проекцией вектора тормозной скорости на плоскость местного горизонта и направлением движения.

Корректируемыми (управляемыми) параметрами являются:

координаты точки посадки, задаваемые либо широтой, либо длиной и называемые *линией прицеливания*;
условия входа в плотные слои атмосферы.

Итак, в общем случае, задача определения параметров спуска КА с орбиты ИСЗ решается следующим образом. Движение КА описывается системой дифференциальных уравнений

$$\dot{\mathbf{V}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{w}), \quad (16.14)$$

где $\mathbf{x}$ — вектор состояния КА, $\mathbf{w}$ — вектор управляющих функций.

На величину $\mathbf{x}$, $\mathbf{w}$ могут быть наложены ограничения:

$$\mathbf{x} \in \omega(\mathbf{x}), \quad \mathbf{w} \in \omega(\mathbf{w}). \quad (16.15)$$

Обозначим через $\mathbf{r} = \{r_1 r_2 \dots r_6\}$ вектор корректируемых параметров, который в результате воздействия управлений должен принять заданное значение $\mathbf{a} = \{a_1 \dots a_6\}$.

При решении краевой задачи необходимо отыскать такое управление $\mathbf{w}$ при связях (16.14) и ограничениях (16.15), чтобы обеспечить выполнение условия $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{a} - \mathbf{r} = 0$ и одновременно получить минимум функционала $I = \int_{t_1}^{t_2} F(\mathbf{x}, \mathbf{w}) dt$.

В задаче спуска обычно минимизируются следующие величины: тормозной импульс $I = u = \min$; рассеивание точек посадки $I = \Delta L = \min$; протяженность траектории спуска $I = L = \min$; угол входа в атмосферу $I = |\theta_{\text{вх}}| = \min$ и т. д.

При решении краевой задачи по расчету данных на спуск КА в зависимости от конкретной обстановки вводят те или иные условия и, соответственно требуется определение различного количества параметров. Ниже приводится перечень основных задач.

Задача 1. Определить время включения ТДУ ($t_{\text{вкл}}$), величину тормозного импульса u и его направление ϑ в момент $t_{\text{вкл}}$ для обеспечения посадки КА на заданную линию прицеливания ($\varphi_{\text{пос}}$ или $\lambda_{\text{пос}}$ заданы), обеспечив при этом на входе в плотные слои атмосферы требуемые условия по скорости $V_{\text{вх}}$ и углу $\theta_{\text{вх}}$. Здесь $\varphi_{\text{пос}}$, $\lambda_{\text{пос}}$ — соответственно географическая широта и долгота точки посадки.

Задача 2. Определить время включения ТДУ ($t_{\text{вкл}}$) при заданных величине и направлении приложения тормозного импульса для обеспечения посадки КА на заданную линию прицеливания.

Задача 3. Определить величину тормозного импульса u при заданных времени включения ТДУ ($t_{\text{вкл}}$) и угле ϑ для обеспечения посадки КА на заданную линию прицеливания.

Задача 4. Определить минимальную величину тормозного импульса u и направление ϑ при заданном времени включения ТДУ ($t_{\text{вкл}}$) для обеспечения посадки КА на заданную линию прицеливания.

Задача 5. Определить время включения ТДУ ($t_{\text{вкл}}$) и угол ϑ при заданной величине u для обеспечения посадки КА на заданную линию прицеливания по траектории минимальной дальности $L_{\min}$.

Рассмотрим возможные методы решения перечисленных задач.

Задача 1 решается методом последовательных приближений. За нулевое приближение принимается, например, решение для номинальных, проектных условий или аналитическое решение.

Поправка к i -му приближению вычисляется по формулам:

$$\begin{bmatrix} \delta t \\ \delta u \\ \delta \vartheta \end{bmatrix} = A_i^{-1} \begin{bmatrix} \Delta V_{\text{вх}} \\ \Delta \theta_{\text{вх}} \\ \Delta \lambda_{\text{пос}} \end{bmatrix},$$

где A_i — матрица частных производных от корректируемых параметров по параметрам управления.

Процесс уточнения заканчивается при выполнении условий:

$$|\Delta V_{\text{вх}}| \leq \delta V_{\text{вх}}, \quad |\Delta \theta_{\text{вх}}| \leq \delta \theta_{\text{вх}}, \quad |\Delta \lambda_{\text{пос}}| \leq \delta \lambda_{\text{пос}}.$$

Аналогичным образом решаются задачи 2 и 3, в которых параметрами управления служат время включения ТДУ и величина тормозного импульса соответственно, а конечные условия — заданная линия прицеливания.

Нулевое приближение задачи 4 определяется, как и в задаче 3. Затем, варьируя углом ϑ , добиваются равенства нулю производной $du/d\vartheta$. Полученное значение u соответствует $u_{\min}$.

Нулевое приближение задачи 5 определяется, как и в задаче 2. Затем, варьируя углом ϑ , достигается значение $(t_{\text{вкл}})_{\max}$, что соответствует траектории минимальной дальности $L_{\min}$.

Для пилотируемых и ряда беспилотных КА для повышения точности посадки применяются на участке движения в плотных слоях атмосферы системы управления спуском (СУС), которые позволяют компенсировать часть внеатмосферного промаха и парировать отклонения за счет возмущений, возникающих на атмосферном участке. Для нормальной работы СУС необходимо задать номинальную траекторию. Расчетная траектория спуска может быть охарактеризована некоторыми уставками: внеатмосферными и атмосферными, однозначно определяющими длину траекторий. В качестве внеатмосферной чаще задается время достижения плотных слоев атмосферы. Траектория движения в плотных слоях атмосферы представляется, например, в виде зависимостей перегрузки или времени спуска в функции кажущейся скорости. Рассчитанные установки передаются на борт КА для последующей работы системы управления спуском.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аксенов Е.П. Теория движения искусственных спутников Земли. М.: Наука, 1977. 360 с.
2. Алексеев К.Б., Бебенин Г.Г., Ярошевский В.А. Маневрирование космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1970. 416 с.
3. Баженов В.И., Осин М.И. Посадка космических аппаратов на планеты. М.: Машиностроение, 1978. 159 с.
4. Бажинов И.К., Почукаев В.Н., Поляков В.С. Космическая навигация. М.: Машиностроение, 1975. 352 с.
5. Бажинов И.К., Почукаев В.Н. Оптимальное планирование навигационных измерений в космическом полете. М.: Машиностроение, 1976. 288 с.
6. Бажинов И.К., Ястребов В.Д. Навигация в совместном полете космических кораблей "Союз" и "Аполлон". М.: Наука, 1978. 224 с.
7. Балахонцев В.Г., Иванов В.А., Шабанов В.И. Сближение в космосе. М.: Воениздат, 1973. 240 с.
8. Балк М.Б. Элементы динамики космического полета. М.: Наука, 1965. 339 с.

9. Баллистика и навигация ракет. / А.А. Дмитриевский, Л.Н. Лысенко, Н.М. Иванов и др.; под ред. А.А. Дмитриевского. М.: Машиностроение, 1985. 312 с.*
10. Баринов К.Н., Бурдаев М.Н., Мамон П.А. Динамика и принципы построения орбитальных систем космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1975. 232 с.
11. Бебенин Г.Г., Скребушевский Б.С., Соколов Г.А. Системы управления полетом космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1978. 270 с.
12. Брандин В.Н., Васильев А.А., Худяков С.Т. Основы экспериментальной космической баллистики. М.: Машиностроение, 1974. 340 с.
13. Брандин В.Н., Разоренов Г.Н. Определение траекторий космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1978. 216 с.
14. Бурдаков В.П., Зигель Ф.Ю. Физические основы космонавтики. М.: Атомиздат, 1975. 231 с.
15. Бэттин Р. Наведение в космосе. М.: Машиностроение, 1966. 448 с.
16. Гончаревский В. С. Радиоуправление сближением космических аппаратов. М.: Советское радио, 1976. 240 с.
17. Горелик А.Л., Бутко Г.И., Белоусов Ю.А. Бортовые цифровые вычислительные машины. М.: Машиностроение, 1975. 204 с.
18. Гродзовский Г.Л., Иванов Ю.Н., Токарев В.В. Механика космического полета (Проблемы оптимизации). М.: Наука, 1975. 702 с.
19. Гутер Р.С., Овчинский Б.В. Элементы численного анализа и математической обработки результатов опыта. М.: Наука, 1970. 432 с.
20. Дашков А.А., Ивашкин В.В. Об одном замечательном свойстве пучка гиперболических траекторий. — Космические исследования. т.3, вып. 5, 1965, с. 684–686.
21. Дмитриевский А.А., Лысенко Л.Н. Прикладные задачи теории оптимального управления движением беспилотных летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1978. 328 с.
22. Доброленский Ю.П., Иванов В.И., Поспелов Г.С. Автоматика управляемых снарядов. М.: Оборонгиз, 1963. 548 с.
23. Елисеев А.С. Техника космических полетов. М.: Машиностроение, 1983. 307 с.
24. Ермилов Ю.А., Иванов Е.Е., Пантюшин С.В. Управление сближением космических аппаратов. / Под ред. Е.П. Попова. М.: Наука, 1977. 448 с.
25. Зеленцов В.В., Казаковцев В.П. Элементы динамики ИСЗ. Уч. пособие, ч. 3. М.: МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1982. 34 с.
26. Иванов Н.М., Лысенко Л.Н., Мартынов А.И. Методы теории систем в задачах управления космическим аппаратом. М.: Машиностроение, 1981. 254 с.
27. Иванов Н.М., Мартынов А.И. Управление движением космического аппарата в атмосфере Марса. М.: Наука, 1977. 416 с.
28. Иванов Н.М., Мартынов А.И. Проблема спуска космических аппаратов в атмосферах планет. М.: Знание, 1972. 47 с.
29. Иванов Н.М., Мартынов А.И. Управление межпланетными космическими аппаратами. — В кн.: Вопросы управления космическими аппаратами. / Под ред. Б.Н. Петрова. М.: Мир, 1975. с. 187–216.
30. Иванов Н.М., Митяев Ю.И. Проблемы межпланетных полетов. М.: Знание, 1973. 64 с.
31. Иванов Н.М., Соболевский В.Г. Аналитическая оценка дальности спуска космического аппарата для гиперболических траекторий возвращения. — Космические исследования, т. 10, вып. 3, 1972, с. 326–336.
32. Ивашкин В.В. Оптимизация космических маневров при ограничениях на расстоянии до планет. М.: Наука, 1975. 392 с.
33. Ильин В.А., Кузмак Г.Е. Оптимальные перелеты космических аппаратов. М.: Наука, 1976. 744 с.
34. Инженерный справочник по космической технике. / Под ред. А.В. Солодова. М.: Воениздат, 1977. 430 с.
35. Каменков Е.Ф. Маневрирование спускаемых аппаратов (Гиперболические скорости входа в атмосферу) М.: Машиностроение, 1983. 180 с.
36. Колчин И.В., Кочетков В.И., Туманов А.В. Оборудование летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1979. 152 с.

37. Космическая техника / Под ред. Г. Сейферта. М.: Наука, 1964. 727 с.
38. Космонавтика: Энциклопедия/ Под ред. В.П. Глушко. М.: Советская энциклопедия, 1985. 528 с.
39. Кравец В.Г., Любинский В.Е. Основы управления космическими полетами. М.: Машиностроение, 1983. 224 с.
40. Кубасов В.Н., Дашков В.В. Межпланетные полеты. М.: Машиностроение, 1979. 272 с.
41. Кубасов В.Н., Данков Г.Ю., Яблонько Ю.П. Методы сближения на орбите. М.: Машиностроение, 1985. 184 с.
42. Левантовский В.И. Механика космического полета в элементарном изложении. М.: Наука, 1980. 511 с.
43. Мишин В.П., Осин М.И. Введение в машинное проектирование летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1978. 128 с.
44. Мудров В.И., Кушко В.Л. Методы обработки измерений. М.: Советское радио, 1976. 192 с.
45. Навигация, наведение и стабилизация в космосе / Под ред. Дж. Э. Миллера. М.: Машиностроение, 1970. 363 с.
46. Назаренко А.И., Скребушевский В.С. Эволюция и устойчивость спутниковых систем. М.: Машиностроение, 1981. 284 с.
47. Основы теории полета и элементы проектирования искусственных спутников Земли. / Под ред. М.К. Тихонравова. М.: Машиностроение, 1974. 331 с.
48. Основы теории полета космических аппаратов. / Под ред. Г.С. Нариманова, М.К. Тихонравова. М.: Машиностроение, 1972. 607 с.*
49. Остроульский И.В., Стражева И.В. Динамика полета (Траектория летательных аппаратов) М.: Машиностроение, 1969. 499 с.
50. Охоцимский Д.Е., Голубев Ю.Ф., Сихарулидзе Ю.Г. Алгоритмы управления космическим аппаратом при входе в атмосферу. М.: Наука, 1975. 399 с.
51. Охоцимский Д.Е. Динамика космических полетов. М.: Московский университет, 1968. 102 с.*
52. Полет космических аппаратов (Примеры и задачи); Под ред. Г.С. Титова, М.: Машиностроение, 1980. 254 с.
53. Пономарев В.М. Теория управления движением космических аппаратов. М.: Наука, 1965. 455 с.
54. Проблема входа с гиперболическими скоростями и управление с прогнозированием. / Н.М. Иванов, Л.А. Бочаров, В.Г. Соболевский и др. Киев: ИК АН УССР, препринт 71—29, 1971. 18 с.
55. Радиоуправление реактивными снарядами и космическими аппаратами. / Л.С. Гуткин, Ю.П. Борисов, А.А. Валуев и др.) Под ред. Л.С. Гуткина. М.: Советское радио, 1968. 680 с.
56. Разыграев А.П. Основы управления полетом космических аппаратов и кораблей. М.: Машиностроение, 1977. 472 с.*
57. Раушенбах Б.В., Токарь Е.Н. Управление ориентацией космических аппаратов. М.: Наука, 1974. 600 с.*
58. Рой А. Движение по орбитам. М.: Мир, 1981. 544 с.
59. Романтеев Н.Ф., Хрунов Е.В. Астрономическая навигация пилотируемых космических кораблей. М.: Машиностроение, 1976. 232 с.
60. Рябов Ю.А. Движения небесных тел. М.: Наука, 1977. 208 с.
61. "Салют-6"—"Союз"—"Прогресс". Работа на орбите. / Редколлегия: О.Г. Газенко, Л.А. Гильберг и др. М.: Машиностроение, 1983. 343 с.
62. Сафранович В.Ф., Эмдин Л.М. Маршевые двигатели космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1980. 240 с.
63. Сихарулидзе Ю.Г. Баллистика летательных аппаратов. М.: Наука, 1982. 351 с.*
64. Соловьев Ц.В., Тарасов Е.В. Прогнозирование межпланетных полетов. М.: Машиностроение, 1973. 400 с.
65. "Союз" и "Аполлон" / Под ред. К.Д. Бушуева. М.: Политиздат, 1976. 271 с.
66. Справочник по космонавтике. / Под ред. Н.Я. Кондратьева и В.А. Одинцова. М.: Воениздат, 1968. 325 с.

67. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. / Под ред. Г.Н. Дубошина. М.: Наука, 1976. 862 с.
68. Субботин М.Ф. Введение в теоритическую астрономию. М.: Наука, 1968. 800 с.
69. Тарасов Е.В. Космонавтика (Механика полета и баллистическое проектирование КЛА) М.: Машиностроение, 1977. 216 с.*
70. Титов Г.С., Иванов В.А., Горьков В.Л. Межорбитальные и локальные маневры космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1982. 245 с.
71. Управление космическими летательными аппаратами. / Под ред. К.Т. Леондеса. М.: Машиностроение, 1967. 324 с.
72. Хемминг Р.В. Численные методы. М.: Наука, 1968. 400 с.
73. Чарный В.И. Об изохронных производных. — Искусственные спутники Земли, вып. 16, 1963, с. 226–237.
74. Шебшаевич В.С. Введение в теорию космической навигации. М.: Советское радио, 1971. 295 с.
75. Шкадов Л.М., Буханова Р.С., Илларионов В.Ф. Механика оптимального пространственного движения летательных аппаратов в атмосфере. М.: Машиностроение, 1972. 240 с.
76. Эльясберг П.Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. М.: Наука, 1965. 540 с.*
77. Эльясберг П.Е. Измерительная информация: сколько ее нужно? как ее обрабатывать? М.: Наука, 1983. 207 с.
78. Эскобал П. Методы определения орбит. М.: Мир, 1970. 471 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Основные обозначения	5
Введение	8
РАЗДЕЛ I. ОРБИТАЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ . . .	12
Г л а в а 1. Условия космического полета.	12
1.1. Солнечная система	13
1.2. Солнце	15
1.3. Земля и околоземное пространство	16
1.4. Планеты земной группы	20
1.5. Планеты юпитеровой группы	22
1.6. Приближенные модели атмосфер планет	22
1.7. Спутники планет	23
1.8. Астероиды и метеориты	24
1.9. Кометы и межпланетная среда	24
Г л а в а 2. Невозмущенное движение	25
2.1. Математическая модель невозмущенного движения КА	25
2.2. Интегралы площадей	27
2.3. Интеграл живых сил.	29
2.4. Интегралы Лапласа	29
2.5. Шестой интеграл уравнений невозмущенного движения	31
2.6. Определение произвольных постоянных	32
2.7. Переход к орбитальным координатам.	33
2.8. Кеплеровы элементы невозмущенного движения.	37
2.9. Общие свойства невозмущенного движения	39
2.10. Эллиптическое движение	40
2.11. Круговые орбиты. Сфера действия	41
2.12. Некоторые практические задачи.	43
2.13. Параболические орбиты.	44
2.14. Гиперболические орбиты	46

Глава 3. Возмущенное движение	48
3.1. Общая характеристика возмущений и возмущенного движения	49
3.2. Задача <i>n</i> тел и методы ее решения	51
3.3. Ограниченная задача трех тел и ее прикладные аспекты	55
3.4. Гравитационные сферы	58
3.5. Метод оскулирующих элементов	60
3.6. Система дифференциальных уравнений движения в оскулирующих элементах	63
3.7. Оценка изменений оскулирующих элементов	67
3.8. Возмущения, вызываемые нецентральностью поля тяготения Земли .	68
3.9. Возмущения, вызываемые сопротивлением атмосферы	70
3.10. Возмущения, вызываемые притяжением Солнца и Луны	70
3.11. Возмущения, вызываемые давлением солнечного света	71
3.12. Влияние начальных возмущений на движение ИСЗ по круговой орбите	72
3.13. Время существования КА на орбите ИСЗ	76
Глава 4. Межпланетные перелеты	78
4.1. Межорбитальные переходы в межпланетном полете	79
4.2. Формирование межпланетных орбит	81
4.3. Формирование орбит с использованием гравитационных маневров . .	85
4.4. Классификация схем полета	86
4.5. Оптимизация схем полета	88
РАЗДЕЛ II. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРБИТ КА	91
Глава 5. Определение невозмущенной орбиты по заданным условиям дви- жения	93
5.1. Определение орбиты по положению и скорости КА в начальный момент	93
5.2. Определение орбиты по двум фиксированным положениям и фо- кальному параметру	94
5.3. Метод Гаусса для нахождения фокального параметра орбиты	96
5.4. Нахождение элементов орбиты по двум фиксированным положи- ям аппарата	97
5.5. Определение орбиты по двум фиксированным положениям мето- дом Ламберта—Эйлера	99
Глава 6. Определение орбиты по внешнетраекторным измерениям	102
6.1. Общая постановка задачи	102
6.2. Вопросы технической реализуемости измерений положения КА раз- личными средствами	105
6.3. Схемы измерений	107
6.4. Ошибки измерений	108
6.5. Метод определения орбиты по измерениям наклонной дальности и скорости изменения дальности	111
6.6. Характеристика методов обработки результатов измерений	112
6.7. Метод наименьших квадратов и его использование при обработке результатов измерений	114
6.8. Метод максимального правдоподобия	123
6.9. Основные положения методов определения параметров движения КА по выборке измерений нарастающего объема	126
Глава 7. Прогнозирование движения космических аппаратов	129
7.1. Прогнозирование движения ИСЗ методом численного интегриро- вания	130
7.2. Аналитические методы прогнозирования движения ИСЗ	132
7.3. Прогнозирование движения межпланетных КА	135
РАЗДЕЛ III. БАЛЛИСТИКА И НАВИГАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ МЕЖ- ОРБИТАЛЬНЫХ И ЛОКАЛЬНЫХ МАНЕВРОВ КОСМИЧЕСКИХ АППА- РАТОВ	135
Глава 8. Виды и общая характеристика маневров орбитального перехода .	138

8.1. Характеристики маневров, выполняемых под действием импульсной тяги	139
8.2. Энергетические затраты на импульсное изменение элементов орбиты и условия их минимизации	144
8.3. Импульсные межорбитальные переходы КА	146
Глава 9. Корректирующие маневры	148
9.1. Элементы теории малых возмущений	150
9.2. Корректируемые параметры	152
9.3. Понятие об области рассеивания в пространстве корректируемых параметров	154
9.4. Математические основы двухпараметрической коррекции	155
9.5. Однопараметрическая коррекция	156
9.6. Связанные коррекции	158
Глава 10. Навигационное обеспечение и автономная навигация при выполнении межорбитальных маневров КА	159
10.1. Особенности решения навигационной задачи при автономном выполнении межорбитальных маневров	160
10.2. Моделирование базисных направлений и получение навигационной информации с помощью астрономических, гироскопических датчиков и комплексных навигационных систем пилотируемых и беспилотных КА	162
10.3. Методические погрешности и инструментальные ошибки построителей базисных направлений и бортовых астроизмерителей. Методы повышения точности измерений при решении навигационных задач	167
Глава 11. Маневры сближения и встреча КА на орбите	179
11.1. Уравнения относительного движения КА	182
11.2. Начальные условия для обеспечения встречи	186
11.3. Ближнее наведение с учетом действия относительного гравитационного ускорения	188
11.4. Математические основы методов ближнего наведения без учета действия относительного гравитационного ускорения	190
11.5. Измерение и оптимальное оценивание параметров сближения при выполнении локальных маневров КА	194
РАЗДЕЛ IV. СНИЖЕНИЕ И ПОСАДКА КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ НА ПОВЕРХНОСТЬ ПЛАНЕТ	198
Глава 12. Спуск КА с орбиты искусственного спутника Земли	199
12.1. Общая схема спуска КА с использованием аэродинамического торможения	199
12.2. Внеатмосферный участок спуска	202
12.3. Участок основного аэродинамического торможения	205
12.4. Участок мягкой посадки	213
12.5. Скользящий спуск	214
12.6. Планирующий спуск	234
Глава 13. Особенности спуска на поверхность Земли с лунных и межпланетных траекторий возвращения	241
13.1. Коридор входа	241
13.2. Возвращение от Луны	243
13.3. Вход с гиперболическими скоростями	245
13.4. Управление СА на гиперболических траекториях возвращения	246
13.5. Метод построения системы управления спуском	249
13.6. Описание алгоритма работы СУС на гиперболических траекториях	251
Глава 14. Особенности спуска КА в атмосферах планет	254
14.1. Основные принципы исследования	254
14.2. Характеристика спуска в атмосфере Марса	254
14.3. Требования, предъявляемые к СА для посадки на Марс	255
14.4. Упрощение основной задачи спуска	258
14.5. Оптимальное управление КА на участке реактивного торможения	258

14.6. Оптимальное управление КА на парашютно-реактивном участке спуска	259
14.7. Оптимальное управление на участке основного аэродинамического торможения	261
14.8. Спуск в атмосфере Юпитера	262
14.9. Анализ траекторий спуска с постоянным качеством	263
14.10. Управляемый спуск КА в атмосфере Юпитера	264
РАЗДЕЛ V. БАЛЛИСТИКО-НАВИГАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УПРАВЛЕНИЯ ПОЛЕТОМ КА.	265
Г л а в а 15. Структура общего контура управления полетом КА	267
15.1. Система управления полетом КА и ее элементы	267
15.2. Роль и место баллистико-навигационного обеспечения в общем контуре управления КА	269
Г л а в а 16. Методические особенности решения баллистико-навигационных задач при оперативном управлении КА.	271
16.1. Особенности решения задач БНО	272
16.2. Математические модели — основа разработки и создания специального математического обеспечения управления полетом	273
16.3. Определение орбит КА по навигационным измерениям	276
16.4. Прогнозирование движения КА	277
16.5. Расчет стандартной баллистической информации	278
16.6. Некоторые особенности решения задач расчета маневров и коррекций траекторий полета КА	283
16.7. Баллистико-навигационное обеспечение спуска КА	286
Список литературы	290
Предметный указатель	

Учебник

БАЛЛИСТИКА И НАВИГАЦИЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Андрей Александрович ДМИТРИЕВСКИЙ,
Николай Михайлович ИВАНОВ, Лев Николаевич ЛЫСЕНКО

Редактор *Г.П. Филипповская*
Художественный редактор *В.В. Лебедев*
Технический редактор *Н.В. Михайлова*
Корректоры: *Н.В. Давыдова, Л.В. Тарасова*

ИБ № 4582

Сдано в набор 30.09.85.	Подписано в печать 11.05.86.	T-10769.	Формат 60×90 1/16.
Бумага офсетная № 2.	Гарнитура Пресс Роман.		Печать офсетная.
Усл. печ. л. 18,5.	Усл. кр.-отт. 18,5.		Уч.-изд. л. 21,4.
Тираж 2900 экз.	Заказ 301.		Цена 1 р.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство "Машиностроение,
107076, Москва, Стромынский пер., 4.

Отпечатано в Московской типографии № 8 Союзполиграфпрома
при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии
и книжной торговли. 101898, Москва, Хохловский пер., 7, с оригинал-макета,
изготовленного в издательстве "Машиностроение" на наборно-пишущих машинах

